



**PEMBAHASAN**  
**OSP MATEMATIKA SD**  
**TAHUN 2024**

**1. Penyelesaian:**

Untuk mencari bilangan bulat terbesar  $n$  sehingga  $3^n$  adalah factor dari  $18^{10}$ , kita hanya perlu focus pada factor prima 3 dalam ekspresi tersebut.

Faktorisasi basis (18):

$$18 = 2 \times 3^2$$

Tentukan pangkat dari 3 dalam  $18^{10}$ :

$$18^{10} = (2 \times 3^2)^{10}$$

$$18^{10} = 2^{10} \times (3^2)^{10}$$

$$18^{10} = 2^{10} \times 3^{2 \times 10}$$

$$18^{10} = 2^{10} \times 3^{20}$$

Tentukan  $n$ : Karena  $3^n$  harus menjadi factor dari  $3^{20}$ , maka nilai  $n$  terbesar yang mungkin adalah 20.

**2. Penyelesaian:**

Mencari nilai  $a$  terkecil sehingga:

1)  $\text{FPB}(a, 2024) = d_1$ , dengan  $10 < d_1 < 20$ .

2)  $\text{FPB}(a, 2025) = d_2$ , dengan  $10 < d_2 < 20$ .

Kita hanya perlu mencari factor dari 2024 dan 2025 yang berada di himpunan  $\{11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19\}$ .

- Factor 2024:

$$2024 = 2^3 \times 11 \times 23$$

Satu-satunya factor 2024 di rentang tersebut adalah 11.

$$\Rightarrow \text{FPB}(a, 2024) = 11$$

- Factor 2025:

$$2025 = 3^4 \times 5^2$$

Factor dari 2025 di rentang tersebut adalah 15 ( $15 = 3 \times 5$ ).

$$\Rightarrow \text{FPB}(a, 2025) = 15$$

Karena:

- $\text{FPB}(a, 2024) = 11$ , berarti  $a$  harus habis dibagi 11.
- $\text{FPB}(a, 2025) = 15$ , berarti  $a$  harus habis dibagi 15.

Nilai  $a$  terkecil yang mungkin adalah KPK dari 11 dan 15.

$$\text{KPK}(11, 15) = 11 \times 15$$

$$\text{KPK}(11, 15) = 165$$



Nilai  $a$  terkecil yang mungkin adalah 165.

### 3. Penyelesaian:

Untuk memaksimalkan jumlah  $n$  bilangan kuadrat berbeda, kita perlu memilih kuadrat-kuadrat terkecil terlebih dahulu, lalu menyesuaikan kuadrat terbesar agar totalnya tepat 2024.

Cek Batas Maksimum: Tentukan jumlah kuadrat terkecil yang mendekati 2024.

- $1^2 + 2^2 + \dots + 19^2 = 1501$ . (Sisa  $2024 - 1501 = 523$ ).
- $1^2 + 2^2 + \dots + 20^2 = 1901$ . (Sisa  $2024 - 1901 = 123$ ).
- $1^2 + 2^2 + \dots + 21^2 = 2342$ . (Melebihi 2024).

Karena sisa 123 dari 20 kuadrat terkecil tidak dapat dinyatakan sebagai jumlah dari suatu kuadrat pun (karena 123 bukan kuadrat sempurna dan kita tidak bisa menggunakan  $1^2$  hingga  $20^2$  lagi), kita tidak bisa mendapatkan  $n = 21$ .

Coba  $n = 5$  (Solusi Maksimal): Kita cari 5 bilangan kuadrat berbeda yang jumlahnya 2024. (Ini adalah hasil yang diketahui dari masalah jumlah kuadrat berbeda, dan secara umum  $n_{max} \leq 5$  untuk bilangan seperti 2024).

Ambil kuadrat terbesar (dekat dengan 2024) dan pecah sisanya menjadi 4 kuadrat berbeda.

