



JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara

PEMBAHASAN

OSP MATEMATIKA SD

TAHUN 2018

1. Penyelesaian:

Misalkan bilangan yang ditulis oleh Lintang adalah x , maka

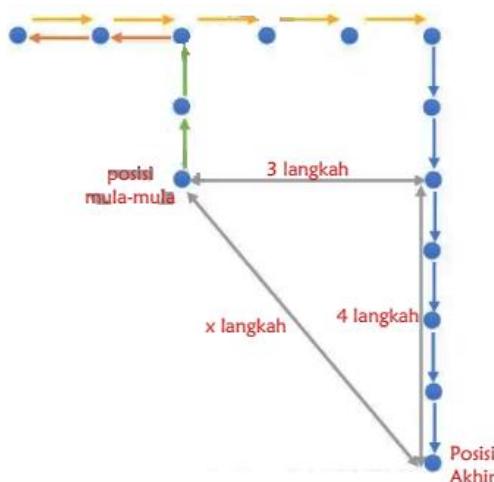
$$9x - 11 = 2018$$

$$9x = 2029$$

$$x = \frac{2029}{9} = 225 \frac{4}{9}$$

2. Penyelesaian:

Skema langkah Sinta dalam senam tersebut dapat digambarkan sebagai berikut.



Misalkan jarak posisi mula-mula dan posisi akhir Sinta adalah x langkah. Dengan Pythagoras maka diperoleh

$$x = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

Jadi, jarak-jarak posisi mula-mula dan posisi akhir Sinta adalah 5 langkah.

3. Penyelesaian:

Misalkan dua bilangan yang tersebut adalah a dan b , dengan $a > b$, maka

$$\begin{array}{r} a - b = 1 \\ a + b = 2 \\ \hline 2a = 3 \rightarrow a = \frac{3}{2}, \quad b = \frac{1}{2} \end{array}$$

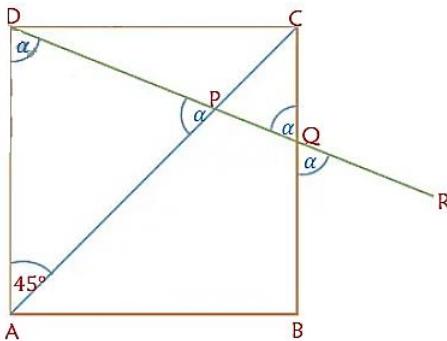
Hasil kali dua bilangan tersebut $= \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} = 0,75$.





4. Penyelesaian:

Perhatikan gambar berikut!



Diketahui $\angle DPA = \angle BQR$, karena ABCD persegi maka $\angle DAP = 45^\circ$.

$\angle BQR = \angle PQC$ (bertolak belakang)

$\angle PQC = \angle PDA$ (dalam berseberangan)

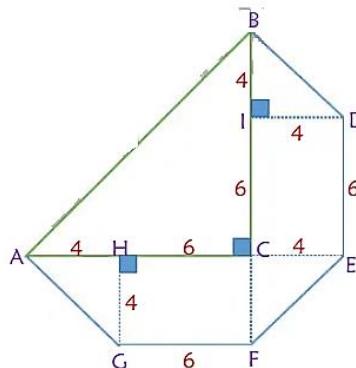
Jadi, $\angle DPA = \angle BQR = \angle PQC = \angle PDA$.

Karena $\angle DPA = \angle PDA$ maka segitiga DPA sama kaki sehingga diperoleh:

$$\angle DPA = \angle PDA = \frac{180^\circ - 45^\circ}{2} = 67,5^\circ$$

5. Penyelesaian:

Perhatikan gambar berikut!



$$\text{Luas } ABC = \frac{1}{2}(10)(10) = 50.$$

$$\text{Luas arsir} = \text{Luas } AEFG + \text{Luas } BDEC = \frac{1}{2}(6+14)(4) + \frac{1}{2}(6+10)(4) = 40 + 32 = 72.$$

Perbandingan Luas ABC dengan luas arsir = $50 : 72 = 25 : 36$.

