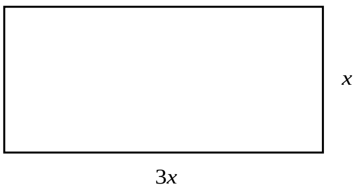
SUTARMAN

1 SUKU BANYAK (POLINOMIAL)

A. Pengertian

Suku banyak atau polinomial banyak digunakan dalam kehidupan sehari-hari untuk membantu manusia menemukan jawaban dari persoalan yang dihadapi. Misalnya pada masalah memaksimumkan atau meminimumkan ukurang suatu bangun datar atau bangun ruang. Selain itu, suku banyak juga digunakan pada sains dan ekonomi.

Fungsi dan persamaan kuadrat, persamaan berderajat satu yang digunakan pada program linear, variabel-variabel dan konstanta yang digunakan pada geometri untuk menentukan ukuran benda, adalah sebagian dari contoh-contoh suku banyak yang telah kita kenal.



Gambar 1

Perhatikan persegi panjang yang panjangnya tiga kali lebarnya. Jika lebarnya dilambangkan dengan *x* maka panjangnya *3x* dan luas persegi panjang tersebut adalah $3x \cdot x = 3x^2$. Dalam hal ini, *x* adalah lambang untuk menyatakan sesuatu yang tidak tertentu. Bentuk *x*, *3x*, dan $3x^2$ merupakan contoh dari suku banyak. Bentuk-bentuk ini memiliki nama khusus yang disebut dengan monomial dalam *x*. Bentuk *x* dan *3x* disebut monomial berderajat satu, sedangkan $3x^2$ disebut monomial berderajat dua.

Pojok Info

In mathematics, a **polynomial** is an expression consisting of variables (or indeterminates) and coefficients, that involves only the operations of addition, subtraction, multiplication, and non-negative integer exponenst. An example of a polynomial of a single indeterminate *x* is $x^2 - 4x + 7$. An example in three variables is

$x^3 + 2xyz^2 - yz + 1$.

Polynomials appear in a wide variety of areas of mathematics and science. For example, they are used to form polynomial equations, which encode a wide range of problems, from elementary word problems to complicated problems in the sciences; they are used to define **polynomial functions**, which appear in settings ranging from basic chemistry and physics to economics and social science; they are used in calculus and numerical analysis to approximate other functions. In advanced mathematics, polynomials are used to construct polynomial rings and algebraic varieties, central concepts in algebra and algebraic geometry.

Wikipedia

Definisi:

Misalkan a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, … , a_2, a_1 a_0 adalah bilangan sebarang dan *x* adalah sebuah lambang tertentu maka bentuk

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_1 x + a_0$$

dengan $a_n \neq 0$ dinamakan suku banyak atau polinomial berderajat *n* dalam *x*.

Pada bentuk umum polinomial $a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + ... + a_1 x + a_0$

(i) a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, $\dots$, a_2, a_1 dinamakan **koefisien**. a_n adalah koefisien dari x^n, a_{n-1} adalah koefisien dari x^{n-1}, a_{n-2} adalah koefisien dari x^{n-2}, a_1 adalah koefisien dari *x*, dan a_0 adalah **suku tetap** atau **konstanta**,

(ii) *n* adalah bilangan cacah yang menyatakan **derajat polinomial**.

Selain polinomial berderajat satu yang disebut monomial, kita juga menyebut polinomial berderajat dua, tiga, empat, dan lima dengan nama polinomial **kuadratik**, polinomial **kubik**, polinomial **kuartik**, dan polinomial **kuintik**. Untuk polinomial berderajat nol, kita menyebutnya sebagai **konstanta**.

Berikut adalah beberapa contoh polinomial:

$5x^3 - 2x^2 + 10x + 4$	$\sqrt{2}x^4$	$y^4 + 4y^3 - 3y^2 + y + 2$
$1 - 2x + 4x^5$	x	$(t+1)^2(t-2)(t+3)$
$4 - 2x$	3	$x^3 + x^2y^4 - 4x + 3y^2 - 10$

Contoh 1:

Tentukan peubah, derajat, dan koefisien-koefisien tiap polinomial berikut.

a. $x^3 - 5x^2 + 7x + 3$

b. $5 - y + 2y^2 - \sqrt{6}y^5$

c. $(t-1)^2(t+3)$

d. $x^3 + x^2y^4 - 4x + 3y^2 - 10$

Jawab:

a. $x^3 - 5x^2 + 7x + 3$ merupakan polinomial dalam peubah *x* berderajat 3. Koefisien x^3 adalah 1, koefisien x^2 adalah -5, koefisien x adalah 7, dan suku tetap atau konstanta adalah 3.

b. $5 - y + 2y^2 - \sqrt{6}y^5$ merupakan polinomial dalam peubah y berderajat 5. Koefisien y^5 adalah $-\sqrt{6}$, koefisien y^2 adalah 2, koefisien *y* adalah -1, dan konstanta adalah 5.

c. $(t-1)^2(t+3) = (t^2 - 2t + 1)(t+3) = t^3 + 3t^2 - 2t^2 - 6t + t + 3 = t^3 + t^2 - 5t + 3$ merupakan pollinomial dalam peubah t berderajat 3. Koefisien t^3 adalah 1, koefisien t^2 adalah 1, koefisien *t* adalah -5, dan konstanta adalah 3.

d. $x^3 + x^2y^4 - 4x + 3y^2 - 10$ adalah polinomial dalam dua peubah yaitu *x* dan *y*. Polinomial ini berderajat 3 dalam peubah *x* dan berderajat 4 dalam peubah *y*. Koefisien untuk x^3 adalah 1, koefisien untuk x^2y^4 adalah 1, koefisien *x* adalah -4, koefisien y^2 adalah 3, dan konstanta adalah -10.

B. Nilai Polinomial

Nilai suatu polinomial $f(x)$ untuk $x = k$ dapat ditentukan dengan (1) cara substitusi, atau (2) cara skema.

Contoh 2:

Tentukan nilai polinomial $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4x - 5$ untuk $x = 2$.

Jawab:

Cara 1:

Untuk x = 2 maka $f(2) = 2^3 - 2(2)^2 + 4(2) - 5 = 3$

Cara 2:

Koefisien-koefisien polinomial

Nilai *x*

$$\begin{array}{c|cccc} 2 & 1 & -2 & 4 & -5 \\ & & 2 & 0 & 8\,+ \\ \hline & 1 & 0 & 4 & 3 \end{array}$$

Nilai polinomial

Tanda $\nearrow$ menyatakan "kalikan dengan 2".

Jadi, nilai polinomial $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4x - 5$ untuk $x = 2$ adalah 3.

Contoh 3:

Tentukan nilai polinomial $f(x) = x^4 - 10x^3 + x - 8$ untuk $x = -3$.

Jawab:

Cara 1:

Untuk $x = -3$ maka

$f(-3) = (-3)^4 - 10(-3)^3 + (-3) - 8 = 81 + 270 + (-3) - 8 = 340$

Cara 2:

Koefisien-koefisien polinomial

Nilai *x*

$$\begin{array}{c|ccccc} -3 & 1 & -10 & 0 & 1 & -8 \\ & & -3 & 39 & -117 & 348\,+ \\ \hline & 1 & -13 & 39 & -116 & 340 \end{array}$$

Nilai polinomial

Tanda $\nearrow$ menyatakan "kalikan dengan -3".

Jadi, nilai polinomial $f(x) = x^4 - 10x^3 + x - 8$ untuk $x = -3$ adalah 340.

Contoh 4:

Tentukan nilai polinomial $f(x, y) = x^2y + xy^2 + 3x - 4y + 2$ untuk

a. $f(-2, 3)$ b. $f(x, -2)$

Jawab:

a. *Cara 1:*

Pada contoh ini kita menggunakan cara substitusi sedangkan cara bagan dapat kita gunakan setelah mempelajari Teorema Sisa.

Nilai polinomial $f(-2, 3)$ berarti kita mensubstitusikan nilai peubah $x = -2$ dan $y = 3$ ke dalam $f(x, y) = x^2y + xy^2 + 3x - 4y + 2$ sehingga kita peroleh

$$\begin{aligned} f(-2,3) &= (-2)^2(3) + (-2)(3)^2 + 3(-2) - 4(3) + 2 \\ &= 12 - 18 - 6 - 12 + 2 \\ &= -22 \end{aligned}$$

Cara 2:

Kita menggunakan bagan sebanyak dua kali masing-masing untuk nilai $x = -2$ dan $y = 3$.

