**PEMBAHASAN**

**OSP MATEMATIKA SMP**

**TAHUN 2025**

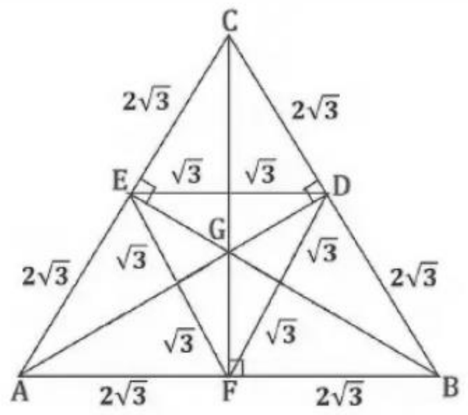
1. **Penyelesaian:**
Misalkan bilangan empat digit tersebut adalah $\overline{abcd}$, dari poin (b), diperoleh $a + b + c + d = 24$. Dari poin (a), diperoleh $\overline{abcd} < 2025$, maka $a = 1$, sehingga dari poin (c), diperoleh
$$a + b = c + d - 4$$
$$1 + b = c + d - 4$$
$$c + d = b + 5$$
karena $a + b + c + d = 24$, maka $1 + b + b + 5 = 24$, diperoleh $b = 9$ dan $c + d = 14$. Sampai disini, maka $\overline{abcd}$ yang mungkin adalah 1959, 1968, 1977, 1986 dan 1995. Selanjutnya, dicek satu-satu yang mana memiliki tepat 3 faktor prima berbeda yang jumlahnya kurang dari 100, maka diperoleh $\overline{abcd} = 2^4 \times 3 \times 41 = 1968$.

2. **Penyelesaian:**
Sembilan sudut membentuk barisan aritmatika, misal bedanya $b > 0$, maka
$$n_1 = a$$
$$n_2 = a + b$$
$$\vdots$$
$$n_9 = a + 8b$$
Salah satu sudutnya adalah $78^o$, maka $a + kb = 78$, dengan $k = 0, 1, 2, \dots, 7, 8$ … (1)
Jumlah sudut pada 3 segitiga adalah $3 \times 180^o = 540^o$, maka $S_9 = 540$.
$$\frac{9}{2}(2a + 8b) = 540, \text{diperoleh } a = 60 - 4b, \text{sehingga persamaan (1) menjadi}$$
$$60 - 4b + kb = 78, \text{diperoleh } (k - 4)b = 18$$
Karena semua sudutnya bilangan bulat positif, maka $b$ juga bilangan bulat positif. Karena $k \leq 8$, maka $k - 4$ merupakan factor positif dari 18 yang tidak lebih dari 4. Jadi, $k - 4 = 1, 2$ atau 3, sehingga diperoleh $k = 5, 6$ atau 7.
   - Jika $k = 5$, maka $b = 18$ dan $n_1 = a = -12$ (tm)
   - Jika $k = 6$, maka $b = 9$ dan $(n_1, n_2, n_3, n_4, n_6, n_7, n_8, n_9)$ = (24, 33, 42, 51, 60, 69, 78, 87, 96), sehingga tripel sudut tiga segitiga yang mungkin adalah
   $$(24^o, 96^o, 60^o), (33^o, 78^o, 69^o), \text{dan } (42^o, 51^o, 87^o).$$
   - Jika $k = 7$, maka $b = 6$ dan $(n_1, n_2, n_3, n_4, n_6, n_7, n_8, n_9)$ = (36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, 78, 84), sehingga tripel sudut tiga segitiga yang mungkin adalah
   $$(36^o, 84^o, 60^o), (42^o, 66^o, 72^o), \text{dan } (48^o, 54^o, 78^o).$$

Jadi, jumlah semua nilai dari $n_1$ adalaqh 24 + 36 = 60.

3. **Penyelesaian:**
   Misalkan $t$ adalah persentase anggota klub yang merupakan siswa kelas 7, maka persentase anggota klub yang kidal $= 60\%p + 10\%(100\% - p) = \frac{1}{2}$, diperoleh $p = 0{,}8 = 80\%$.