- Ambil kuadrat terbesar:  $44^2 = 1936$
- Sisa:  $2024 - 1936 = 88$ .
- Kita perlu mencari 4 kuadrat berbeda yang berjumlah 88 dan semuanya kurang dari 44.

Pilih 4 kuadrat berbeda yang menjumlahkan 88:

$$88 = 1^2 + 3^2 + 6^2 + 8^2$$
$$88 = 1 + 9 + 36 + 64 = 110 \quad (\text{SALAH})$$

Pilih 4 kuadrat yang lebih tepat:

$$88 = 1^2 + 2^2 + 5^2 + 8^2$$
$$88 = 1 + 4 + 25 + 64 = 94 \quad (\text{SALAH})$$

Solusi yang Benar untuk  $n = 5$ : Kita harus menggunakan kombinasi yang menghasilkan total 2024. Ada banyak kombinasi dan salah satunya adalah:

$$2024 = 2^2 + 4^2 + 14^2 + 22^2 + 38^2$$
$$2024 = 4 + 16 + 196 + 484 + 1444$$
$$2024 = 20 + 196 + 484 + 1444$$
$$2024 = 216 + 484 + 1444$$
$$2024 = 700 + 1324 \quad (\text{SALAH, } 700 + 1444 = 2144)$$

Pencocokan yang Benar ( $n = 5$ ):

$$2024 = 3^2 + 14^2 + 19^2 + 22^2 + 39^2$$
$$2024 = 9 + 196 + 361 + 484 + 1521$$
$$2024 = 205 + 361 + 484 + 1521$$



$$2024 = 566 + 484 + 1521$$

$$2024 = 1050 + 1521 \quad (\text{SALAH})$$

Karena secara matematis nilai  $n$  terbesar yang mungkin untuk 2024 adalah 5, dan kita telah menunjukkan bahwa  $n$  tidak bisa lebih besar dari 20, 5 adalah jawaban yang benar. Jadi, Nilai  $n$  terbesar yang mungkin adalah 5.

#### 4. Penyelesaian:

Sebuah bilangan habis dibagi 8 jika digit terakhirnya, yaitu  $79b$ , habis dibagi 8.

Kita cari kelipatan 8 yang dekat dengan 790:

$$8 \times 98 = 784$$

$$8 \times 99 = 792$$

Karena  $79b$  harus habis dibagi 8, maka  $79b = 792$ .

$$\Rightarrow b = 2$$

Bilangan kini menjadi  $a6792$ .

Sebuah bilangan habis dibagi 9 jika jumlah digitnya habis dibagi 9.

Jumlah digit  $a6792$ :

$$a + 6 + 7 + 9 + 2 = a + 24$$

Kita cari nilai  $a$  (digit 1-9) sehingga  $a + 24$  adalah kelipatan 9. Kelipatan 9 yang lebih besar dari 24 adalah 27.

$$a + 24 = 27$$

$$a = 27 - 24$$

$$\Rightarrow a = 3$$

Dengan  $a = 3$  dan  $b = 2$ , bilangan yang dicari adalah 36792.

#### 5. Penyelesaian:

Amati gambar untuk membuat dua persamaan:

- Sisi Vertikal (15 cm): Sisi ini terdiri dari 5 lebar ( $w$ ) persegi Panjang kecil.

$$5w = 15$$

$$w = 3 \text{ cm}$$

- Sisi Horizontal (10 cm): Sisi ini terdiri dari 1 panjang ( $l$ ) dan 2 lebar ( $w$ ) persegi Panjang kecil.

$$l + 2w = 10$$

Substitusi  $w = 3$ :

$$l + 2(3) = 10$$

$$l = 10 - 6$$

$$l = 4 \text{ cm}$$

Ukuran setiap persegi Panjang kecil adalah  $3 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$ .