Jika kita menggunakan *x* sebagai peubah maka *y* sebagai koefisien sehingga polinomial setelah disusun ulang menjadi

$f(x, y) = yx^2 + (y^2 + 3)x - 4y + 2$

$$\begin{array}{c|ccc} & y & y^2+3 & -4y+2 \\ -2 & & -2y & -2y^2+4y-6 \\ \hline & y & y^2-2y+3 & \multicolumn{1}{|c}{-2y^2-4} \end{array}$$

Pada bagan kedua, kita menggunakan polinomial $-2y^2 - 4$ dengan menganggap *y* sebagai peubah. Untuk nilai *y* = 3, kita mendapatkan

$$\begin{array}{c|ccc} & -2 & 0 & -4 \\ 3 & & -6 & -18 + \\ \hline & -2 & -6 & \multicolumn{1}{|c}{-22} \end{array}$$

Jadi, nilai polinomial $f(x, y) = x^2y + xy^2 + 3x - 4y + 2$ untuk $f(-2, 3)$ adalah -22.

b. *Cara 1:*

Nilai polinomial $f(x, -2)$ berarti kita mensubstitusikan nilai variabel $y = -2$ ke dalam $f(x, y) = x^2y + xy^2 + 3x - 4y + 2$ sedangkan peubah x tetap seperti semula. Kita peroleh

$$\begin{aligned} f(x, -2) &= x^2(-2) + x(-2)^2 + 3x - 4(-2) + 2 \\ &= -2x^2 + 4x + 3x + 8 + 2 \\ &= -2x^2 + 7x + 10 \end{aligned}$$

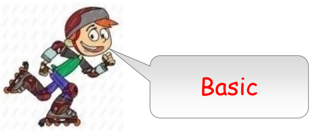
Cara 2:

Untuk $f(x,-2)$, polinomial $f(x,y)=x^2y+xy^2+3x-4y+2$ dapat dipandang sebagai polinomial dalam peubah y dan x dipandang sebagai koefisien. Jika disusun ulang berdasarkan peubah y dengan pangkat menurun, kita memperoleh $f(x,y)=xy^2+(x^2-4)y+3x+2$

$$\begin{array}{r|ccc l}
 & x & x^2-4 & 3x+2 & \\
-2 & & -2x & -2x^2+4x+8 & + \\
\hline
 & x & x^2-2x-4 & \multicolumn{1}{|c}{-2x^2+7x+10} &
\end{array}$$

Jadi, nilai polinomial $f(x,y)=x^2y+xy^2+3x-4y+2$ untuk $f(x,-2)$ adalah $-2x^2+7x+10$

Latihan 1.1 A



1. Tulislah peubah, derajat, dan koefisien-koefisien dari setiap polinomial berikut.
   a. $3-5x$
   b. x^0
   c. $8x^3-x^2+6x-1$
   d. y^6-2y^3+4
   e. $5+3z-z^3-9z^4$
   f. $2q^{12}-4q^8+12q^7-18q-10$

2. Tentukan banyaknya peubah, nama peubah, dan derajat yang bersesuaian untuk masing-masing peubah dari setiap polinomial berikut.
   a. $4x^2y+7xy+5$
   b. $a^6+3b^5+2ab^2-3a^3b-abc^2-3bc+1$
   c. $p^3+q^3+r^3-2pq+5pr+qr-2$

3. Tentukan hasil perkalian tiap polinomial berikut, kemudian tentukan nama peubah, derajat, serta koefisien-koefisiennya.
   a. $(x-1)(x+3)$
   b. $(a-1)^2(2a+3)$
   d. $(z-4)(z+6)(z+1)$
   e. $(2y-3)^3$

4. Tentukan koefisien dari
   a. x^4 pada polinomial $(x^3-1)(x^2+4)$
   b. z pada polinomial $(z^2-1)(z^3+1)(z+2)$
   c. y^2 pada pollinomial $(y-1)^2(y+2)(y+1)$

5. Gunakan cara substitusi untuk menghitung
   a. $f(1)$ jika $f(x) = x^3 - x^2 + 4x - 2$
   b. $f(-2)$ jika $f(y) = 2y^4 - y^2 - 3y + 6$
   c. $f(2,-1)$ jika $f(x,y) = x^4y^3 + xy^2 + x^2 + 2y - 1$
   d. $f(4,y)$ jika $f(x,y) = x^2y + xy^2 - 2x + 3y - 6$
   e. $f(x,-1)$ jika $f(x,y) = x^4y^3 + xy^2 + x^2 + 2y - 1$

6. Gunakan cara bagan untuk menghitung
   a. $f(-2)$ jika $f(x) = x^3 - x^2 + 2x - 4$
   b. $f(-1)$ jika $f(x) = 3x^4 - 2x^3 + x - 8$
   c. $f(1)$ jika $f(x) = x^5 + 4x^4 - 3x^2 + x + 6$
   d. $f(-2,2)$ jika $f(x,y) = x^3y^2 - 5x^2y^2 - 6x^2 + 2y^2 - 5$
   e. $f(1,y)$ jika $f(x,y) = 4x^3y^2 - 5x^2y^2 + 6x^2 - y^2 + 2$
   f. $f(x,3)$ jika $f(x,y) = 4x^3y^2 - 5x^2y^2 + 6x^2 - y^2 + 2$

Latihan 1.1 B

1. Tentukan banyaknya peubah, nama peubah, serta derajat yang bersesuaian bagi nama peubah untuk tiap sukuk banyak berikut.
   a. $(x+2y)^2 + (2y-z)^3 - (3z+2x)^6$
   b. $(x-y)^3 - 4(y+2z)^4 + (z+2x)^7$
   c. $(x^4 + x^2y^3 + y^4)(y^4 - x^2y^2 + x^4)$
   d. $(4b^2ac + 4bca^4 - 7ac^4b)(2a^5c + 2)$

2. Gunakan cara substitusi untuk menghitung
   a. $f(x-1)$ jika $f(z) = 2z^3 - z^2 + 3z + 6$
   b. $f(x-2,y)$ jika $f(x,y) = 2x^3y - 3x^2y + 3y^3 - x - 2y + 1$

C. Operasi Aljabar pada Polinomial

1. Penjumlahan dan Pengurangan

Menjumlahkan atau mengurangkan dua polinomial dilakukan dengan menjumlahkan atau mengurangkan suku-suku sejenisnya, yaitu suku yang berderajat sama. Ini dilakukan dengan menjumlahkan atau mengurangkan koefisien-koefisien suku sejenis yang hasilnya merupakan koefisien hasil penjumlahan atau pengurangan setiap suku sejenis tersebut.

Contoh 5:

Diketahui polinomial $f(x)=3x^4+5x^2-2x+3$ dan $g(x)=x^4-2x^3-2x^2+3x-7$. Tentukan

a. $f(x)+g(x)$ b. $f(x)-g(x)$

Jawab:

a. *Cara 1:*

$$\begin{aligned} f(x)+g(x) &= (3x^4+5x^2-2x+3) + (x^4-2x^3-2x^2+3x-7) \\ &= (3+1)x^4+(0+(-2))x^3+(5+(-2))x^2+((-2)+3)x+(3+(-7)) \\ &= 4x^4-2x^3+3x^2+x+-4 \end{aligned}$$

Cara 2:

$$\begin{array}{cccccccccl} 3x^4 & & & + & 5x^2 & - & 2x & + & 3 & \\ x^4 & - & 2x^3 & - & 2x^2 & + & 3x & - & 7 & + \\ \hline 4x^4 & - & 2x^3 & + & 3x^2 & + & x & - & 4 & \end{array}$$

b. *Cara 1:*

$$\begin{aligned} f(x)-g(x) &= (3x^4+5x^2-2x+3) - (x^4-2x^3-2x^2+3x-7) \\ &= (3-1)x^4+(0-(-2))x^3+(5-(-2))x^2+((-2)-3)x+(3-(-7)) \\ &= 2x^4+2x^3+7x^2-5x+10 \end{aligned}$$

Cara 2:

$$\begin{array}{cccccccccl} 3x^4 & & & + & 5x^2 & - & 2x & + & 3 & \\ x^4 & - & 2x^3 & - & 2x^2 & + & 3x & - & 7 & - \\ \hline 2x^4 & + & 2x^3 & + & 7x^2 & - & 5x & + & 10 & \end{array}$$

2. Perkalian

Perkalian dua polinomial dilakukan dengan mengalikan setiap suku pada polinomial pertama dengan setiap suku pada polinomial kedua dan menjumlahkan suku-suku sejenisnya.

Contoh 6:

Tentukan hasil dari $(4x^2-3x+2)(5x^2+6x-1)$.

Jawab:

Cara 1:

$$\begin{aligned} & (4x^2-3x+2)(5x^2+6x-1) \\ &= 4x^2(5x^2+6x-1)-3x(5x^2+6x-1)+2(5x^2+6x-1) \\ &= 20x^4+24x^3-4x^2-15x^3-18x^2+3x+10x^2+12x-2 \\ &= 20x^4+(24-15)x^3+(-4-18+10)x^2+(3+12)x-2 \\ &= 20x^4+9x^3-12x^2+15x-2 \end{aligned}$$

Cara 2:

		$5x^2$	$6x$	-1	$\times$
$20x^4$	$24x^3$	$-4x^2$			$4x^2$
	$-15x^3$	$-18x^2$	$3x$		$-3x$
		$10x^2$	$12x$	-2	2
$24x^4$	$9x^3$	$-12x^2$	$15x$	-2	

Hasil baginya dapat dilihat pada baris terakhir yaitu $20x^4 + 9x^3 - 12x^2 + 15x - 2$.

3. Kesamaan Polinomial

Misalkan terdapat polinomial $f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + ... + a_1 x + a_0$ dan suku banyak $g(x) = b_n x^n + b_{n-1}x^{n-1} + ... + b_1 x + b_0$. Jika $f(x) \equiv g(x)$ maka haruslah $a_n = b_n$, $a_{n-1} = b_{n-1}$, $\cdots$, $a_1 = b_1$, dan $a_0 = b_0$.

Contoh 7:

Tentukan nilai a pada kesamaan $(x+1)(x-3) - 2a \equiv x^2 - 2x + 1$.

Jawab:

$$(x+1)(x-3) - 2a \equiv x^2 - 2x + 1$$
$$x^2 - 2x - 3 - 2a \equiv x^2 - 2x + 1$$

Dari baris terakhir terlihat bahwa $-3 - 2a = 1 \rightarrow -2a = 4 \rightarrow a = -2$.

Contoh 8:

Jika $4x^3 + 2x^2 + 3 \equiv (x-2)(Ax^2 + Bx + C) + R$ tentukan A, B, C, dan R.