4. **Penyelesaian:**
   Misalkan titik sudut taman adalah A, B, dan C, maka ABC segitiga sama sisi, akibatnya, garis tinggi, garis sumbu, garis bagi sudut dan garis berat berimpit, sehingga pusat taman merupakan titik potong ketiga garis tinggi. Misalkan pusat taman adalah titik G, titik tengah BC, CA, dan AB berturut-turut adalah D, E dan F seperti pada gambar berikut.




$\Delta CDE, EAF, DFB$ dan $DEF$ adalah segitiga sama sisi yang kongruen, maka $G$ titik berat $DEF$, sehingga

$$EG = DG = FG = \frac{2}{3}\left(\sqrt{\left(2\sqrt{3}\right)^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2}\right) = 2 \text{ meter.}$$

$$EF = FD = DE = 2\sqrt{3} \text{ meter.}$$

panjang minimum tali $= \lceil EF + FD + DE + EG + DG + FG \rceil = \lceil 6\sqrt{3} + 6 \rceil = 17$ meter.

5. **Penyelesaian:**
   Perhatikan bahwa $c = -(a+b)$ dan $a^2 + b^2 + c^2 = 12$, maka
   $(a+b)^2 - 2ab + c^2 = 12 \iff 2c^2 - 2ab = 12 \iff ab = c^2 - 6$
   Karena $a, b, c$ bilangan real maka $(a-b)^2 \geq 0$, sehingga
   $a^2 + b^2 \geq 2ab \iff (a+b)^2 \geq 4ab \iff c^2 \geq 4(c^2 - 6) \iff c^2 \leq 8$

$$\begin{aligned}(a^3 + b^3 + c^3)^2 &= \left((a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc) + 3abc\right)^2 \\ &= 9a^2b^2c^2\end{aligned}$$

Nilai $c^2$ maksimum tercapai saat $a = b$, sehingga diperoleh $c^2 = 8$ dan $a^2 = b^2 = 2$. Jadi, nilai maksimum dari $(a^3 + b^3 + c^3)^2 = 9(2)(2)(8) = 288$.

6. **Penyelesaian:**
Jika 6208 kita ubah ke dalam biner maka 6208 = $1100001000000_2 = 12^{12} + 2^{11} + 2^6$
Jumlah pangkat dari skor mereka = 12 + 11 + 6 = 29.

7. **Penyelesaian:**
Diketahui
$$(1P3)_m = (2Q4)_{m-2}$$
perhatikan bahwa setiap digit harus kurang dari basisnya, maka $4 < m - 2$, diperoleh $m > 6$. Karena $m < 8$, maka haruslah $m = 7$. Jadi, persamaan menjadi $(1P3)_7 = (2Q4)_5$, sehingga
$$1 \times 7^2 + P \times 7^1 + 3 = 2 \times 5^2 + Q \times 5^1 + 4$$
$$7P - 5Q = 2, \text{dengan } P \in \{0,1,2,3,4,5,6\} \text{ dan } Q \in \{0,1,2,3,4\}$$
Diperoleh $P = 1$ dan $Q = 1$. Jadi, nilai dari $m + P + Q = 9$.

8. **Penyelesaian:**
Misalkan $a, b, c$ dan $d$ berturut-turut adalah banyaknya lembaran 100 ribuan yang diterima Adi, Bobi, Cica, dan Debi, maka
$$a + b + c + d = t$$
$$a = \frac{1}{2}(b + c + d) = \frac{1}{2}(t - a) \quad \Leftrightarrow \quad a = \frac{t}{3}$$
$$b = \frac{1}{3}(a + c + d) = \frac{1}{3}(t - b) \quad \Leftrightarrow \quad b = \frac{t}{4}$$
$$c = \frac{1}{4}(a + b + d) = \frac{1}{4}(t - c) \quad \Leftrightarrow \quad c = \frac{t}{5}$$
$$d = 125 - \frac{t}{3} - \frac{t}{4} - \frac{t}{5} = \frac{13}{60}t$$
Karena uang harus dalam bentuk 100 ribuan maka $t$ harus kelipatan 60, sehingga diambil $t$ terbesar yaitu 120. Sehingga diperoleh
$$a = 40, b = 30, c = 24, \text{dan } d = 26$$
Sisa 5 lembar serratus ribuan diberikan ke Cica sehingga Cica menerima 29 lembar. Jadi, jumlah honor yang diterima Adi dan Cica adalah 40 + 29 = 69 lembar serratus ribuan.