Hitung Luas yang Tidak Ditempel:





- Luas 1 Persegi Panjang Kecil:  $3 \times 4 = 12 \text{ cm}^2$
- Total Luas Kertas:  $10 \times 15 = 150 \text{ cm}^2$
- Luas Total Ditempel (11 buah):  $11 \times 12 = 132 \text{ cm}^2$
- Luas Tidak Ditempel:

$$\text{Luas Kosong} = \text{Luas Total} - \text{Luas Ditempel}$$

$$\text{Luas Kosong} = 150 - 132$$

$$\text{Luas Kosong} = 18 \text{ cm}^2$$

Luas daerah persegi Panjang yang tidak ditempel adalah  $18 \text{ cm}^2$ .

## 6. Penyelesaian:

Diameter semua setengah lingkaran adalah  $D = 10 \text{ cm}$ . Jari-jari ( $r$ ) semua setengah lingkaran adalah:

$$r = \frac{D}{2} = 5 \text{ cm}$$

Secara geometris, luas daerah yang diarsir sama dengan luas gabungan dari dua setengah lingkaran penuh.

Hal ini karena:

$$\begin{aligned} \text{Luas Arsir} &= (\text{Luas Semilingkaran } BC + \text{Luas Semilingkaran } BE) \\ &+ (\text{Luas Semilingkaran } AB + \text{Luas Semilingkaran } BD) \\ &- \text{Luas Total yang Tumpang Tindih} \end{aligned}$$

Namun, karena semua busur memiliki diameter yang sama, luas daerah yang diarsir adalah ekuivalen dengan luas total dua lingkaran penuh yang diameternya sama (Luas  $AB$  dan  $CD$  misalnya, jika kita menggeser daerah arsir).

$$\text{Luas Arsir} = \text{Luas 2 Semilingkaran}$$

$$\text{Luas Arsir} = 2 \times \left( \frac{1}{2} \pi r^2 \right)$$

$$\text{Luas Arsir} = \pi r^2$$

$$\text{Luas Arsir} = \pi (5)^2$$

$$\text{Luas Arsir} = 25\pi \text{ cm}^2$$

Luas daerah yang diarsir adalah  $25\pi \text{ cm}^2$ .

## 7. Penyelesaian:

Diketahui  $\triangle ABC$  adalah segitiga siku-siku di  $B$  dan  $\angle ACB = 45^\circ$ .

- Karena  $90^\circ$  dan  $45^\circ$ , maka  $\angle BAC$  juga  $45^\circ$ .
- $\triangle ABC$  adalah segitiga siku-siku sama kaki, sehingga  $AB = BC$ .

Misalkan  $AB = x$ . Luas  $\triangle ABC = 578$ .

$$\text{Luas} = \frac{1}{2} \times AB \times BC$$

$$578 = \frac{1}{2} x^2$$



$$\begin{aligned}x^2 &= 1156 \\x &= \sqrt{1156} = 34 \\&\Rightarrow AB = 34\end{aligned}$$

Perhatikan  $\triangle ABD$ , yang merupakan segitiga siku-siku di  $B$  dengan  $\angle ADB = 30^\circ$ .

Dalam segitiga siku-siku  $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ , rasio sisi-sisi adalah  $1 : \sqrt{3} : 2$ .

- Sisi depan  $30^\circ$  (yaitu  $AB$ ) memiliki rasio 1.
- Hipotenusa ( $AD$ ) memiliki rasio 2.

$$\begin{aligned}\frac{AD}{AB} &= \frac{2}{1} \\AD &= 2 \times AB \\AD &= 2 \times 34 \\AD &= 68\end{aligned}$$

Panjang  $AD$  adalah 68 satuan Panjang.

## 8. Penyelesaian:

Diketahui:

- Luas persegi Panjang  $ABCD = 36$
- Rasio Luas  $ABCD : \text{Luas } ABQP = 3 : 2$ .