Jawab:

$$\begin{aligned} 4x^3 + 2x^2 + 3 &\equiv (x-2)(Ax^2 + Bx + C) + R \\ &\equiv x(Ax^2 + Bx + C) - 2(Ax^2 + Bx + C) + R \\ &\equiv Ax^3 + Bx^2 + Cx - 2Ax^2 - 2Bx - 2C + R \\ &\equiv Ax^3 + (B - 2A)x^2 + (C - 2B)x - 2C + R \end{aligned}$$

Dari identitas terakhir diperoleh:

$A = 4$

$B - 2A = 2 \rightarrow B - 2(4) = 2 \rightarrow B = 2 + 8 = 10$

$C - 2B = 0 \rightarrow C - 2(10) = 0 \rightarrow C = 20$

$-2C + R = 3 \rightarrow -2(20) + R = 3 \rightarrow R = 43$

Contoh 9:

Diketahui $\dfrac{3x+4}{x^2 - x - 2} \equiv \dfrac{p}{x-2} + \dfrac{q}{x+1}$. Hitunglah nilai p dan q.

Jawab:

$$\frac{3x+4}{x^2-x-2} \equiv \frac{p}{x-2} + \frac{q}{x+1}$$
$$\frac{3x+4}{x^2-x-2} \equiv \frac{p(x+1)}{(x-2)(x+1)} + \frac{q(x-2)}{(x-2)(x+1)}$$
$$\frac{3x+4}{x^2-x-2} \equiv \frac{p(x+1)+q(x-2)}{x^2-x-2}$$
$$\frac{3x+4}{x^2-x-2} \equiv \frac{px+qx+p-2q}{x^2-x-2}$$
$$\frac{3x+4}{x^2-x-2} \equiv \frac{(p+q)x+(p-2q)}{x^2-x-2}$$

Dari baris terakhir terlihat bahwa $p+q=3$ dan $p-2q=4$. Dengan eliminasi diperoleh

$$\begin{array}{r} p+q=3 \\ p-2q=4 \\ \hline 3q=-1 \\ q=-\frac{1}{3} \end{array} -$$

Dengan substitusi nilai $q=-\frac{1}{3}$ ke dalam persamaan $p+q=3$ diperoleh $p+(-\frac{1}{3})=3$ maka nilai $p=3+\frac{1}{3}=\frac{10}{3}=3\frac{1}{3}$.

Jadi, nilai p dan q yang memenuhi kesamaan adalah $p=3\frac{1}{3}$ dan $q=-\frac{1}{3}$.

4. Pembagian Polinomial

Misalkan polinomial $f(x)$ dibagi $B(x)$ memberikan hasil bagi $H(x)$ dan sisa $S(x)$ maka diperoleh hubungan

$$f(x)=B(x)\cdot H(x)+S(x)$$

Jika $f(x)$ adalah polinomial berderajat n dan $B(x)$ adalah pembagi berderajat m, dengan $m \le n$ maka:

(1) $H(x)$ adalah hasil bagi berderajat $(n-m)$.

(2) $S(x)$ adalah sisa pembagian berderajat maksimum $(m-1)$.

- **Pembagian Polinomial $x-b$**

  Jika polinomial $f(x)$ dibagi $x-b$ menghasilkan $H(x)$ dengan sisa $S(x)$ maka diperoleh hubungan

$$f(x)=(x-b)\cdot H(x)+S(x)$$

Contoh 9:

Tentukan hasil pembagian dan sisa jika polinomial x^3+4x^2-2x+4 dibagi $x-1$.

Jawab:

Cara 1:

Cara pembagian bersusun

$$
\begin{array}{r}
x^2+5x+3 \\
x-1 \overline{\smash{\big)}\, x^3+4x^2-2x+4} \\
\underline{x^3-x^2\qquad\qquad} - \\
5x^2-2x+4 \\
\underline{5x^2-5x\quad\;} - \\
3x+4 \\
\underline{3x-3} - \\
7
\end{array}
$$

Dari pembagian bersusun tersebut terlihat bahwa hasil baginya adalah x^2+5x+3 dan sisa pembagiannya adalah 7.

Pembagian suku banyak ini dapat dituliskan sebagai

$x^3+4x^2-2x+4 = (x-1)(x^2+5x+3)+7$

Cara 2:

Cara pembagian sintetik (Cara Horner)

$$
\begin{array}{c|cccc}
 & 1 & 4 & -2 & 4 \\
1 & & 1 & 5 & 3\ + \\
\hline
 & 1 & 5 & 3 & \vert\ 7
\end{array}
$$

Koefisien-koefisien hasil bagi

Sisa pembagian

Dari bagan pembagian tersebut koefisien-koefisien hasil baginya yaitu 1, 5, dan 3 digunakan secara berturut-turut untuk x^2, x, dan kontanta sehingga hasil baginya adalah x^2+5x+3. Sedangkan sisa pembagiannya adalah 7.

Pembagian suku banyak ini dapat dituliskan sebagai

$x^3+4x^2-2x+4 = (x-1)(x^2+5x+3)+7$

- **Pembagian Polinomial oleh** $(ax-b)$

Misalkan $k=-\frac{b}{a}$ adalah bilangan rasional sehingga bentuk $(x-k)$ menjadi $(x+\frac{b}{a})$. Jika polinomial $f(x)$ dibagi oleh $(x+\frac{b}{a})$ menghasilkan $H(x)$ dengan sisa $S(x)$ maka diperoleh hubungan

$$f(x)=(x+\frac{b}{a})\cdot H(x)+S(x)=(ax+b)\frac{H(x)}{a}+S(x)$$

Contoh 10:

Tentukan hasil pembagian dan sisa jika polinomial $f(x)=64x^3-16x^2+5$ dibagi $2x-1$.

Jawab:

$$
\begin{array}{c|cccc}
 & 64 & -16 & 0 & 5 \\
\frac{1}{2} & & 32 & 8 & 4\ + \\
\hline
 & 64 & 16 & 8 & \vert\ 9
\end{array}
$$

Jadi, hasil baginya adalah $\frac{H(x)}{a}=\frac{64x^2+16x+8}{2}=32x^2+8x+4$ dan sisa $S(x)=9$.

- **Pembagian Polinomial oleh** $(ax^2 + bx + c)$

    - Jika bentuk $(ax^2 + bx + c)$ dengan $a \neq 0$, $a, b, c \in R$ tidak dapat difaktorkan maka pembagia polinomial dilakukan dengan pembagian bersusun.

    - Jika bentuk $(ax^2 + bx + c)$ dengan $a \neq 0$, $a, b, c \in R$ dapat difaktorkan maka pembagian polinomial dilakukan dengan pembagian bersusun atau dengan pembagian sintetik Horner, sedangkan untuk dapat menentukan sisa dapat menggunakan kesamaan polinomial.

Contoh 11:

Tentukan hasil pembagian dan sisa jika polinomial $x^3 - 4x^2 + 3x - 5$ dibagi $x^2 + x + 2$.

Jawab:

$$
\begin{array}{r|l}
 & x - 5 \\
\hline
x^2 + x + 2 & x^3 - 4x^2 + 3x - 5 \\
 & \underline{x^3 + \ x^2 + 2x} \ - \\
 & -5x^2 + \ x - 5 \\
 & \underline{-5x^2 \ -5x - 10} \ - \\
 & 6x + 5
\end{array}
$$

Pembagi yaitu $x^2 + x + 2$ tidak dapat difaktorkan sehingga pembagian hanya dapat tilakukan dengan cara susun.

Dari cara bersusun tersebut diperoleh hasil pembagian polinomial adalah $x - 5$ dan sisanya adalah $6x + 5$.

Pembagian ini dapat dituliskan sebagai $x^3 - 4x^2 + 3x - 5 = (x^2 + x + 2)(x - 5) + 6x + 5$.

Contoh 12:

Tentukan hasil pembagian dan sisa jika polinomial $2x^4 - 3x^3 + 5x - 2$ dibagi $x^2 - x - 2$.

Jawab:

Pembagian ini dapat dilakukan dengan cara bersusun. Tetapi karena pembagi $x^2 - x - 2$ dapat difaktorkan menjadi $(x - 2)(x + 1)$ kita dapat pula melakukan pembagian dengan cara Horner.

	2	−3	0	5	−2
2		4	2	4	18
	2	1	2	9	16
−1		−2	1	−3	
	2	−1	3	6	

Dari bagan pembagian terlihat hasil baginya adalah $H(x) = 2x^2 - x + 3$, sedangkan sisanya dapat dihitung menggunakan kesamaan polinomial.

Pembagian polinomial tersebut dapat dituliskan sebagai

$$2x^4 - 3x^3 + 5x - 2 = (x - 2)(x + 1)(2x^2 - x + 3) + (px + q)$$

Dari kesamaan tersebut:

Untuk $x = 2$ diperoleh

$$\begin{aligned} 2(2)^4 - 3(2)^3 + 5(2) - 2 &= (2-2)(2+1)(2(2)^2 - 2 + 3) + p(2) + q \\ 32 - 24 + 10 - 2 &= 2p + q \\ 2p + q &= 16 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots .1) \end{aligned}$$

Untuk $x = -1$ diperoleh

$$\begin{aligned} 2(-1)^4 - 3(-1)^3 + 5(-1) - 2 &= (-1-2)(-1+1)(2(-1)^2 - (-1) + 3) + p(-1) + q \\ 2 + 3 - 5 - 2 &= -p + q \\ -p + q &= -2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2) \end{aligned}$$

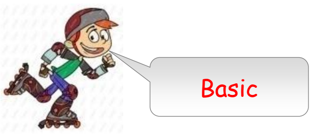
Dari persamaan 1) dan 2) diperoleh

$$\begin{array}{rl} 2p + q = 16 & \\ -p + q = -2 & \\ \hline 3p = 18 & - \\ p = 6 & \end{array}$$

Substitusikan p = 6 ke dalam persamaan $-p + q = -2$ maka diperoleh
$-6 + q = -2 \;\rightarrow\; q = -2 + 6 = 4$

Jadi, sisa pembagiannya adalah $S(x) = 6x + 4$.