9. **Penyelesaian:**
Karena perjalanan pergi selalu memakai mobil berpelat genap, maka kita cukup tinjau perjalanan pulang saja. Untuk perjalanan pulang kita bagi 2 kasus, yaitu:

**Kasus 1:**
Jika pulang dengan menggunakan mobil berpelat genap, maka

Ada 8 pilihan jalur A-B
Ada 6 pilihan jalur B-C
Ada 4 pilihan mobil pelat genap
Ada 5 pilihan jalur C-B
Ada 7 pilihan jalur B-A

Banyaknya cara pergi-pulang dari Kota A ke Kota C adalah $8 \times 6 \times 4 \times 5 \times 7 = 6720$

**Kasus 2:**
Jika pulang dengan menggunakan mobil berpelat ganjil, maka dibagi 2 sub kasus, yaitu

- Jika pada saat berangkat melewati jalur A-B bilangan prima, maka

  Ada 4 pilihan jalur A-B
  Ada 6 pilihan jalur B-C
  Ada 6 pilihan mobil ganjil
  Ada 5 pilihan jalur C-B
  Ada 4 pilihan jalur B-A

  Jadi, banyaknya cara pergi-pulang dari Kota A ke Kota C adalah $4 \times 6 \times 6 \times 5 \times 4 = 2880$
- Jika pada saat berangkat melewati jalur A-B bukan bilangan prima, maka

  Ada 4 pilihan jalur A-B
  Ada 6 pilihan jalur B-C
  Ada 6 pilihan mobil ganjil
  Ada 5 pilihan jalur C-B
  Ada 3 pilihan jalur B-A

  Banyaknya cara pergi-pulang dari Kota A ke Kota C adalah $4 \times 6 \times 6 \times 5 \times 3 = 2160$

Jadi, total banyaknya cara pergi-pulang dari Kota A ke Kota C adalah 6720 + 2880 + 2160 = 11760.

**10. Penyelesaian:**

Misalkan bilangan dalam kotak A adalah $a$ dan bilangan dalam kotak $b$ adalah $b$, maka

$$a - 2\sqrt{a+3} = -b + 2\sqrt{b+1}$$

Misalkan $x = \sqrt{a+3}$ dan $y = \sqrt{b+1}$, maka $a = x^2 - 3$ dan $b = y^2 - 1$, sehingga

$$x^2 - 3 - 2x = -y^2 + 1 + 2y$$
$$(x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 2y + 1) = 6$$
$$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 6$$

Perhatikan bahwa:
$a + b = x^2 + y^2 - 4 = 2(x+y) = 2(x-1+y-1) + 4$, dengan ketaksamaan AM-QM, maka

$$a+b \le 4\left(\sqrt{\frac{(x-1)^2+(y-1)^2}{2}}\right)+4 = 4\sqrt{3}+4 = 10{,}928$$

Karena $a+b$ harus bulat, maka nilai maksimum dari $a+b=10$, dengan $a=x^2-3, b=y^2-1$, dan $(x,y)=\left(\frac{5-\sqrt{3}}{2},\frac{5+\sqrt{3}}{2}\right),\left(\frac{5+\sqrt{3}}{2},\frac{5-\sqrt{3}}{2}\right)$ yang merupakan titik potong antara garis $x+y=5$ dan lingkaran $(x-1)^2+(y-1)^2=6$.

**11. Penyelesaian:**

Karena FPB $(a,b)=p$, maka $a=pm,\ b=qn$ dengan $m$ dan $n$ bilangan asli, FPB $(m,n)=1$.

Perhatikan bahwa

$$\text{FPB}(a,b)\times\text{KPK}(a,b)=a\times b$$
$$pq=pmpn$$
$$q=pmn$$

Diketahui $p+q=2025$, maka $p+pmn=2025 \iff p(1+mn)=2025$. Ini berarti $1+mn$ factor positif dari 2025.

Diketahui $c=\frac{a+b}{p}=\frac{p(m+n)}{p}=m+n$. Agar $c$ minimum maka dipilih $m$ dan $n$ yang minimum.