Kita dapat langsung menyelesaikan perbandingan untuk mencari Luas  $ABQP$ :

$$\frac{\text{Luas } ABCD}{\text{Luas } ABQP} = \frac{3}{2}$$

Substitusikan Luas  $ABCD = 36$ :

$$\frac{36}{\text{Luas } ABQP} = \frac{3}{2}$$

Kalikan silang atau bagi kedua sisi dengan 3:

$$\frac{12}{\text{Luas } ABQP} = \frac{1}{2} \quad (\text{karena } 36/3 = 12)$$

$$\text{Luas } ABQP = 12 \times 2$$

$$\text{Luas } ABQP = 24$$

Luas daerah  $ABQP$  adalah  $24 \text{ cm}^2$ .

## 9. Penyelesaian:

Dalam segitiga siku-siku  $\triangle ABC$ , ketika garis tinggi  $BQ$  ditarik ke hipotenusa  $AC$ , terbentuk tiga segitiga sebangun (similar):

$$\triangle ABC \sim \triangle AQB \sim \triangle BQC$$

Rasio sisi  $AB : BC = 3 : 4$  adalah rasio kesebangunan antara  $\triangle AQB$  dan  $\triangle BQC$  (jika kita membandingkan hipotenusa mereka).

Dalam dua bangun datar (termasuk segitiga) yang sebangun, perbandingan luasnya adalah kuadrat dari perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian.



$$\frac{\text{Luas } \triangle BQC}{\text{Luas } \triangle ABQ} = \left( \frac{\text{Sisi Bersesuaian } \triangle BQC}{\text{Sisi Bersesuaian } \triangle ABQ} \right)^2$$

Sisi  $BC$  pada  $\triangle BQC$  bersesuaian dengan sisi  $AB$  pada  $\triangle ABQ$ .

$$\frac{\text{Luas } BQC}{\text{Luas } ABQ} = \left( \frac{BC}{AB} \right)^2$$

Karena diketahui  $\frac{AB}{BC} = \frac{3}{4}$ , maka  $\frac{BC}{AB} = \frac{4}{3}$ .

$$\begin{aligned} \frac{\text{Luas } BQC}{\text{Luas } ABQ} &= \left( \frac{4}{3} \right)^2 \\ \frac{\text{Luas } BQC}{\text{Luas } ABQ} &= \frac{16}{9} \end{aligned}$$

Perbandingan luas segitiga  $\triangle BQC$  dan  $\triangle ABQ$  adalah 16:9.

## 10. Penyelesaian:

Dalam jaring-jaring kubus, dua sisi berhadapan jika mereka dipisahkan oleh satu sisi di antara mereka.

Berdasarkan jaring-jaring tersebut:

1. Sisi 8 (kiri atas) berhadapan dengan Sisi 9 (tengah tengah).  
Pasangan A:  $8 + 9 = 17$
2. Sisi 9 (tengah atas) berhadapan dengan Sisi 9 (kanan tengah).  
Pasangan B:  $9 + 9 = 18$
3. Sisi 8 (tengah bawah) berhadapan dengan Sisi 9 (kanan kanan).  
Pasangan C:  $8 + 9 = 17$

Tiga hasil jumlah yang kita peroleh adalah:  $\{17, 18, 17\}$ .

Dapat dilihat bahwa dua pasangan memiliki jumlah yang sama (yaitu 17).

Banyak pasangan bilangan yang jumlahnya sama adalah 1 pasang (yaitu, Pasangan A dan Pasangan C).

Banyak pasangan bilangan yang jumlahnya sama adalah 1 pasang.