Latihan 1.2 A



1. Tentukan hasil dari $p(x) + q(x)$ untuk masing-masing polinomial $p(x)$ dan $q(x)$ berikut kemudian urutkan pangkatnya secara menurun.
   a. $p(x) = 3x^2 + 4x - 1$ dan $q(x) = x^2 + 3x + 7$
   b. $p(x) = 3x^4 - 2x^3 + 7x^2 - 1$ dan $q(x) = -3x - x^3 + 5x^4 + 2$
   c. $p(x) = 2 - 3x^3 + 2x^5$ dan $q(x) = 2x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 1$
   d. $p(x) = 3 + 2x - 4x^2 - x^3$ dan $q(x) = 1 - 7x + 2x^2$

2. Untuk setiap pasang polinomial $p(x)$ dan $q(x)$ pada nomor 1, tentukan $p(x) - q(x)$ kemudian urutkan pangkatnya secara menurun.

3. Untuk polinomial $p(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 3$ dan $q(x) = x^2 - x + 4$, tentukan:
   a. $2p(x) + q(x)$
   b. $3p(x) - q(x)$
   c. $p(x) - 2q(x)$
   d. $3p(x) - 2q(x)$

4. Dari penjabaran polinomial berikut, tentukan koefisien dari
   a. x pada polinomial $(x+2)(x^2-3x+6)$
   b. x^2 pada polilnomial $(3x-2)(x^2-2x+7)$
   c. y^3 pada polinomial $(2y^2-y)(3-y)$
   d. z pada polinomial $(z^2-1)(x^3+1)(z+2)$
   e. a^2 pada polinomial $(a^2+a-1)^2$

5. Tentukan hasil kali polinomial berikut.
   a. $(2x-3)(3x+1)$
   b. $(x^2+x-3)(2x+3)$
   c. $(2x^2-3x+1)(4x^2+3x-5)$
   d. $(1+3x-x^2+2x^3)(3-x+2x^2)$
   e. $(2x+1)(3x-2)(x+5)$
   f. $(x^2+1)(x-3)(2x^2-x+1)$

6. Pada setiap identitas berikut, tentukan nilai dari *A*, *B*, *C*, dan *R*
   a. $x^3-x^2-x+12 \equiv (x+2)(Ax^2+Bx+C)+R$
   b. $9x^3+12x^2-15x-10 \equiv (3x+4)(Ax^2+Bx+C)+R$

7. Tentukan nilai kontanta *k*, jika diketahui
   a. $x^2+4x-1 \equiv (x+1)(x+3)-2k$
   b. $(x^2+2)(x^2+2x-1)+k \equiv x^4+2x^3+x^2+4x-3$

8. Dari kesamaan $5x^2-2x+3 \equiv ax^2+(b+c)x+7(b-c)$, tentukan nilai $a+8b-6c$.

9. Jika *a*, *b*, dan *c* memenuhi persamaan identitas
   $a(x-1)(x-2)+b(x+2)(x-2)+c(x+2)(x-1) \equiv x^2-5x-2$, hitunglah $a+b+c$.

10. Tentukan nilai *A* dan *B* pada kesamaan $\dfrac{3x-1}{x^2-x-6} \equiv \dfrac{A}{x+2}+\dfrac{B}{x-3}$.

11. Dengan cara bersusun tentukan hasil bagi dan sisa jika
    a. x^2-5x+2 dibagi $x-3$
    b. x^3+2x^2-3x+1 dibagi $x+2$
    c. $3x^4+x^2-7x+6$ dibagi $x+3$
    d. $-x^5-3x-10$ dibagi $-x+1$

12. Dengan cara Horner, tentukan hasil bagi dan sisa jika
    a. $2x^2+3x-1$ dibagi $x-2$
    b. $5x^3-3x+7$ dibagi $x+4$
    c. $x^4-x^3+2x^2-7x-2$ dibagi $x-2$
    d. $x^5+7x+15$ dibagi $x-2$
    e. y^5-1 dibagi $y+1$
    f. $2x^7+3x^4-4x^2-2x+1$ dibai $x+1$

13. Dengan cara bersusun tentukan hasil bagi dan sisa setiap pembagian berikut.
    a. $(6x^2-x-2):(3x+4)$
    b. $(3x^3+2x-6):(3x-2)$
    c. $(x^3+3x^2-2x+1):(2x-1)$
    d. $(81x^4-1):(3x+1)$

14. Dengan cara Horner tentukan hasil bagi dan sisa setiap pembagian berikut.

a. $(2x^2+3x+1):(2x-1)$

b. $(x^3+5x-7):(2x+3)$

c. $(4x^3-6x^2+9):(2x+1)$

d. $(3x^4+2x^3-7x^2+5x-2):(3x-1)$

e. $(81x^4-1):(3x-1)$

f. $(4x^5-10x^4+2x^3-x^2+2x-8):(2x+3)$

15. Dengan cara pembagian bersusun, tentukan hasil bagi dan sisanya jika

a. x^3+3x^2+6 dibagi x^2-x+1

b. $2x^4-4x^3+3x^2-2x+8$ dibagi x^2+2x+2

c. $x^5+3x^3-x^2-3$ dibagi x^2-4x+5

16. Dengan cara Horner, tentukan hasil bagi dan sisanya jika

a. x^3+2x^2-8x-2 dibagi $x^2-2x-15$

b. x^4-3x^2+5x+2 dibagi x^2-4

c. $4x^5-x^4+2x^3+6x^2-4x+7$ dibagi x^2+2x-3

Latihan 1.2 B

1. Sederhanakan

a. $(x+y+z)(x+y+z)(x+y+z)$

b. $(x-y+z)(x+y-z)(x-y-z)(x+y+z)$

2. Tentukan nilai konstanta A dan B pada persamaan-persamaan berikut.

a. $(Ax+B)(x-3)=4x^2-11x-3$

b. $(Ax+B)(x^2-1)=x^3+2x^2-x-2$

c. $(Ax+B)(2x^2-3x+4)=4x^3-x+12$

d. $(Ax+B)(x^2+4)=2x^3-3x^2+8x-12$

3. Diberikan polinomial $P(x)=x^2-3x+2$, $Q(x)=x^3-2$, dan $R(x)=x^3-4x^2+5x$. Tentukan

a. $P(x)\times Q(x)+R(x)$

b. $[Q(x)-R(x)]P(x)$

c. $[R(x)-Q(x)][P(x)+R(x)]$

d. $P(x)\times Q(x)\times R(x)$

4. Pada setiap identitas berikut, tentukan nilai dari A, B, C, D, dan R

a. $2x^4+3x^3-5x^2+11x-5\equiv(x+3)(Ax^3+Bx^2+Cx+D)+R$

b. $3x^4-7x^3+17x^2-14x+5\equiv(3x-1)(Ax^3+Bx^2+Cx+D)+R$

5. Diketahui kesamaan $\frac{3x^2-8x+13}{(x+3)(x-1)^2} \equiv \frac{A}{x+3}+\frac{B}{x-1}+\frac{C}{(x-1)^2}$. Tentukan nilai *A*, *B*, dan *C*.

6. Jika $\frac{2x^2+x+2}{x^3-1} \equiv \frac{ax+b}{x^2+x+1}-\frac{c}{1-x}$, tentukan nilai $b-a+c$.

7. Dengan cara Horner, tentukan sisanya jika polinomial $f(x)=3x^3+16x^2-15x+14$ dibagi $3x-2$. Kemudian tunjukkan bahwa sisa pembagian tersebut adalah $f(\frac{2}{3})$.

8. Tentukan nilai *m* jika
   a. $x^2-12x+m$ habis dibagi $x+2$
   b. mx^3+x^2+x+2 dibagi $3x-2$ sisanya 4

9. Diberikan polinomial $f(x)=x^3-6x^2+11x-6$ dan $g(x)=x^4-px^2+100x$. Jika polinomial $f(x)$ dan $g(x)$ dibagi $x+2$ memberikan sisa yang sama, tentukan nilai *p*.

10. Polinomial $x^3-k^2x^2+3x+k$ habis dibagi $x-2$, tunjukkan bahwa nilai *k* adalah 2 atau $-\frac{7}{4}$.

D. Teorema Sisa

Seperti telah dikemukakan bahwa jika polinomial $f(x)$ dibagi $x-b$ menghasilkan $H(x)$ dengan sisa $S(x)$ maka diperoleh hubungan $f(x)=(x-b)\cdot H(x)+S(x)$

Dari hubungan tersebut kita mendapatkan Teorema Sisa berikut:

> ***Teorema Sisa***
> Jika polinomial $f(x)$ dibagi $x-b$ maka sisanya adalah $S = f(b)$.

Bukti:

Karena pembaginya adalah $x-b$ (berderajat 1), maka sisanya adalah kontanta *S* sehingga dengan menggantikan nilai $x=b$ pada persamaan $f(x)=(x-k)\cdot H(x)+S$ maka diperoleh $f(b)=(b-b)\cdot H(b)+S$, sehingga sisa pembagian adalah $S = f(b)$.

Contoh 13:

Tentukan sisa pembagian jika polinomial x^3-3x+2 dibagi $x-3$.