6. Penyelesaian:

Persentase hasil panen mangga = $100\% - 15\% - 28\% - 23\% - 12\% = 22\%$

Total hasil panen mangga dan manggis = $(22\% + 28\%)(500) = 250$ ton



JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



7. Penyelesaian:

Karena bilangan-bilangan yang dimaksud adalah bilangan 3 digit mana disediakan 3 kotak sebagai berikut.

Kotak ini diisi setelah kotak 3 sebagai angka ratusan. Karena kotak ini tidak boleh diisi 0 dan juga tidak boleh sama dengan kotak 3 maka ada 8 pilihan untuk mengisi kotak ini.

→ Kotak 1 = 8

Kotak ini diisi sebagai angka puluhan. Karena kotak ini tidak boleh diisi angka yang sama dengan kotak 1 maupun kotak 3 maka ada 8 pilihan untuk mengisi kotak ini.

→ Kotak 2 = 8

Kotak ini diisi sebagai angka satuan. Karena yang diminta pada soal adalah bilangan ganjil maka kotak ini diisi pertama kali dan hanya boleh diisi bilangan ganjil, yaitu 1, 3, 5, 7, dan 9 → ada 5 pilihan untuk mengisi kotak ini.

→ Kotak 3 = 5

Banyaknya bilangan ganjil antara 100 sampai dengan 1000 yang semua angkanya berbeda = $8 \times 8 \times 5 = 320$.

8. Penyelesaian:

Untuk mencari nilai dari x , maka mengikuti pola bagian atas, yaitu

$$c = a^2 + b^2$$

Dengan menggunakan pola ini, maka $x = 20^2 + 13^2 = 569$.

Untuk mencari nilai dari y , maka mengikuti pola bagian bawah, yaitu

$$n = k^2 + m^2$$

Dengan menggunakan pola ini, maka $y = 25^2 + 17^2 = 914$.





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara

$$x + y = 569 + 914 = 1483.$$

9. Penyelesaian:

$$12 + 3 - 4 + 5 + 67 + 8 + 9 = 100$$

$$1 + 23 - 4 + 56 + 7 + 8 + 9 = 100$$

dan masih banyak lagi..

Perhatikan bahwa:

$$S = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$$

Jika satu tanda “+” dihapus, misalkan tanda “+” diantara a dan b , dengan $a < b$ maka S bertambah sebanyak $9a$.

Jika satu tanda “+” diganti “-”, misalkan tanda “+” sebelum c diganti “-” maka S berkurang sebanyak $2c$.

Kasus 1:

Jika tepat satu tanda “+” dihapus, misalkan tanda “+” diantara a dan b dengan $a < b$ maka

$$S + 9a = 100$$

$$9a = 55 \quad (a \text{ tidak bulat})$$

Kasus 2:

Jika tepat satu tanda “+” dihapus, misalkan tanda “+” diantara a dan b dengan $a < b$ dan satu tanda “+” diganti “-”, misalkan tanda “+” sebelum c diganti “-” maka

$$S + 9a - 2c = 100 \rightarrow 2c = 9a - 55$$

Karena c positif, $a \neq 9$, dan a ganjil maka satu-satunya yang memenuhi hanyalah $a = 7$, $b = 8$ dan $c = 4$, sehingga diperoleh:

$$1 + 2 + 3 - 4 + 5 + 6 + 78 + 9 = 100$$

Pada kasus ini, jika ada lebih dari satu tanda “+” yang diganti “-” maka jumlah bilangan-bilangan sebelum tanda “+” yang diganti “-” tersebut haruslah 4, sehingga hanya ada satu solusi yang memenuhi seperti diatas.

Kasus 3:

Jika tepat dua tanda “+” dihapus dan tepat satu tanda “+” diganti “-”.