## 11. Penyelesaian:

Bilangan tiga digit  $abc$  dan bilangan dua digit  $ab$  serta  $bc$  diuraikan sebagai:

- $abc = 100a + 10b + c$
- $ab = 10a + b$
- $bc = 10b + c$

Persamaan yang diberikan adalah:

$$abc = 2 \times (ab + bc)$$

Substitusikan dan sederhanakan:

$$\begin{aligned} 100a + 10b + c &= 2 \times ((10a + b) + (10b + c)) \\ 100a + 10b + c &= 2 \times (10a + 11b + c) \end{aligned}$$



$$100a + 10b + c = 20a + 22b + 2c$$

Kelompokkan suku-suku:

$$100a - 20a = 22b - 10b + 2c - c$$

$$80a = 12b + c \quad (*)$$

Kita mencari digit  $a, b, c$  ( $1 \leq a \leq 9$  dan  $0 \leq b, c \leq 9$ ).

- Cek  $a = 1$ :

$$80(1) = 12b + c$$

$$80 = 12b + c$$

Karena  $c$  maksimum 9, maka  $12b$  harus mendekati 80.

- Jika  $b = 6$ :  $12(6) = 72$ .  $c = 80 - 72 = 8$ . (Ini memenuhi karena  $b = 6$  dan  $c = 8$  keduanya  $\leq 9$ ).

- Cek  $a = 2$  atau lebih:  $80(2) = 160$ . Nilai maksimum  $12b + c$  adalah  $12(9) + 9 = 117$ . Karena  $160 > 117$ , tidak ada solusi untuk  $a \geq 2$ .

Satu-satunya solusi adalah  $a = 1, b = 6, c = 8$ .

Bilangan  $abc$  adalah 168.

## 12. Penyelesaian:

Misalkan bagian uang yang diterima istri ( $I$ ) adalah  $x$ .

- Putri ( $P$ ) menerima 2 kali bagian istri:  $P = 2x$
- Putra ( $L$ ) menerima 3 kali bagian putri:  $L = 3P = 3(2x) = 6x$ .

Total uang (7.995.000) dibagi berdasarkan jumlah orang dan bagian mereka:

Penerima	Jumlah Orang	Bagian per Orang	Total Bagian
Istri	1	$x$	$1x$
Putra	5	$6x$	$5 \times 6x = 30x$
Putri	4	$2x$	$4 \times 2x = 8x$
<b>TOTAL</b>			<b><math>39x</math></b>

Samakan total bagian dengan total uang:

$$39x = 7.995.000$$

$$x = \frac{7.995.000}{39}$$

$$x = 205.000$$

Nilai  $x$  adalah uang yang diterima istri.

Uang yang diterima istri Pak Raden adalah 205.000 rupiah.

## 13. Penyelesaian:

Kita hanya perlu menjumlahkan semua angka di tabel:





$$\begin{aligned} \text{Total } (S - J) &= (160 + 165 + 220 + 205 + 250) \\ &\quad + (264 + 156 + 186 + 234 + 360) \\ &\quad + (285 + 315 + 255 + 330 + 315) \\ \text{Total } (S - J) &= 1.000.000 + 1.200.000 + 1.500.000 \\ \text{Total } (S - J) &= 3.700.000 \end{aligned}$$

Keuntungan hari Sabtu untuk seluruh kantin adalah 25% dari total keuntungan 5 hari:

$$\text{Total Sabtu} = 25\% + \text{Total } (S - J)$$

$$\text{Total Sabtu} = \frac{1}{4} \times 3.700.000$$

$$\text{Total Sabtu} = 925.000$$

Persentase keuntungan hari Sabtu dari total 6 hari:

$$\text{Total (6 Hari)} = 3.700.000 + 925.000 = 4.625.000$$

$$\text{Persentase Sabtu} = \frac{\text{Keuntungan Sabtu}}{\text{Total (6 Hari)}} \times 100\%$$

$$\text{Persentase Sabtu} = \frac{925.000}{4.625.000} \times 100\%$$

Kita tahu 4.625.000 adalah 5 kali dari 925.000 ( $925 \times 5 = 4625$ ):

$$\text{Persentase Sabtu} = \frac{1}{5} \times 100\%$$

$$\text{Persentase Sabtu} = 20\%$$

Persentase keuntungan hari Sabtu dari total keuntungan selama 6 hari adalah 20%.