Sehingga $1+mn=3$, diperoleh $(m,n)=(2,1)$ atau $(1,2)$. Jadi, $c$ minimum adalah 3.

**12. Penyelesaian:**

Tinjau 7 bilangan berurutan, misalkan $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.

Jika angka 1 dipilih, maka angka 3 dan 6 harus dihapus (selisihnya dengan angka 1 adalah 2 dan 5). Tersisa angka 2, 4, 5, 7. Selanjutnya, jika angka 2 dipilih maka 4 dan 7 harus dihapus, tersisa angka 5.

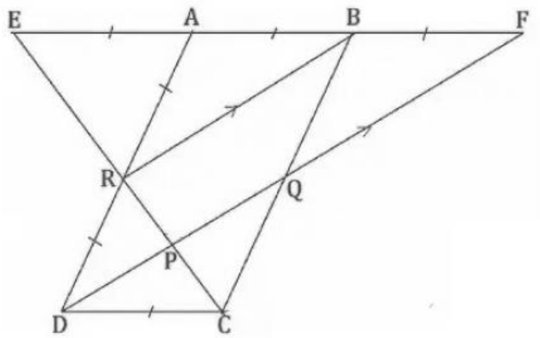
7 bilangan berikutnya kita bisa memilih dengan cara yang sama. Ini berarti setiap 7 bilangan berurutan paling banyak bisa dipilih 3 bilangan, yaitu bilangan yang berbentuk

$$\{7k+1, 7k+2, 7k+5\}$$

Karena $2025=7\times 289+2$, sisa 2 bilangan terakhir berbentuk $7k+1$ dan $7k+2$. Jadi, nilai $n$ terbesar yang mungkin adalah $289\times 3+2=869$.

**13. Penyelesaian:**

Perhatikan gambar dibawah ini.




Diketahui ABCD jajar genjang dan AB = AE = BF, maka DC = AE = BF dan AD = BC.

$$\angle RDC = \angle RAE \text{ dan } \angle RCD = \angle REA \text{ (sudut dalam berseberangan)}$$

Akibatnya, $\Delta DRC \equiv \Delta ARE$, sehingga AR = RD = $\frac{1}{2}$ AD = $\frac{1}{2}$ BC = AB = AE.

Misalkan $\angle BRA = \alpha$, maka $\angle RBA = \alpha, \angle RAE = 2\alpha$ dan $\angle ERA = \angle REA = 90^o - \alpha$.

Karena $\frac{AR}{RD} = \frac{AB}{BF}$, maka RB sejajar DF, akibatnya $\angle EPF = \angle ERB = \angle ERA + \angle BRA = 90^o$.

**14. Penyelesaian:**

Dari gambar pada soal diperoleh AB = $9a$, BC = $5b$ dan PQ = $12b$, QR = $2c$, QU = $8a$. Diketahui $9a = 12b$, maka $a = 4n$ dan $b = 3n$ dengan $n$ bilangan real positif.

Diketahui juga bahwa

$$5b = 2c - \frac{5}{2}, \text{maka } 15n = 2c - \frac{5}{2}$$

$$8a = 3c + 1, \text{maka } 32n = 3c + 1$$

$$4(132n) - 6(15n) = 4(3c + 1) - 6\left(2c - \frac{5}{2}\right)$$

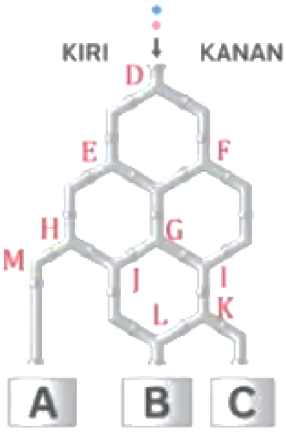
$$\Leftrightarrow 38n = 19, \text{diperoleh } n = \frac{1}{2}, a = 2, b = \frac{3}{2}, c = 5$$

Luas permukaan PQRS.TUVW = $2(24bc + 96ab + 16ca)$ = 2(180 + 288 + 160) = 1256 $\text{cm}^2$.