Jawab:

Menurut teorema sisa, sisa pembagian ini dapat diperoleh dengan mensubstitusikan nilai $x = 3$ ke dalam polinomial $f(x) = x^3 - 3x + 2$ sehingga diperoleh

$f(3) = 3^3 - 3(3) + 2 = 20$.

Jadi, sisa pembagiannya adalah 20.

Contoh 14:

Polinomial $x^3 - 3x^2 + ax + b$ jika dibagi $x - 1$ menghasilkan sisa – 4 demikian juga jika dibagi $x - 2$ menghasilkan sisa – 4. Tentukan sisa pembagian jika polinomial tersebut dibagi $x - 3$.

Jawab:

Jika $f(x) = x^3 - 3x^2 + ax + b$ dibagi dengan $x - 1$ menghasilkan sisa – 4, maka

$f(1) = 1^3 - 3(1)^2 + a(1) + b = a + b - 2 = -4 \rightarrow a + b = -2$ .... 1)

Jika $f(x) = x^3 - 3x^2 + ax + b$ dibagi dengan $x - 2$ menghasilkan sisa – 4, maka

$f(2) = 2^3 - 3(2)^2 + a(2) + b = 2a + b - 4 = -4 \rightarrow 2a + b = 0$ ....2)

Dari persamaan 1) dan 2) diperoleh

$$\begin{array}{rl} a + b = -2 & \\ 2a + b = 0 & - \\ \hline -a = -2 & \\ a = 2 & \end{array}$$

Dengan substitusi nilai a = 2 ke persamaan $a + b = -2$ diperoleh $2 + b = -2 \rightarrow b = -4$, maka polinomial tersebut adalah $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 4$

Sisa pembagian polinomial $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 4$ dibagi dengan $x - 3$ adalah

$f(3) = 3^3 - 3(3)^2 + 2(3) - 4 = 2$.

Teorema sisa berguna sekali ketika menentukan sisa pembagian suatu polinomial dengan bentuk linear seperti $x - 2$, tetapi untuk pembagian dengan bentuk linear seperti misalnya $3x - 2$ diperlukan perluasan teorema sisa seperti berikut.

> ***Perluasan Teorema Sisa***
> Jika polinomial $f(x)$ dibagi $ax - b$ maka sisanya adalah S = $f(\frac{b}{a})$.

Bukti:

Karena pembaginya adalah $ax-b$ (berderajat 1), maka sisanya adalah kontanta S sehingga dengan menggantikan nilai $x=\frac{b}{a}$ pada persamaan $f(x)=(ax-b)\cdot H(x)+S$ maka diperoleh $f(\frac{b}{a})=(a(\frac{b}{a})-b)\cdot H(\frac{b}{a})+S$, sehingga sisa pembagian adalah $S=f(\frac{b}{a})$.

Contoh 15:

Tentukan sisa pembagian polinomial x^3-3x+4 dibagi $2x+3$.

Jawab:

Misalkan $f(x)=x^3-3x+4$ dibagi oleh $2x+3$ maka sisanya sama dengan nilai polinomial untuk $x=-\frac{3}{2}$ yaitu $f(-\frac{3}{2})=(-\frac{3}{2})^3-3(-\frac{3}{2})+4=-\frac{27}{4}+\frac{9}{2}+4=5\frac{1}{8}$.

Contoh-contoh yang telah dibahas merupakan pembagian polinomial oleh bentuk linear seperti $x-2$ atau $2x+3$ dan lain-lain. Jika pembaginya merupakan bentuk kuadrat ax^2-bx+c maka sisa pembagian adalah bentuk linear $px+q$ (derajat sisa pembagian adalah 1 lebih rendah dari derajat pembagi). Jika pembagi tidak dapat difaktorkan, maka untuk menentukan sisa pembagian dilakukan dengan cara susun. Sedangkan pada soal-soal dengan pembagi yang dapat difaktorkan, menentukan sisa pembagian dapat dilakukan dengan pemisalan bahwa sisa adalah $S(x)=px+q$.

Contoh 16:

Tentukan sisa pembagian polinomial x^3+2x^2-x-5 dibagi oleh x^2-2x-3.

Jawab:

Pada contoh ini pembagi x^2-2x-3 berderajat 2 dan dapat difaktorkan menjadi $(x-3)(x+1)$, sehingga sisa pembagian berderajat 1 dimisalkan $S(x)=px+q$

Untuk $f(x)=x^3+2x^2-x-5$ diperoleh hubungan

$$f(x)=(x^2-2x-3)\cdot H(x)+S(x)$$
$$f(x)=(x-3)(x+1)\cdot H(x)+(px+q)$$

Dengan mengambil nilai $x=3$ diperoleh

$$f(3)=(3-3)(3+1)\cdot H(3)+(p(3)+q)$$
$$3^3+2(3^2)-3-5=3p+q$$
$$3p+q=37 \text{.....................1)}$$

Dengan mengambil nilai $x=-1$ diperoleh

$$f(1)=(1-3)(-1+1)\cdot H(-1)+(p(-1)+q)$$
$$(-1)^3+2(-1)^2-(-1)-5=-p+q$$
$$-p+q=-3 \text{.....................2)}$$

Dari persamaan 1) dan 2) diperoleh

$$\begin{array}{r} 3p+q=37 \\ -p+q=-3 \\ \hline 4p=40 \\ p=10 \end{array} -$$

Untuk nilai p = 10 diperoleh $-p+q=-3 \rightarrow -10+q=-3 \rightarrow q$ = 7 sehingga sisa pembagian adalah $S(x)=px+q \rightarrow S(x)=10x+7$.

Contoh 17:

Misalkan polinomial $f(x)$ dibagi $x-1$ sisanya 3, sedangkan jika dibagi $x+2$ sisanya 6. Tentukan sisanya, jika $f(x)$ dibagi oleh x^2+x-2.

Jawab:

Berdasarkan teorema sisa

$f(x)$ dibagi $x-1$ sisanya 3 $\rightarrow$ $f(1)=3$

$f(x)$ dibagi $x+2$ sisanya 6 $\rightarrow$ $f(-2)=6$

Misalkan sisa pembagian adalah $S(x)=px+q$ maka

$$f(x)=(x-1)(x+2)\cdot H(x)+S(x)$$

$$f(x)=(x-1)(x+2)\cdot H(x)+(px+q)$$

Dari $f(1)=3$ diperoleh $f(1)=(1-1)(1+2)\cdot H(1)+(p(1)+q)=3$

$p+q=3$ ....1)

Dari $f(-2)=6$ diperoleh $f(-2)=(-2-1)(-2+2)\cdot H(-2)+(p(-2)+q)=6$

$-2p+q=6$ ....2)

Dari persamaan 1) dan 2) diperoleh

$$\begin{array}{r} p+q=3 \\ -2p+q=6 \\ \hline 3p=-3 \\ p=-1 \end{array} -$$

Untuk $p=-1$ maka $p+q=3 \rightarrow -1+q=3 \rightarrow q=4$

Jadi, sisa pembagiannya adalah $S(x)=px+q \rightarrow S(x)=-x+4$.

Contoh 18:

Misalkan polinomial $f(x)$ dibagi x^2-1 sisanya $2x-5$ dan jika $f(x)$ dibagi x^2-4 sisanya $x+3$. Tentukan sisanya jika $f(x)$ dibagi x^2+3x+2.

Jawab:

Pembagi x^2+3x+2 berderajat 2, maka sisa pembagian berderajat 1 dan dimisalkan $S(x)=px+q$ sehingga

$$f(x)=(x^2+3x+2)\cdot H(x)+S(x)$$
$$f(x)=(x+2)(x+1)\cdot H(x)+(px+q)$$

Untuk dapat menentukan sisanya, harus dicari nilai polinomial untuk $x=-2$ yaitu $f(-2)$ dan nilai polinomial untuk $x=-1$ yaitu $f(-1)$.

Dari soal diketahui bahwa $f(x)$ dibagi x^2-4 sisanya $x+3$ maka

$$f(x)=(x^2-4)\cdot H(x)+S(x)$$
$$f(x)=(x-2)(x+2)\cdot H(x)+(x+3)$$

Jika diambil nilai $x=-2$ maka $f(-2)=(-2-2)(-2+2)\cdot H(-2)+(-2+3)=1$

Dari soal diketahui bahwa $f(x)$ dibagi x^2-1 sisanya $2x-5$ maka

$$f(x)=(x^2-1)\cdot H(x)+S(x)$$
$$f(x)=(x-1)(x+1)\cdot H(x)+(2x-5)$$

Jika diambil nilai $x=-1$ maka $f(-1)=(-1-1)(-1+1)\cdot H(-1)+(2(-1)-5)=-7$

Dengan menggunakan dua hasil terakhir yaitu $f(-2)=1$ dan $f(-1)=3$ maka untuk $f(x)=(x+2)(x+1)\cdot H(x)+(px+q)$ diperoleh

$$f(-2)=(-2+2)(-2+1)\cdot H(-2)+(p(-2)+q)=1\rightarrow -2p+q=1 \text{ .... } 1)$$
$$f(-1)=(-1+2)(-1+1)\cdot H(-1)+(p(-1)+q)=-7\rightarrow -p+q=-7 \text{ .... } 2)$$

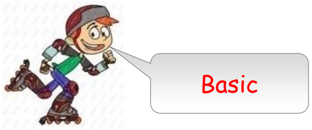
Dari persamaan 1) dan 2) diperoleh nilai p dan q

$$\begin{array}{rl} -2p+q=1 & \\ -p+q=-7 & - \\ \hline -p=8 & \\ p=-8 & \end{array}$$

Untuk nilai $p=-8$ maka $-p+q=-7\rightarrow -(-8)+q=-7\rightarrow q=-15$.