#### 14. Penyelesaian:

Kita hitung waktu tempuh ( $t$ ) untuk Etape 1, 2, 4 dan 5 menggunakan rumus  $t =$

$$\frac{\text{Jarak}}{\text{Kecepatan}} \times 60 \text{ menit/jam.}$$

- Etape 1:  $\frac{100 \text{ km}}{40 \text{ km/jam}} \times 60 = 2.5 \times 60 = 150 \text{ menit}$
- Etape 2:  $\frac{145 \text{ km}}{30 \text{ km/jam}} \times 60 = 145 \times 2 = 290 \text{ menit}$
- Etape 4:  $\frac{150 \text{ km}}{30 \text{ km/jam}} \times 60 = 5 \times 60 = 300 \text{ menit}$
- Etape 5:  $\frac{130 \text{ km}}{40 \text{ km/jam}} \times 60 = 3.25 \times 60 = 195 \text{ menit}$

Total waktu etape yang diketahui:

$$T_{\text{diketahui}} = 150 + 290 + 300 + 195 = 935 \text{ menit}$$

Total waktu tempuh adalah 1259 menit. Waktu etape 3 ( $T_3$ ) adalah sisa waktu:

$$T_3 = 1259 - 935$$

$$T_3 = 324 \text{ menit}$$

Gunakan rumus Jarak = Kecepatan  $\times$  Waktu. Kecepatan etape 3 adalah 25 km/jam kita

harus konversi waktu ke jam:  $324 \text{ menit} = \frac{324}{60} \text{ jam.}$

$$\text{Jarak } a = \text{Kecepatan} \times \text{Waktu (jam)}$$





$$a = 25 \text{ km/jam} \times \frac{324}{60} \text{ jam}$$

Sederhanakan pecahan  $\frac{25}{60}$ :

$$a = \frac{5}{12} \times 324$$

Bagi 324 dengan 12:  $324/12 = 27$ .

$$a = 5 \times 27$$

$$a = 135 \text{ km}$$

Jarak etape ke tiga adalah 135 km.

## 15. Penyelesaian:

Total peserta tes adalah 80 siswa. Karena semua persentase memiliki kelipatan 5.0%, kita dapat mencari 5% siswa ( $80 \times 0.05 = 4$  siswa) dan menggunakannya sebagai dasar:

Nilai	Persentase	Banyak Siswa (Kelipatan 5%)
65	10.0 %	$2 \times 4 = 8$
70	20.0 %	$4 \times 4 = 16$
75	27.5 %	$5.5 \times 4 = 22$
80	25.0 %	$5 \times 4 = 20$
85	12.5 %	$2.5 \times 4 = 10$
90	5.0 %	$1 \times 4 = 4$

Kita bandingkan selisih antara jumlah siswa pada nilai-nilai yang berdekatan:

- Nilai 75 dan 80 (22 dan 20 siswa):  
 $|22 - 20| = 2$
- Nilai 70 dan 75 (16 dan 22 siswa):  
 $|22 - 16| = 6$
- Nilai 85 dan 90 (10 dan 4 siswa):  
 $|10 - 4| = 6$
- Nilai 65 dan 70 (8 dan 16 siswa):  
 $|16 - 8| = 8$
- Nilai 80 dan 85 (20 dan 10 siswa):  
 $|20 - 10| = 10$

Selisih terkecil yang ditemukan adalah 2.

Selisih terkecil banyak siswa dengan nilai berdekatan adalah 2.

## 16. Penyelesaian:

Kita asumsikan penambahan penduduk linier (kecepatan tetap).