Misalkan tanda “+” diantara a dan b dengan $a < b$ dihapus, tanda “+” diantara c dan d dengan $c < d$ dihapus dan tanda “+” sebelum e diganti “-” maka

$$S + 9a + 9c - 2e = 100$$

$$2e = 9(a + c) - 55$$

Karena $2 \leq e \leq 9$ dan $a + c$ ganjil maka satu-satunya yang memenuhi hanyalah $a + c = 7$ dan $e = 4$, sehingga pasangan (a, b, c, d, e) yang memenuhi adalah $(1, 2, 6, 7, 4)$ dan $(2, 3, 5, 6, 4)$.

$$12 + 3 - 4 + 5 + 67 + 8 + 9 = 100$$

$$1 + 23 - 4 + 56 + 7 + 8 + 9 = 100$$





JELAJAH NALAR

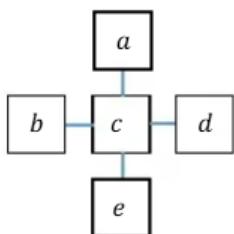
Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



Dengan mencoba kasus-kasus lain, selain dari tiga kasus di atas dapat dicari susunan-susunan yang berbeda lainnya.

10. Penyelesaian:

Perhatikan gambar berikut!



(Pola: $c = ab + de$)

Jadi, diperoleh $x = 9 \times 2 + 7 \times 3 = 18 + 21 = 39$.

11. Penyelesaian:

Misalkan harga awal sebungkus roti adalah R rupiah, maka

$$4(100\% - 35\%)(10000) + 12(100\% - 50\%)(R) = 50000$$

$$4(65\%)(10000) + 12(50\%)(R) = 50000$$

$$26000 + 6R = 50000$$

$$6R = 24000 \Leftrightarrow R = 4000$$

Jadi, harga awal sebungkus roti adalah Rp4.000,00.

12. Penyelesaian:

Diketahui bahwa $p - 98$, p , dan $p + 98$ tiga bilangan prima.

Perhatikan bahwa:

Setiap bilangan prima lebih dari 3 dapat dinyatakan dalam bentuk $6n + 1$ atau $6n - 1$, dengan n bilangan asli.

Contoh.

$$5 = 6(1) - 1$$

$$7 = 6(1) + 1$$

$$37 = 6(6) + 1$$

$$71 = 6(12) - 1$$

Jika $p - 98 > 3$ maka $p - 98$ dapat dinyatakan dalam bentuk $p - 98 = 6n + 1$ atau $p - 98 = 6n - 1$.

- Untuk $p - 98 = 6n + 1$ maka $p = 6n + 99 = 3(2n + 33)$ bukan bilangan prima, sebab p kelipatan 3 dan $p > 3$.
- Untuk $p - 98 = 6n - 1$ maka $p + 98 = 6n + 195 = 3(2n + 65)$ bukan bilangan prima, sebab $p + 98$ kelipatan 3 dan $p + 98 > 3$.

Jika $p - 98 \leq 3$ maka ada 2 kemungkinan, yaitu $p - 98 = 3$ atau $p - 98 = 2$.

- Untuk $p - 98 = 3$ maka $p = 102$ bukan bilangan prima.





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



- Untuk $p - 98 = 2$ maka $p = 101$ (bilangan prima) dan $p + 98 = 199$ (bilangan prima)
Jadi, nilai terkecil p adalah 101.

13. Penyelesaian:

Misalkan banyaknya permen di dalam kantong plastic pertama, kedua, ketiga keempat, dan kelima berturut-turut adalah P_1, P_2, P_3, P_4 , dan P_5 , maka

$$P_1 + P_2 = 36$$

$$P_2 + P_3 = 45$$

$$P_3 + P_4 = 36$$

$$P_4 + P_5 = 23$$

$$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 = 80$$

$$36 + 36 + P_5 = 80 \rightarrow P_5 = 8.$$

$$P_4 = 23 - P_5 = 23 - 8 = 15$$

$$P_3 = 36 - P_4 = 36 - 15 = 21$$

$$P_2 = 45 - P_3 = 45 - 21 = 24$$

$$P_1 = 36 - P_2 = 36 - 24 = 12$$

Perbandingan banyaknya permen pada plastic pertama dan ketiga dengan banyaknya permen pada plastic ketiga dan kelima = $(P_1 + P_3) : (P_3 + P_5) = (12 + 21) : (21 + 8) = 33 : 29$.