Jadi, jika $f(x)$ dibagi x^2+3x+2 maka sisa pembagiannya adalah $S(x)=px+q\rightarrow S(x)=-8x-15$.

Latihan 1.3 A



1. Tentukan sisa pembagian jika
   a. $x^2 - 5x + 2$ dibagi $x - 3$
   b. $x^3 + 3x^2 - 2x + 1$ dibagi $2x - 1$
   c. $3x^4 + x^2 - 7x + 6$ dibagi $x + 2$
   d. $2x^3 + 5x^2 - 3x + 6$ dibagi $3x + 1$

2. Tentukan sisa pada pembagian berikut
   a. $(x^7 + 3x^5 + 1) : (x^2 - 1)$
   b. $(2x^4 - 3x^3 + 5x - 2) : (x^2 - x - 2)$
   c. $(100x^6 - 1) : (4x^2 - 1)$
   d. $(x^7 - 7x^4 + 3x) : (x^3 - 4x)$

3. Polinomial $f(x)$ jika dibagi $x - 2$ memberikan sisa 6 dan jika dibagi $x + 5$ memberikan sisa – 8. Tentukan sisanya jika $f(x)$ dibagi dengan $x^2 + 3x - 10$.

4. Jika $f(x)$ dibagi $x - 1$ sisanya 4 dan dibagi $x - 2$ sisanya 5, tentukan sisanya jika $f(x)$ dibagi $x^2 - 3x + 2$.

5. Jika $T(x)$ dibagi $x^2 - 3x + 2$ sisanya $3x - 1$, tentukan sisanya jika dibagi
   a. $x - 1$
   b. $x - 2$

6. Diketahui polinomial $f(x)$ jika dibagi dengan $x^2 - x$ sisanya $4 - 3x$ dan jika dibagi dengan $x^2 + x$ sisasnya $4 - x$. Tentukan sisanya jika $f(x)$ dibagi dengan $x^2 - 1$.

7. Polinomial $f(x)$ dibagi dengan $x - 1$, $x - 2$, dan $x - 3$ sisanya berturut-turut adalah - 1, - 12, dan 31. Tentukan sisanya jika $f(x)$ dibagi dengan $(x-1)(x-2)(x-3)$.

8. Jika $-2x^4 + (2b+5)x^3 + 16x - 26$, tentukan nilai *b*.

9. Jika $x^3 + 2x^2 + px - 3$ dibagi $x + 1$ sisanya sama dengan jika dibagi $x - 2$. Tentukan nilai *p*.

10. Jika $x^3 + ax^2 + bx + 5$ dibagi $x - 2$ sisanya 23 dan jika dibagi $x + 1$ sisanya 11. Tentukan nilai *a* dan *b*.

11. Tentukan *m* dan *n* jika
    a. $x^5 + mx^3 + n$ dibagi $x^2 - 1$ sisanya adalah $2x + 1$.
    b. $2x^4 - 3x^3 + mx^2 + 5x + n$ dibagi $x^2 - x - 6$ sisanya adalah $6x + 5$.
    c. $x^4 - mx^3 - (m-n)x^2 + (3m+n+2)x - 3m - n$ dibagi $x^2 + x - 2$.

Latihan 1.3 B

1. Polinomial $ax^5 - 2x^4 + 3x^3 + 4x^2 + bx - 6$ jika dibagi $x-2$ dan $x-3$ memberikan sisa 12 dan 159. Tentukan sisanya jika polinomial tersebut dibagi $(x-1)(x-2)(x-3)$.

2. Diketahui $f(x)$ dibagi $x-1$ bersisa 12, dibagi $x+1$ bersisa 4, dan dibagi $x-3$ bersisa 16. Berapakah sisanya apabila $f(x)$ dibagi $(x^2-1)(x-3)$?

3. Jika $x^9 + ax^6 + bx^3 + a + b$ habis dibagi $x^2 - 1$, tentukan sisanya jika polinomial tersebut dibagi dengan $x^3 - x$.

4. Diberikan $f(x) = h(x) \cdot g(x)$. Jika $f(x)$ dibagi $x^2 - 1$ bersisa $3x+5$, sedangkan jika $h(x)$ dibagi $x-1$ dan $x+1$ bersisa 2 dan 2. Tentukan nilai masing-masing sisa, jika $g(x)$ dibagi $x-1$ dan $x+1$.

5. Jika $g(x)$ dibagi $x-1$ dan $x+1$ masing-masing bersisa 3 dan 2. Akan tetapi, jika $h(x)$ dibagi $x+1$ dan $x-1$ masing-masing besisa 2 dan 1. Jika $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$, tentukan sisanya pada pembagian $f(x)$ oleh $x^2 - 1$.

E. Teorema Faktor

Ketika kita diminta untuk menyelesaikan persamaan polinomial $f(x) = 0$ dengan memfaktorkan, kita menulis polinomial tersebut sebagai $(x-t)(x-u)(x-v)...$, dan kita menyimpulkan bahwa akar-akarnya adalah $x = t$ atau $x = u$ atau $x = v$ dan seterusnya. Maka ketika nilai $x = t$ disubstitusikan ke dalam polinomial diperoleh $f(t) = 0$, dan di $x - t$ disebut faktor dari polinomial $f(x)$. Demikian pula untuk nilai $x = u$ atau $x = v$ dan seterusnya. Hasil ini, sebagai keadaan khusus dari teorema sisa yaitu keadaan di mana sisa pembagian sama dengan nol, dinamakan **teorema faktor**.

> ***Teorema Faktor***
> Misalkan $f(x)$ adalah suatu polinomial, $x - a$ merupakan faktor dari $f(x)$ jika dan hanya jika $f(a) = 0$

Bukti:

Pembuktian teorema faktor ini kita lakukan dalam dua arah.

i. Jika $x-a$ merupakan faktor dari $f(x)$ maka $f(x)=(x-a)\cdot H(x)$. Dengan substitusi nilai $x=a$ ke dalam persamaan diperoleh bahwa $f(a)=(a-a)\cdot H(x)=0$.

ii. Jika $f(x)$ dibagi $x-a$ dengan hasil $H(x)$ dan sisa S maka $f(x)=(x-a)\cdot H(x)+S$, maka $f(x)=(x-a)\cdot H(x)+S$.

Dengan substitusi $x=a$ ke dalam identitas diperoleh $f(a)=S$, sehingga jika $f(a)=0$ maka $S=0$. Dengan demikian maka $x-a$ merupakan faktor dari polinomial $f(x)$.

Untuk menentukan faktor dari suatu polinomial, kita hanya dapat mencoba-coba beberapa faktor $x-a$ dengan a merupakan faktor-faktor dari konstanta polinomial tersebut. Misalnya pada polinomial x^3-x^2-5x-3, konstantanya adalah 3 dengan faktor-faktornya ± 1dan ± 3 sehingga kemungkinan faktor-faktor polinomialnya adalah $x+1$, $x-1$, $x+3$, atau $x+3$.

Contoh 19:

Tentukan faktor-faktor dari polinomial x^3-x^2-5x-3.

Jawab:

Konstanta pada polinomial x^3-x^2-5x-3 adalah 3 dengan faktor-faktornya adalah ± 1 dan ± 3. Kemungkinan faktor dari polinomial tersebut adalah $x+1$, $x-1$, $x+3$, atau $x+3$.

Untuk memastikan apakah $x+1$ merupakan faktor dari $f(x)=x^3-x^2-5x-3$ kita substitusikan nilai $x=-1$ sehingga diperoleh $f(-1)=(-1)^3-(-1)^2-5(-1)-3=0$.
Karena $f(-1)=0$ maka $x+1$ merupakan faktor.

Selanjutnya kita dapat membagi x^3-x^2-5x-3 oleh $x+1$ sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} x^3-x^2-5x-3 &= (x+1)(x^2-2x-3) \\ &= (x+1)(x+1)(x-3) \\ &= (x+1)^2(x-3) \end{aligned}$$

Jadi, faktor-faktornya adalah $x+1$ dan $x-3$.

Dalam menentukan faktor dari suatu polinomial, selain dengan cara substitusi seperti yang telah dibahas, kita dapat pula menggunakan pembagian sintetik (cara Horner). Perhatikan uraian berikut untuk contoh yang telah dibahas.

Dengan cara Horner, kita akan mencoba apakah $x+1$ merupakan faktor dari x^3-x^2-5x-3.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -1 & -5 & -3 \\ -1 & & -1 & 2 & 3+ \\ \hline & 1 & -2 & -3 & |0 \end{array}$$

Karena pada pembagian ini sisanya adalah 0, maka $x+1$ merupakan faktor dari polinomial. Untuk selanjutnya, hasil pembagian x^2-2x-3 dapat difaktorkan biasa sehingga didapat $(x+1)(x-3)$.

Maka faktor faktor dari polinomial x^3-x^2-5x-3 adalah $x+1$ dan $x-3$.

Contoh 20:

Tentukan faktor-faktor dari polinomial $2x^3 + x^2 - 13x + 6$.

Jawab:

Perhatikan bahwa koefisien dari pangkat tertinggi adalah 2 dan konstanta adalah 6. Oleh sebab itu, bentuk umum dari faktornya adalah $ax - b$ dengan a merupakan faktor dari 2 dan b merupakan faktor dari 6. Sehingga a adalah ± 1 atau ± 2, dan b adalah ± 1, ± 2, ± 3, atau ± 6.