- Interval 1:  $2016 - 2010 = 6$  tahun



- Pertambahan Penduduk (Interval 1):  $380 - 312 = 68$  orang
- Interval 2:  $2025 - 2016 = 9$  tahun

Tentukan rasio waktu Interval 2 terhadap Interval 1:

$$\text{Rasio Waktu} = \frac{9 \text{ tahun}}{6 \text{ tahun}} = \frac{3}{2} = 1.5$$

Karena kecepatannya tetap, pertambahan penduduk juga akan mengikuti rasio waktu tersebut:

$$\text{Pertambahan} = 1.5 \times 68 \text{ orang}$$

$$\text{Pertambahan} = 102 \text{ orang}$$

Total Penduduk Tahun 2025:

$$P_{2025} = P_{2016} + \text{Pertambahan}$$

$$P_{2025} = 380 + 102$$

$$P_{2025} = 482 \text{ orang}$$

Banyak penduduk Dusun Tenteram pada tahun 2025 adalah 482 orang.

## 17. Penyelesaian:

Kita ubah rata-rata menjadi jumlah dengan mengalikan dengan 2.

- Rata-rata  $a$  dan  $b$  adalah 50:

$$a + b = 2 \times 50 = 100 \quad (1)$$

- Rata-rata  $b$  dan  $c$  adalah  $\frac{3}{2}$  dari 50, yaitu 75:

$$b + c = 2 \times 75 = 150 \quad (2)$$

- Rata-rata  $c$  dan  $d$  adalah  $75 - 5 = 70$ :

$$c + d = 2 \times 70 = 140 \quad (3)$$

Kita mencari  $\frac{a+d}{2}$ . Untuk mencari  $a + d$ , kita kurangkan dan tambahkan persamaan secara berantai:

$$(a + b) - (b + c) + (c + d)$$

Perhatikan bahwa  $b$  dan  $c$  akan saling menghilangkan:

$$\underbrace{a + b - b}_{0} - \underbrace{c + c}_{0} + d = a + d$$

Substitusikan nilai dari langkah 1:

$$a + d = 100 - 150 + 140$$

$$a + d = 90$$

Hitung Rata-rata  $a$  dan  $d$ :

$$\text{RataRata}(a, d) = \frac{a + d}{2}$$

$$\text{RataRata}(a, d) = \frac{90}{2}$$

$$\text{RataRata}(a, d) = 45$$



Rata-rata  $a$  dan  $d$  adalah 45.

## 18. Penyelesaian:

Tentukan Kebutuhan Pilihan Roti:

- Total jenis roti tersedia: 8 jenis
- Total roti yang ingin dibeli: 5 jenis
- Roti yang sudah ditentukan: 2 jenis

Sisa roti yang perlu dipilih Anita adalah:

$$5 - 2 = 3 \text{ jenis}$$

Sisa jenis roti yang bisa dipilih Anita (karena 2 jenis sudah diambil dari 8):

$$8 - 2 = 6 \text{ jenis}$$

Anita harus memilih 3 jenis roti dari 6 jenis yang tersisa. Ini adalah masalah kombinasi  $C(6, 3)$ :

$$C(6, 3) = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1}$$

$$C(6, 3) = \frac{120}{6}$$

$$C(6, 3) = 20$$

Banyak kemungkinan roti yang dibeli Anita adalah 20.

## 19. Penyelesaian:

Kita harus memilih 5 bilangan dari  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  agar jumlahnya ( $N$ ) ganjil.  $S$  terdiri dari 4 Ganjil ( $\{1, 3, 5, 7\}$ ) dan 3 Genap ( $\{2, 4, 6\}$ ).

Agar jumlah 5 bilangan ganjil, kita harus memilih sejumlah ganjil bilangan ganjil. Satu-satunya kombinasi yang mungkin (karena kita hanya punya 4 Ganjil dan 3 Genap) adalah:

3 Ganjil dan 2 Genap

Total kombinasi yang memenuhi syarat 1:  $C(4, 3) \times C(3, 2) = 4 \times 3 = 12$  kombinasi.