14. Penyelesaian:

Misalkan bilangan-bilangan tersebut $k + 1, k + 2, k + 3, \dots, k + n$, dengan $n > 1$

$$k + 1 + k + 2 + k + 3 + \dots + k + n = 896$$

$$\underbrace{k + k + k + \dots + k}_{\text{sebanyak } n} + 1 + 2 + 3 + \dots + n = 896$$

$$kn + \frac{n(n+1)}{2} = 896$$

$$\frac{2kn + n(n+1)}{2} = 896$$

$$\frac{n(2k + n + 1)}{2} = 2^7 \times 7$$

Jika n genap maka dapat dituliskan $n = 2m$ sehingga

$$m(2k + 2m + 1) = 2^7 \times 7$$

Karena $2k + 2m + 1 > m$ dan $2k + 2m + 1$ ganjil maka tidak ada bilangan n yang memenuhi. Jika n ganjil maka n merupakan faktor ganjil positif dari 896, sehingga diperoleh:

$$n = 7 \rightarrow \frac{7(2k + 7 + 1)}{2} = 896 \rightarrow \frac{7(2)(k + 4)}{2} = 896 \rightarrow k = 124$$

Jadi, bilangan terkecil dari bilangan-bilangan berurutan tersebut = $k + 1 = 125$.





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



15. Penyelesaian:

Misalkan Sinta mengambil bilangan w, x, y dan z , Riska mengambil bilangan a, b, c dan d , sedangkan e adalah bilangan yang tidak diambil oleh mereka berdua.

$$\begin{aligned}
 w + x + y + z &= 3(a + b + c + d) \\
 w + x + y + z + a + b + c + d + e &= 4 + 12 + 8 + 13 + 24 + 14 + 7 + 5 + 23 \\
 3(a + b + c + d) + a + b + c + d &= 110 - e \\
 4(a + b + c + d) &= 110 - e \\
 a + b + c + d &= 27 + \frac{2 - d}{4}
 \end{aligned}$$

Jelas bahwa $2 - d$ harus habis dibagi 4, sehingga diperoleh $d_{terkecil} = 14$.

16. Penyelesaian:

Misalkan tinggi segitiga adalah t , maka

Luas ABP = Luas ABR = Luas CDT = Luas CDU = $\frac{3}{2}t \rightarrow$ ada 4 segitiga yang luasnya $\frac{3}{2}t$.

Luas BCS = Luas BCQ = $3t \rightarrow$ ada 2 segitiga yang luasnya $3t$.

Banyaknya pasangan segitiga yang memenuhi syarat pada soal adalah $4 \times 2 = 8$.

17. Penyelesaian:

Rata-rata capaian target atlet selama lima hari

$$= \frac{\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6}}{5} = \frac{\frac{30 + 40 + 45 + 48 + 50}{60}}{5} = \frac{213}{300} = \frac{71}{100}$$

18. Penyelesaian:

Misalkan panjang rusuk kubus adalah a cm dan panjang jari-jari alas tabung adalah r cm, maka Volume air sebelum 2 tabung dimasukkan + volume 2 tabung = volume air setelah 2 tabung dimasukkan

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2}a^3 + 2\left(\frac{22}{7}\right)r^2(7) &= a^2\left(\frac{1}{2}a + 11\right) \\
 \frac{1}{2}a^3 + 44r^2 &= \frac{1}{2}a^3 + 11a^2 \\
 44r^2 &= 11a^2 \\
 \frac{a^2}{r^2} &= \frac{44}{11} = \frac{4}{1} \rightarrow \frac{a}{r} = \frac{2}{1}
 \end{aligned}$$

Jadi, perbandingan panjang rusuk kubus dan jari-jari tabung adalah 2 : 1.