**15. Penyelesaian:**

Pada setiap persimpangan peluang bola memasuki pipa kiri adalah 2 kali peluang bola memasuki pipa kanan. Karena jumlah semua peluang kemungkinan peluang = 1, maka peluang bola memasuki pipa kiri = $\frac{2}{3}$ dan peluang bola memasuki pipa kanan = $\frac{1}{3}$.

Misalkan P(A), P(B), dan P(C) berturut-turut adalah peluang bola memasuki kotak A, kotak B, dan kotak C, maka P(A) + P(B) + P(C) = 1. Selanjutnya, pada persimpangan kita beri label berikut.




Untuk menuju kotak A, ada 1 jalur, yaitu $D \xrightarrow{\frac{2}{3}} E \xrightarrow{\frac{2}{3}} H \xrightarrow{\frac{2}{3}} M$. Jadi, P(A) $= \left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{8}{27}$.

Untuk menuju kotak C, ada 3 jalur, yaitu:

- $D \xrightarrow{\frac{1}{3}} F \xrightarrow{\frac{1}{3}} K \xrightarrow{\frac{1}{3}} C$, peluangnya $= \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{27}$
- $D \xrightarrow{\frac{1}{3}} F \xrightarrow{\frac{2}{3}} G \xrightarrow{\frac{1}{3}} K \xrightarrow{\frac{1}{3}} C$, peluangnya $= \left(\frac{4}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{81}$
- $D \xrightarrow{\frac{2}{3}} E \xrightarrow{\frac{1}{3}} G \xrightarrow{\frac{1}{3}} K \xrightarrow{\frac{1}{3}} C$, peluangnya $= \left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{81}$

Jadi, P(C) $= \left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{1}{27} + \frac{2}{81} + \frac{2}{81} = \frac{7}{81}$ dan P(B) $= 1 -$ P(A) – P(C) $= 1 - \frac{8}{27} - \frac{7}{81} = \frac{50}{81}$.

Peluang kedua bola masuk pada dua kotak berbeda

$= 1 -$ Peluang bola kedua bola masuk pada kotak yang sama

$= 1 -$ P(A)P(A) – P(B)P(B) – P(C)P(C) $= 1 - \left(\frac{8}{27}\right)^2 - \left(\frac{50}{81}\right)^2 - \left(\frac{7}{81}\right)^2 = \frac{3436}{6561}$.

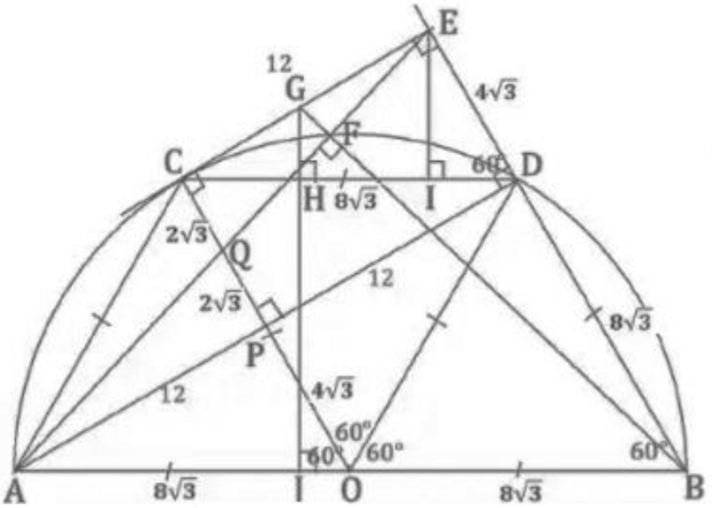
Diperoleh $m = 3436, n = 6561$. Jadi, nilai dari $n - m = 3125$.

**16. Penyelesaian:**

Misalkan O adalah titik pusat lingkaran, P titik potong CO dan AD, serta Q titik potong AE dan CO. Titik I pada CD sehingga EI tegak lurus CD, titik H pada CD sehingga CH tegak lurus CD dan memotong AB di titik J. Karena panjang $\widehat{AC}$ = panjang $\widehat{CD}$ = panjang $\widehat{DB}$, maka $\angle AOC = \angle COD = \angle DOB = \frac{180^o}{3} = 60^o$.