Kita dapat mengurangi kemungkinan jumlah faktor dengan dua cara:

- $ax - b$ tidak begitu berbeda dengan $-ax + b$ sehingga kita dapat mengambil a positif saja yaitu 1 atau 2.
- $2x \pm 2$ atau $2x \pm 6$ bukan merupakan faktor karena 2 bukan merupakan faktor persekutuan dari masing-masing koefisien yang terdapat pada polinomial.

Jadi, hanya terdapat dua belas kemungkinan faktor yaitu $x \mp 1$, $x \mp 2$, $x \mp 3$, $x \mp 6$, $2x \mp 1$, $2x \mp 3$. Selanjutnya dilakukan uji coba dengan substitusi nilai-nilai $x = \pm 1$, $x = \pm 2$, $x = \pm 3$, $x = \pm 6$, $x = \pm \frac{1}{2}$, dan $x = \pm \frac{3}{2}$ ke dalam polinomial $f(x) = 2x^3 + x^2 - 13x + 6$ sehingga diperoleh nilai 0. Setelah melalui uji coba, dapat dibuktikan bahwa $x = 2$ menghasilkan nilai 0 atau $f(2) = 0$, maka $x - 2$ merupakan faktor dari polinomial tersebut.

Dengan cara skema, pembuktian tersebut dapat dilakukan seperti berikut

$$
\begin{array}{c|cccc}
 & 2 & 1 & -13 & 6 \\
2 & & 4 & 10 & -6 \\
\hline
 & 2 & 5 & -3 & |0
\end{array}
$$

Hasil pembagian yaitu $(2x^2 + 5x - 3)$ dapat difaktorkan lebih lanjut menjadi $(2x - 1)(x + 3)$ sehingga $f(x) = (x - 2)(2x - 1)(x + 3)$. Jadi, faktor rasionalnya adalah $x - 2$, $2x - 1$, dan $x + 3$.

Contoh 21:

Tentukan faktor-faktor dari polinomial $3x^3 + 4x^2 + 5x - 6$.

Jawab:

Perhatikan bahwa koefisien dari pangkat tertinggi adalah 3 dan konstanta adalah 6. Oleh sebab itu, bentuk umum dari faktornya adalah $ax - b$ dengan a merupakan faktor dari 3 dan b merupakan faktor dari 6. Sehingga a adalah ± 1 atau ± 3, dan b adalah ± 1, ± 2, ± 3, atau ± 6.

Kita dapat mengurangi kemungkinan jumlah faktor dengan dua cara:

- $ax - b$ tidak begitu berbeda dengan $-ax + b$ sehingga kita dapat mengambil a positif saja yaitu 1 atau 3.
- $3x \pm 3$ atau $3x \pm 6$ bukan merupakan faktor karena 3 bukan merupakan faktor persekutuan dari masing-masing koefisien yang terdapat pada polinomial.

Jadi, hanya terdapat dua belas kemungkinan faktor yaitu $x \mp 1$, $x \mp 2$, $x \mp 3$, $x \mp 6$, $3x \mp 1$, $3x \mp 2$. Selanjutnya dilakukan uji coba dengan substitusi nilai-nilai $x = \pm 1$, $x = \pm 2$, $x = \pm 3$, $x = \pm 6$, $x = \pm \frac{1}{3}$, dan $x = \pm \frac{2}{3}$ ke dalam polinomial $f(x) = 3x^3 + 4x^2 + 5x - 6$ sehingga diperoleh nilai 0. Setelah melalui uji coba, dapat dibuktikan bahwa $x = \frac{2}{3}$ menghasilkan nilai 0 atau $f(\frac{2}{3}) = 0$, maka $3x - 2$ merupakan faktor dari polinomial tersebut.

Dengan cara skema, pembuktian tersebut dapat dilakukan seperti berikut

$$\begin{array}{c|cccc} & 3 & 4 & 5 & -6 \\ \frac{2}{3} & & 2 & 4 & 6 \\ \hline & 3 & 6 & 9 & |0 \end{array}$$

Hasil pembagian $\frac{3x^2+6x+9}{3} = x^2 + 2x + 3$ tidak dapat difaktorkan lebih lanjut sehingga $f(x) = (3x-2)(x^2 + 2x + 3)$. Dengan demikian maka faktor rasional dari polinomial $f(x) = 3x^3 + 4x^2 + 5x - 6$ adalah $3x - 2$.

Contoh 22:

Tentukan nilai *a* jika $x - 2$ merupakan faktor dari $f(x) = x^4 + ax^2 - ax + 2$.

Jawab:

$x - 2$ merupakan faktor maka $f(2) = 0$ sehingga

$f(2) = 2^4 + a(2)^2 - a(2) + 2 = 0 \;\rightarrow\; 16 + 4a - 2a + 2 = 0 \;\rightarrow\; a = -9$.

Contoh 23:

Tentukan nilai *a* dan b $f(x) = ax^3 - 5x^2 - 22x + b$ mempunyai faktor $x^2 - 4x - 5$.

Jawab:

$x^2 - 4x - 5$ dapat difaktorkan menjadi $(x-5)(x+1)$ sehingga dengan mengambil nilai $x = 5$ harus berlaku $f(5) = 0$ dan dengan mengambil nilai $x = -1$ harus berlaku $f(-1) = 0$.

$f(5) = 0 \;\rightarrow\; f(5) = a(5)^3 - 5(5)^2 - 22(5) + b = 0 \;\rightarrow\; 125a + b = 235$ ....1)

$f(-1) = 0 \;\rightarrow\; f(-1) = a(-1)^3 - 5(-1)^2 - 22(-1) + b = 0 \;\rightarrow\; -a + b = -17$ ....2)

Dari persamaan 1) dan 2) diperoleh

$$\begin{array}{r} 125a + b = 235 \\ -a + b = -17 \\ \hline 126a = 252 \\ a = 2 \end{array} -$$

Substitusi nilai *a* = 2 ke persamaan 2) sehingga diperoleh $-2 + b = -17 \;\rightarrow\; b = -15$.
Jadi, nilai *a* dan *b* berturut-turut adalah 2 dan –15.

Contoh 24:

Tentukan nilai n yang mungkin agar pecahan $\dfrac{x^2 - 7x + n}{x^2 - 3x + 2}$ dapat disederhanakan.

Jawab:

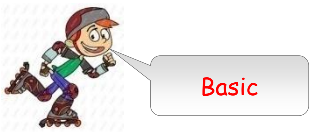
Penyebut dari pecahan yaitu $x^2 - 3x + 2$ dapat difaktorkan menjadi $(x-2)(x-1)$, berarti pembilang $x^2 - 7x + n$ memiliki salah satu faktor $x - 2$ atau $x - 1$. Sehingga untuk $x = 2$ maupun $x = 1$ nilai pembilang $f(x) = x^2 - 7x + n$ harus sama dengan 0.

$x = 2 \;\rightarrow\; f(2) = (2)^2 - 7(2) + n = 0 \rightarrow\; n = 10$.

$x = 1 \;\rightarrow\; f(1) = (1)^2 - 7(1) + n = 0 \rightarrow\; n = 6$.

Jadi, pecahan tersebut dapat disederhanakan jika nilai n = 10 atau n = 6.

Latihan 1.4 A



1. Dengan menggunakan teorema faktor, tunjukkan bahwa
   a. $x + 4$ faktor dari $x^3 - 13x + 12$
   b. $x - 3$ faktor dari $x^4 + x^3 - 14x^2 + 7x - 3$
   c. $2x - 3$ faktor dari $2x^3 - 5x^2 - x + 6$
   d. $3x + 1$ faktor dari $3x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 8x + 4$
   e. $x - 1$ dan $x - a$ faktor dari $x^3 - (2a+1)x^2 + (a^2 + 2a)x - a^2$

2. Tentukan faktor-faktor dari polinomial berikut.
   a. $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$
   b. $x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6$
   c. $y^3 - y^2 - 16y$
   d. $2x^3 + 7x^2 - 5x - 4$
   e. $6x^4 + x^3 - 17x^2 - 16x - 4$
   f. $2z^4 - 9z^3 + 5z^2 - 3z - 4$

3. Jika $x + 3$ merupakan faktor dari polinomial $x^3 + ax^2 - 11x + 30$, tentukan
   a. nilai a
   b. faktor-faktor linear lainnya.

4. Diketahui $x + 1$ dan $2x - 1$ adalah faktor-faktor dari $2x^3 + ax^2 + bx + 2$, tentukan nilai a dan b serta tentukan pula faktor yang lain.

5. Diketahui $x^2 - x - 2$ adalah faktor dari $x^4 + (a-2)x + b$, tentukan nilai a dan b.

6. Tentukan nilai a dan b agar polinomial $x^4 + 5x^3 + ax^2 - 22x + b$ mempunyai faktor $x^2 + x - 6$.

7. Tentukan nilai-nilai p yang mungkin agar setiap pecahan berikukt dapat disederhanakan

a. $\dfrac{x^3 - x^2 - x + p^2}{x^2 - 1}$

b. $\dfrac{x^2 + px - 10}{x^2 + 5x + 6}$

Latihan 1.4 B

1. Dengan menggunakan teorema faktor, tunjukkan bahwa
   a. $x + y$ adalah faktor dari $x^3 + 4x^2y + 4xy^2 + y^3 + x + y$
   b. $x - y$ adalah faktor dari $x^2(y - z) + y^2(z - x) + z^2(x - y)$

2. Tentukan nilai *m* jika $a - 3b$ merupakan faktor dari $a^4 - 2ma^2b^2 + 9b^4$.

3. Diketahui $x - y + 1$ adalah faktor dari $ax^2 + bxy + cy^2 + 5x - 2y + 3$. Tentukan nilai *a*, *b*, dan *c*.

4. Polinomial $x^3 - ax^2 - bx - 3a$ dan $x^3 + (a - 2)x^2 - bx - 3b$ mempunyai sebuah faktor berderajat dua yang sama. Tentukan nilai *a* dan *b*.