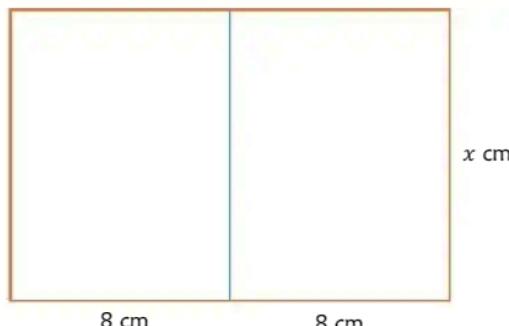
JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



19. Penyelesaian:

Perhatikan gambar berikut!



$$\frac{16}{x} = \frac{x}{8} \Leftrightarrow x^2 = 128$$

20. Penyelesaian:

Misalkan siswa perempuan dan siswa laki-laki berturut-turut adalah P dan L, maka

$$\frac{P}{L} = \frac{2}{3} \rightarrow P = 2n \text{ dan } L = 3n, \text{ } n \text{ bilangan asli}$$

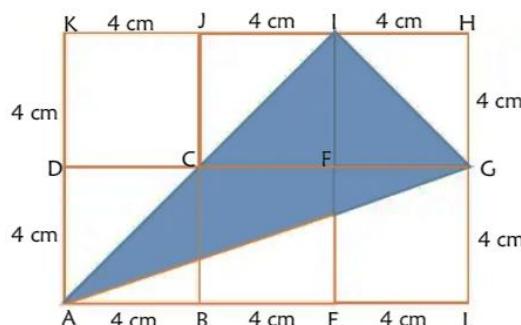
Total nilai matematika seluruh siswa = $6,4(2n + 3n) = 32n$.

Rata-rata nilai matematika seluruh siswa jika nilai setiap siswa perempuan ditambah 1 dan nilai setiap siswa laki-laki ditambah 0,5 adalah

$$\frac{32n + 1(2n) + 0,5(3n)}{5n} = 7,1$$

21. Penyelesaian:

Perhatikan gambar berikut!



Luas daerah yang diarsir

= Luas ALHK – Luas ALG – Luas GHI – Luas IKA

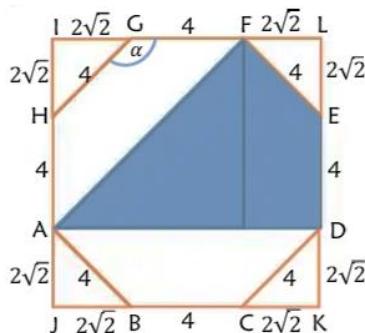
$$= 12 \times 8 - \frac{1}{2}(12)(4) - \frac{1}{2}(4)(4) - \frac{1}{2}(8)(8) = 96 - 24 - 8 - 32 = 32 \text{ cm}^2.$$





22. Penyelesaian:

Perhatikan gambar berikut!



Misalkan panjang sisi segi delapan beraturan adalah a cm, maka $8a = 32 \rightarrow a = 4$.

Karena ABCDEFGH segi delapan beraturan maka $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = \angle E = \angle F = \angle G = \angle H = a$. Jumlah sudut dalam segi- n adalah $(n - 2)180^\circ$ maka $8a = (8 - 2)180^\circ \rightarrow a = 135^\circ$.

Akibatnya, AJB, CKD, ELF dan GIH segitiga siku-siku sama kaki sehingga

$$GI = IH = AJ = JB = CK = KD = EL = LF = 2\sqrt{2} \text{ cm}$$

Luas daerah yang diarsir

$$\begin{aligned}
 &= \text{Luas ADLI} - \text{Luas FLE} - \text{Luas AFI} \\
 &= (4 + 4\sqrt{2})(4 + 2\sqrt{2}) - \frac{1}{2}(2\sqrt{2})(2\sqrt{2}) - \frac{1}{2}(4 + 2\sqrt{2})(4 + \sqrt{2}) \\
 &= 16 + 24\sqrt{2} + 16 - 4 - 8 - 8\sqrt{2} - 4 \\
 &= 16 + 16\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

23. Penyelesaian:

Misalkan pendapatan per bulan Adib, Butet, Caca dan Dodo berturut-turut adalah A, B, C dan D, maka