Akibatnya, AOC, COD dan DOB merupakan segitiga sama sisi dengan panjang sisi $8\sqrt{3}$ cm. Karena $\angle CDE = 180^o - \angle ODB - \angle ODC = 60^o = \angle ABD$, maka CD sejajar AB, akibatnya GJ tegak AB.

Dengan segitiga istimewa CDE $(30^o, 60^o, 90^o)$, maka ED = $\frac{1}{2}$ CD = $4\sqrt{3}$ cm dan CE = $\frac{1}{2}\sqrt{3}$CD = 12 cm. Karena AOC dan COD segitiga sama sisi, maka AD tegak lurus CO. Karena AB diameter, maka AD tegak lurus BD, akibatnya PD = CE = 12 cm dan CP = PO = $4\sqrt{3}$ cm. Garis AP, PD, dan HJ adalah garis tinggi segitiga sama sisi yang kongruen, maka HJ = AP = PD = CE = 12 cm.




Perhatikan bahwa $\Delta CQE \equiv \Delta APQ$ dan $\Delta CQE \sim \Delta EGB$, maka $CQ = QP = 2\sqrt{3}$ cm dan $\frac{EG}{BE} = \frac{CQ}{CE} = \frac{2\sqrt{3}}{12}$ sehingga diperoleh $GE$ = 6 cm. Berarti, G titik tengah CE, sehingga GH $= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\sqrt{3}ED\right)$ = 3 cm.

Jarak G ke AB = HJ + GH = 12 + 3 = 15 cm.

**17. Penyelesaian:**

Dari data di atas poin yang sudah pasti:

Aurel (A) = 2 poin, Candra (C) = 0 poin

Bella (B) = 2 poin, Dimas (D) = 4 poin

Sisa 2 pertandingan, yaitu A vs D dan B vs C. Dari data di atas maka yang memiliki peluang terbesar untuk menang adalah D.

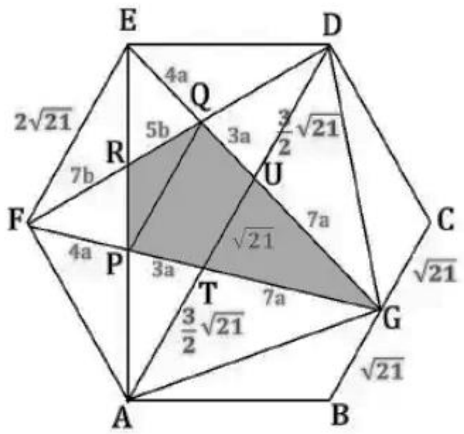
- Jika D mengalahkan A, maka poin D = 6. Dalam hal ini D selalu menang apapun hasil pertandingan B vs C. Ada 3 kemungkinan hasil pertandingan B vs C (Menang-Kalah, Kalah-Menang, dan Seri), maka peluang D menang = $3 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$.
- Jika D seri dengan A, maka poin D = 5 dan poin A = 3. Dalam hal ini D selalu menang apapun hasil pertandingan B vs C, maka peluang D menang = $3 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$.
- Jika A mengalahkan D, maka ada 3 kasus, yaitu:

- Jika B mengalahkan C, maka poin A = poin B = poin D = 4. Peluang D menang $= \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$.
- Jika B seri dengan C, maka poin A = poin D = 4. Peluang D menang $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{18}$.
- Jika B dikalahkan C, maka poin A = poin D = 4. Peluang D menang $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{18}$.

Jadi, peluang D menang adalah $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{27} + \frac{1}{18} + \frac{1}{18} = \frac{22}{27}$, diperoleh $p = 22$ dan $q = 27$. Nilai dari $p + q = 49$.

**18. Penyelesaian:**

Perhatikan gambar berikut!




Dengan menghubungkan titik-titik sudut yang berhadapan, maka segienam ABCDEF terbagi menjadi 6 segitiga sama sisi yang kongruen, yang memiliki panjang sisi $2\sqrt{21}$ cm.

$$[EFG] = 2 \text{ luas segitiga sama sisi} = 2\left(\frac{\left(2\sqrt{21}\right)^2}{4}\sqrt{3}\right) = 42\sqrt{3}\text{ cm}^2 \text{ dan } AD = 2FE$$

$$= 4\sqrt{21}\text{ cm}$$

Daerah irisan segitiga AGE dan segitiga DFG adalah daerah yang diarsir, yaitu segiempat PRQG. Misalkan AD memotong FG dan EG berturut-turut di titik T dan U. Dengan kesimetrisan, maka AD, PQ, FE sejajar, TU = $\frac{1}{2}$ FE = $\sqrt{21}$ cm, FT = TG = EU = UG, EQ = PF, PG = QG, dan AT = UD = $\frac{3}{2}\sqrt{3}$ cm.