5. Tentukan nilai *m* dan *n* agar pecahan-pecahan berikut dapat disederhanakan
   a. $\dfrac{x^2 + 2x + m}{(x - 2)(x + n)}$
   b. $\dfrac{6x^3 - 3x^2 + mx + n}{x^2 + x - 2}$

F. Persamaan Polinomial

Persamaan polinomial $f(x) = 0$ diselesaikan dengan memfaktorkan $f(x)$ terlebih dahulu kemudian dari faktor-faktor tersebut ditentukan nilai *x* yang memenuhi. Nilai-nilai *x* tersebut dinamakan akar-akar persamaan polinomial.

Berikut ini algoritma penentuan akar-akar rasional persamaan polinomial $f(x) = 0$. Algoritma ini opsional, artinya boleh diikuti langkah-langkahnya atau dapat langsung melakukan cara coba-coba dengan menyelidiki faktor-faktor dari konstanta polinomial.

Langkah 1: Selidiki apakah jumlah koefisien-koefisien $f(x)$ sama dengan 0?

- Jika ya, maka $x = 1$ merupakan akar dari $f(x) = 0$.
- Jika tidak, lakukan langkah 2.

Langkah 2: Periksa apakah jumlah koefisien-koefisien variabel berpangkat genap sama dengan jumlah koefisien-koefisien berpangkat ganjil?

- Jika ya, maka $x = -1$ merupakan akar dari $f(x) = 0$.
- JIka tidak, lakukan langkah 3.

Langkah 3: Tentukan faktor-faktor dari nilai mutlak konstanta, lakukan dengan cara coba-coba.

Contoh 25:

Tunjukkan bahwa 3 merupakan salah satu akar persamaan polinomial $x^3 - 7x - 6 = 0$, kemudian tentukan akar-akar yang lain.

Jawab:

Suatu bilangan merupakan salah satu dari polinomial jika nilai polinomial untuk bilangan tersebut adalah 0. Dengan menggunakan cara Horner, untuk nilai *x* = 3 akan ditunjukkan bahwa sisanya adalah 0.

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 0 & -7 & -6 \\ 3 & & 3 & 9 & 6+ \\ \hline & 1 & 3 & 2 & \vert\ 0 \end{array}$$

Terlihat bahwa sisa pembagiannya adalah 0, berarti *x* = 3 merupakan salah satu akar persamaan. Akar-akar yang lain dapat ditentukan dengan memfaktorkan hasil pembagian $x^2 + 3x + 2$ menjadi $(x+2)(x+1)$.
Jadi, akar-akar yang lain adalah $x = -2$ dan $x = -1$.

Contoh 26:

Tentukan akar-akar dari $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$.

Jawab:

Jika kita menggunakan algoritma, maka langkah 1 adalah menjumlahkan seluruh koefisien polinomial yaitu 1-6+11-6= 0, berarti *x* = 1 merupakan salah satu akar polinomial. Akar-akar yang lain dicari dengan cara Horner.

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & -6 & 11 & -6 \\ 1 & & 1 & -5 & 6+ \\ \hline & 1 & -5 & 6 & \vert\ 0 \end{array}$$

Akar-akar yang lain dapat ditentukan dengan memfaktorkan hasil pembagian $x^2 - 5x + 6$ menjadi $(x-6)(x+1)$. Jadi, akar-akar polinomial tersebut adalah $x = 1$, $x = 6$ dan $x = -1$.

Contoh 27:

Tentukan akar-akar dari $2x^3 - 9x^2 + 2x + 1 = 0$.

Jawab:

Jika kita menggunakan algoritma, maka langkah 1 dan 2 tidak memenuhi, berarti harus digunakan langkah 3 yaitu cara coba-coba.

Pada contoh 21 telah dibahas kemungkinan-kemungkinan faktor polinomial jika koefisien dari variabel pangkat tertingginya tidak sama dengan 1. Faktor tersebut dinyatakan dalam bentuk umum sebagai $ax - b$ sehingga nilai *x* yang memungkinkan menjadi akar persamaan polinomial adalah $x = \frac{b}{a}$ dengan *b* adalah faktor-faktor bulat dari konstanta dan *a* adalah faktor-faktor bulat dari koefisien variabel pangkat tertinggi.

Pada contoh ini nilai *b* adalah faktor-faktor bulat dari 1 yaitu ± 1 sedangkan *a* adalah faktor-faktor bulat dari 2 yaitu ± 1 dan ± 2, sehingga kemungkinan akar-akar persamaannya adalah ± 1 dan $\pm\frac{1}{2}$. Dari algoritma langkah 1 dan 2 terlihat bahwa $x = 1$ maupun $x = -1$ bukan akar persamaan, maka dapat dibuktikan bahwa $x = \frac{1}{2}$ merupakan salah satu akar persamaan.

	2	−9	2	1
$\frac{1}{2}$		1	−4	−1 +
	2	−8	−2	0

Akar-akar lain diperoleh dengan menyelesaikan persamaan hasil pembagian polinomial yaitu $\frac{2x^2-8x-2}{2} = x^2 - 4x - 1 = 0$. Persamaan ini tidak dapat difaktorkan seperti biasa melainkan harus menggunakan rumus akar persamaan kuadrat (rumus *abc*).

$$x_{1,2} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(-1)}}{2(1)} = \frac{4 \pm \sqrt{20}}{2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 2 \pm 2\sqrt{5}$$

Akar-akarnya adalah $x = 2 + 2\sqrt{5}$ atau $x = 2 - 2\sqrt{5}$ yang merupakan bilangan irasional.

Jadi, persamaan polinomial $2x^3 - 9x^2 + 2x + 1 = 0$ mempunyai satu akar rasional yaitu $x = \frac{1}{2}$ dan dua akar irasional yaitu $x = 2 + 2\sqrt{5}$ atau $x = 2 - 2\sqrt{5}$.

Contoh 28:

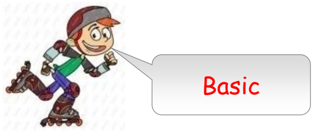
Persamaan $x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 20x - 12 = 0$ mempunyai akar-akar $x = -2$ dan $x = 3$. Tentukan akar yang lain.

Jawab:

	1	2	−7	−20	−12
−2		−2	0	14	12
	1	0	−7	−6	0
3		3	9	6	
	1	3	2	0	

Akar-akar lain dapat ditentukan dengan memfaktorkan hasil pembagian terakhir yaitu $x^2 + 3x + 2$ menjadi $(x+1)(x+2)$ sehingga diperoleh akar-akar lainnya yaitu $x = -1$ dan $x = -2$.

Latihan 1.5 A



1. Tunjukkan bahwa –3 adalah akar persamaan $x^3 - 3x^2 - 10x + 24 = 0$. Tentukan pula akar-akar yang lainnya.
2. Tunjukkan bahwa –1 dan –2 adalah akar-akar persamaan $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$. Tentukan pula akar-akar yang lainnya.
3. Jika 2 merupakan salah satu akar dari persamaan $x^3 - ax^2 + 26x - 24 = 0$, tentukan nilai a dan akar-akar yang lain.
4. Tentukan akar-akar dari persamaan berikut.
   a. $x^3 - 5x^2 + 7x - 2 = 0$
   b. $x^4 + x^3 - 12x^2 - 14x + 12 = 0$
   c. $2x^3 - 3x^2 - 5x + 6 = 0$
   d. $64x^4 - 1 = 0$
   e. $2x^4 - 7x^3 + 5x^2 + x - 1 = 0$
   f. $3x^4 + 7x^3 - 5x^2 + 12 = 0$
   g. $x^5 - 6x^4 + 7x^3 + 14x^2 - 48x + 32 = 0$
   h. $x^6 - 2x^4 + x^2 = 0$
5. Tentukan nilai a dan b jika x = 1 dan x = -1 merupakan akar dari persamaan
   a. $x^8 - ax^3 - b = 0$
   b. $x^9 + ax^6 + bx^3 - 15x^2 + 4x + 12 = 0$
6. Tentukan koordinat titik potong kurva fungsi polinomial berikut dengan sumbu x.
   a. $f(x) = x^3 - 13x - 12$
   b. $g(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

Latihan 1.5 B

1. Salah satu akar persamaan polinomial $x^3 - (3+2a)x^2 + (a^2 + 5a + 2)x - 2a(a+1) = 0$ adalah 2. Tentukan nilai a dan akar-akar yang lain.
2. Persamaan $y^3 - 3y^2 - y + n = 0$ mempunyai dua akar yang berlawanan tanda. Selesaikan persamaan itu dan tentukan himpunan penyelesaiannya.
3. Tentukan nilai n agar persamaan polinomial $2x^3 - nx^2 + 7x - 2 = 0$ mempunyai dua akar yang saling berkebalikan dan selesaikan persamaan tersebut.
4. Tentukan nilai p agar persamaan polinomial $x^3 + 5x^2 + 7x + p = 0$ mempunyai sebuah akar kembar yan gbulat dan selesaikan persamaan tersebut.

DAFTAR PUSTAKA

Ho Soo Thong, Khor Nyak Hiong. ***New Additional Mathematics.*** Singapore: EPB Pan Pacific, 2006.

Husein Tampomas. ***Seribu Pena Matematika untuk SMA/MA Kelas X-XII***. Jakarta: Erlangga, 2008.

Sukino. ***Matematika Kelompok Peminatan Matematika dan Ilmu Alam.*** Jakarta: Erlangga, 2014.