Jika persamaan (1) dan persamaan (3) disubstitusikan ke persamaan (4), maka diperoleh:

$$\frac{1}{2}C + 30000000 + C = 48000000 \rightarrow \frac{3}{2}C = 18000000$$

Dari persamaan (2) diperoleh:

$$D = \frac{3}{4C} = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} C \right) = \frac{1}{2} (18000000) = 9000000$$

Dari persamaan (3) diperoleh:





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



$$B = 30000000 - D = 30000000 - 9000000 = 21000000$$

Jadi, pendapatan Butet per bulan adalah Rp21.000.000.

24. Penyelesaian:

Misalkan A_1 dan A_2 berturut-turut adalah siswa ranking satu dan siswa ranking dua. Sedangkan, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7 adalah siswa-siswa lain yang bukan ranking satu maupun dua.

Jika A_1 terpilih, maka A_2 pasti tidak terpilih, sehingga kemungkinan 4 siswa lain yang terpilih, yaitu

A_3, A_4, A_5, A_6 A_3, A_4, A_5, A_7 A_3, A_4, A_6, A_7 A_3, A_5, A_6, A_7 A_4, A_5, A_6, A_7 (ada 5 cara)

Jika A_2 terpilih, maka A_1 pasti tidak terpilih, sehingga kemungkinan 4 siswa lain yang terpilih, yaitu

A_3, A_4, A_5, A_6 A_3, A_4, A_5, A_7 A_3, A_4, A_6, A_7 A_3, A_5, A_6, A_7 A_4, A_5, A_6, A_7 (ada 5 cara)

Jadi, total ada 10 cara.

25. Penyelesaian:

Misalkan v km/jam adalah kecepatan rata-rata kereta api dan t jam adalah waktu tempuh kereta api dari kota A ke kota B maka

$$vt = 192$$

$$(v - 16)(t + 2) = 192$$

$$vt + 2v - 16t - 32 = 192$$

$$192 + 2v - 16t - 32 = 192$$

$$2v - 32 - 16t = 0$$

$$v - 16 - 8t = 0$$

$$v^2 - 16v - 8(192) = 0$$

$$v^2 - 16v - 32(48) = 0$$

$$v^2 - 48v + 32v - 32(48) = 0$$

$$(v - 48)v + 32(v - 48) = 0$$

$$(v - 48)(v + 32) = 0$$

diperoleh $v = 48$.

Jadi, kecepatan rata-rata kereta api adalah 48 km/jam.

26. Penyelesaian:

Misalkan KARANGASEM diwarnai biru, KUNGKUNG diwarnai hijau, dan BANGLI diwarnai ungu, maka BULELENG harus diwarnai hijau, GIANYAR harus diwarnai biru, BADUNG harus diwarnai ungu, TABANAN harus diwarnai biru, JEMBRANA harus diwarnai ungu.

Jadi, minimal ada 3 warna berbeda.





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara

27. Penyelesaian:

$\overline{p2018q}$ habis dibagi 77 maka $\overline{p2018q}$ pasti habis dibagi 11 dan 7.

Jika $\overline{p2018q}$ habis dibagi 11 maka $p - 2 + 0 - 1 + 8 - q = p + 5 - q$ habis dibagi 11 sehingga diperoleh $p + 5 - q = 0$ atau 11.

$p + 5 - q$	p	q	$p2018q$	keterangan
0	1	6	120186	Tidak habis dibagi 7
0	2	7	220187	Tidak habis dibagi 7
0	3	8	320188	Tidak habis dibagi 7
0	4	9	420189	Habis dibagi 7
11	6	0	620180	Tidak habis dibagi 7
11	7	1	720181	Habis dibagi 7
11	8	2	820182	Tidak habis dibagi 7
11	9	3	920183	Tidak habis dibagi 7

Jadi, 720181 adalah bilangan 6 digit terbesar yang habis dibagi 77.

Nilai $p \times q = 7 \times 1 = 7$.

28. Penyelesaian:

Perhatikan gambar berikut!