Perhatikan bahwa $\Delta PAT \sim \Delta PEF$, maka

$$\frac{PT}{PF} = \frac{AT}{FE} = \frac{3}{4}, \text{dapat ditulis PT} = 3\text{a}, \text{PF} = 4\text{a}, \text{FT} = \text{TG}$$
$$= 7\text{a}, \text{dengan a bilangan real positif.}$$

Jelas bahwa $\Delta RPQ \sim \Delta REF$ dan $\Delta PQG \sim \Delta FEG$, maka $\frac{RQ}{RF} = \frac{PQ}{FE} = \frac{PG}{FG} = \frac{10a}{14a} = \frac{5}{7}$.

$$\frac{[PRQ]}{[EFG]}=\frac{[PRQ]}{[FPQ]}\cdot\frac{[FPQ]}{[FQG]}\cdot\frac{[FQG]}{[EFG]}=\frac{QR}{QF}\cdot\frac{FP}{FG}\cdot\frac{QG}{EG}=\frac{5}{12}\cdot\frac{4}{14}\cdot\frac{10}{4}=\frac{25}{294}\Leftrightarrow[PRQ]=\frac{25}{7}\sqrt{3}\text{ cm}^2$$

$$\frac{[PQG]}{[EFG]}=\frac{[PQG]}{[FQG]}\cdot\frac{[FQG]}{[EFG]}=\frac{PG}{FG}\cdot\frac{QG}{EG}=\frac{10}{14}\cdot\frac{10}{14}=\frac{25}{7}\Leftrightarrow[PQG]=\frac{150}{7}\sqrt{3}\text{ cm}^2$$

Luas irisan segitiga AGE dan segitiga DFG = [PRQ] + [PQG] = $25\sqrt{3}$ cm$^2$

Diperoleh $p=25$ dan $q=3$, maka nilai dari $p+q=28$.

**19. Penyelesaian:**

Misalkan banyaknya himpunan adalah $k$, dengan $k\geq 2$. Dari poin (d) dan (b), selisih anggota terbesar dan terkecil $\leq k$, maka himpunannya berupa $k$ bilangan asli berurutan, yaitu $\{a,a+1,\dots,a+k-1\}$. Poin (c) pasti terpenuhi, sebab perkalian $k$ bilangan asli berurutan habis dibagi $k!$. Dari poin (e):

$$a+a+1+\cdots+a+k-1=2025\Leftrightarrow\frac{k(2a+k-1)}{2}=2025\Leftrightarrow k(2a+k-1)=4050$$

Jelas bahwa $k<2a+k-1$, maka $k$ factor positif dari 4050 dan $2\leq k\leq\sqrt{4050}=63,\dots$

Jadi, $k=2,3,5,6,9,10,15,18,25,27,30,45,50,54$ (ada 14).

Jadi, banyaknya himpunan yang memiliki kelima sifat tersebut adalah 14.

**20. Penyelesaian:**

Jika persamaan pada soal diuraikan maka diperoleh

$x^2+xy+xz-yz=65$ ……………………………………… (1)

$y^2+yz+xy-xz=296$ ……………………………………… (2)

$z^2+xz+yz-xy=104$ ……………………………………… (3)

Jika persamaan (1) dan (2) dijumlahkan maka diperoleh $(x+y)^2=361$, karena $x$ dan $y$ positif, maka $x+y=19$. Dengan cara yang sama, jika persamaan (2) dan (3) dijumlahkan, lalu persamaan (1) dan (3) dijumlahkan, maka diperoleh $y+z=20, x+z=13$ dan $z=\frac{(x+z)+(y+z)-(x+y)}{2}=7$.

Nilai dari $x+y-z=19-7=12$.