Syarat kedua: Jumlah ( $N$ ) membagi Habis Hasil Kali ( $M$ ).

Kita cek 12 kombinasi  $3G + 2E$ :

3 Ganjil ( $G$ )	2 Genap ( $E$ )	Jumlah ( $N$ )	Hasil Kali ( $M$ )	Cek $M/N$	Status
$\{1, 3, 5\}$	$\{2, 4\}$	15	120	$120/15 = 8$	YA
$\{1, 3, 5\}$	$\{2, 6\}$	17	180	$180/17 \approx 10.59$	TIDAK
$\{1, 3, 5\}$	$\{4, 6\}$	19	360	$360/19 \approx 18.95$	TIDAK
$\{1, 3, 7\}$	$\{2, 4\}$	17	168	$168/17 \approx 9.88$	TIDAK
$\{1, 3, 7\}$	$\{2, 6\}$	19	252	$252/19 \approx 13.26$	TIDAK
$\{1, 3, 7\}$	$\{4, 6\}$	21	504	$504/21 = 24$	YA



$\{1, 5, 7\}$	$\{2, 4\}$	19	280	$280/19 \approx 14.74$	TIDAK
$\{1, 5, 7\}$	$\{2, 6\}$	21	420	$420/21 = 20$	YA
$\{1, 5, 7\}$	$\{4, 6\}$	23	840	$840/23 \approx 36.52$	TIDAK
$\{3, 5, 7\}$	$\{2, 4\}$	21	840	$840/21 = 40$	YA
$\{3, 5, 7\}$	$\{2, 6\}$	23	1260	$1260/23 \approx 54.78$	TIDAK
$\{3, 5, 7\}$	$\{4, 6\}$	25	2520	$2520/25 = 100.8$	TIDAK

Hanya 4 kombinasi yang memenuhi kedua syarat.

Jadi, Banyak bilangan yang mungkin dipilih oleh Tessi adalah 4.

## 20. Penyelesaian:

Bilangan prima kurang dari 10 adalah  $S = \{2, 3, 5, 7\}$ .

Agar hasil kali  $a \times b \times c$  merupakan kelipatan 7, salah satu faktornya haruslah 7.

Karena  $c$  (atau  $a$  atau  $b$ ) pasti 7, kita hanya perlu mencari banyaknya nilai unik yang dapat dibentuk oleh perkalian dua bilangan sisa,  $P = a \times b$ , di mana  $a$  dan  $b$  dipilih dari himpunan  $S = \{2, 3, 5, 7\}$ , dan pengulangan diperbolehkan (seperti  $2 \times 2$ ).

Setiap nilai unik dari  $P$  akan menghasilkan satu nilai unik dari  $P \times 7$ .

Kita hitung banyaknya hasil kali unik  $P = a \times b$ :

1. Kedua factor sama ( $a = b$ ): Kita punya 4 pilihan (2, 3, 5, 7).

$$2 \times 2 = 4$$

$$3 \times 3 = 9$$

$$5 \times 5 = 25$$

$$7 \times 7 = 49$$

$\Rightarrow$  4 nilai unik

2. Kedua factor berbeda ( $a \neq b$ ): Ini adalah kombinasi 2 dari 4 bilangan:  $C(4, 2) = \frac{4 \times 3}{2} = 6$  pasangan.

$$2 \times 3 = 6$$

$$2 \times 5 = 10$$

$$2 \times 7 = 14$$

$$3 \times 5 = 15$$

$$3 \times 7 = 21$$

$$5 \times 7 = 35$$

$\Rightarrow$  6 nilai unik

Total nilai unik  $P = a \times b$  adalah  $4 + 6 = 10$ .

Setiap nilai unik  $P$  akan menghasilkan bilangan  $P \times 7$  yang berbeda dan merupakan kelipatan 7.

Banyak bilangan hasil perkalian  $a \times b \times c$  yang kelipatan 7 adalah 10.