A bisa diisi angka 1, 2 atau 4 (ada 3 pilihan)

B tidak bisa diisi angka 3 maupun angka yang sama dengan A. Jadi, ada 2 pilihan.

C bisa diisi angka 1, 2 atau 4 (ada 3 pilihan)

D tidak bisa diisi angka 3 maupun angka yang sama dengan C. Jadi, ada 2 pilihan.

➤ **Kasus 1:**

Jika $F = A$, maka E tidak boleh diisi angka yang sama dengan A. Jadi, ada 3 pilihan. Banyaknya susunan untuk kasus 1 adalah $3 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3 = 108$.

➤ **Kasus 2:**

Jika $F \neq A$, maka ada 2 pilihan untuk mengisi F dan ada 2 pilihan untuk mengisi E. Banyaknya susunan untuk kasus 2 adalah $3 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 144$.

Jadi, banyaknya susunan yang dapat dibentuk sesuai dengan ketentuan pada soal adalah $108 + 144 = 252$ cara.

29. Penyelesaian:

Jelas bahwa bilangan yang dimaksud pada soal adalah bilangan 4 digit.

Misalkan bilangan yang memenuhi pada soal adalah \overline{abcd} maka





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



$$a + b + c = d$$

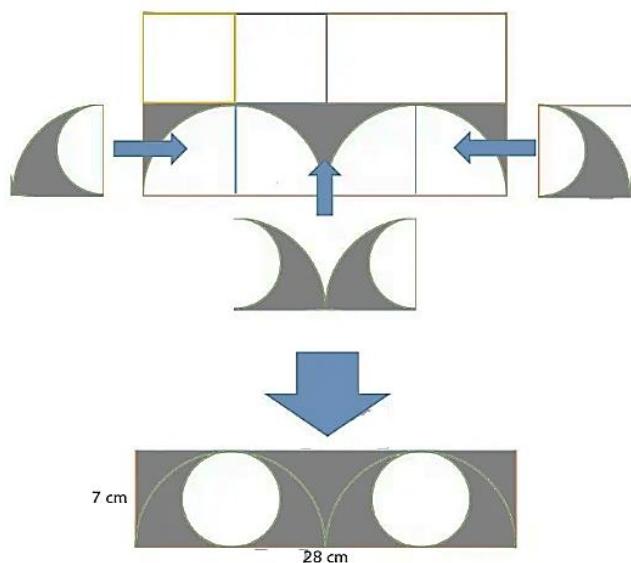
$$1 + 0 + 2 \leq d \leq 9 \rightarrow 3 \leq d \leq 9$$

Karena bilangan \overline{abcd} bilangan genap maka d haruslah bilangan genap

- Jika $d = 4$ maka $(a, b, c) = (1,0,3), (1,3,0), (3,0,1), (3,1,0)$ (ada 4)
- Jika $d = 6$ maka $(a, b, c) = (1,0,5), (1,5,0), (5,0,1), (5,1,0), (2,0,4), (2,4,0), (4,0,2), (4,2,0), (1,2,3), (1,3,2), (2,1,3), (2,3,1), (3,1,2), (3,2,1)$ (ada 14)
- Jika $d = 8$ maka $(a, b, c) = (1,0,7), (1,7,0), (7,0,1), (7,1,0), (2,0,6), (2,6,0), (6,0,2), (6,2,0), (3,0,5), (3,5,0), (5,0,3), (5,3,0), (1,2,5), (1,5,2), (2,1,5), (2,5,1), (5,1,2), (5,2,1), (1,3,4), (1,4,3), (3,4,1), (3,1,4), (4,1,3), (4,3,1)$ (ada 24)

Jadi, total semuanya ada 42 bilangan.

30. Penyelesaian:



Luas daerah yang diarsir

$$= \text{luas persegi panjang} - 2 \times \text{luas lingkaran}$$

$$= 28 \times 7 - 2 \left(\frac{22}{7} \right) \left(\frac{7}{2} \right)^2 = 196 - 77 = 119 \text{ cm}^2.$$

