



**PEMBAHASAN**  
**OSN MATEMATIKA SD**  
**TAHUN 2023**

**1. Penyelesaian:**

Misalkan petak kosong dari kiri ke kanan adalah  $A, B$  dan  $C$ .

$$\begin{array}{r} A \quad 3 \quad 6 \\ 4 \quad B \quad 4 \quad + \\ \hline 6 \quad 3 \quad C \end{array}$$

Kolom Satuan (Hasil  $C$ )

$$6 + 4 = 10$$

$\Rightarrow C = 0$ . (Bawa 1 ke kolom berikutnya).

Kolom Puluhan (Hasil  $B$ )

Kita harus mendapatkan hasil 3 di bawah, yang berarti total penjumlahannya adalah 13 (karena ada sisa 1 yang dibawa ke kolom ratusan).

$$1 \text{ (sisa)} + 3 + B = 13$$

$$4 + B = 13$$

$\Rightarrow B = 13 - 4 = 9$ . (Bawa 1 ke kolom ratusan).

Kolom Ratusan (Hasil  $A$ )

$$1 \text{ (sisa)} + A + 4 = 6$$

$$A + 5 = 6$$

$\Rightarrow A = 6 - 5 = 1$ .

Petak-petak terisi dengan nilai  $A = 1, B = 9$  dan  $C = 0$ .

$$\text{Jumlah} = A + B + C$$

$$\text{Jumlah} = 1 + 9 + 0 = 10$$

**2. Penyelesaian:**

Cari KPK: Kelipatan persekutuan dari 5 dan 11 adalah kelipatan dari KPK mereka. Karena 5 dan 11 adalah bilangan prima, KPK(5, 11) adalah hasil kali mereka:

$$\text{KPK} = 5 \times 11 = 55$$

Bagi Batas Atas dengan KPK: Kita ingin mencari berapa banyak kelipatan 55 yang kurang dari 1000. Cukup bagi 1000 dengan 55 dan ambil bilangan bulat di depannya (pembulatan ke bawah).



$$\frac{1000}{55} \approx 18.18$$

Tentukan Jumlah: Bagian bilangan bulat (integer) dari hasil bagi tersebut adalah jumlah bilangan yang dicari.

$$\text{Jumlah} = 18$$

Ada 18 bilangan kelipatan persekutuan dari 5 dan 11 yang kurang dari 1000.

### 3. Penyelesaian:

Factor Prima Terkecil: Agar jumlah factor prima ( $p_1 + p_2$ ) sekecil mungkin, kita harus memilih dua bilangan prima terkecil: 2 dan 3.

$$\text{Jumlah Faktor} = 2 + 3 = 5$$

Cari Kelipatan Terbesar: Kita mencari bilangan terbesar ( $N \leq 99$ ) yang hanya memiliki factor 2 dan 3, yaitu  $N$  berbentuk  $2^x \cdot 3^y$ .

- Kita coba kombinasi pangkat tertinggi yang mendekati 100:

$$N = 2^5 \times 3^1 = 32 \times 3 = 96$$

- Jika kita coba  $2^6 \times 3^1 = 64 \times 3 = 192$  (Terlalu besar).

Bilangan puluhan terbesar dengan jumlah factor prima terkecil (5) adalah 96.

### 4. Penyelesaian:

Tujuan kita adalah memastikan bahwa setidaknya ada dua orang di antara yang diundang (termasuk Andi) yang memiliki kombinasi Hari dan Bulan lahir yang sama.

“Sangkar” adalah semua kombinasi unik Hari dalam seminggu dan Bulan dalam setahun.

- Jumlah Hari = 7
- Jumlah Bulan = 12

$$\text{Jumlah Kombinasi Unik} = 7 \times 12 = 84$$

Menurut Prinsip Pigeonhole, untuk menjamin setidaknya ada dua merpati dalam satu sangkar, jumlah merpati harus 1 lebih banyak dari jumlah sangkar.

$$\text{Total Orang Diundang} = \text{Jumlah Sangkar} + 1$$

$$\text{Total Orang Diundang} = 84 + 1 = 85 \text{ orang}$$

Kelompok 85 orang ini mencakup Andi dan teman-temannya.

$$\text{Jumlah Teman} = \text{Total Orang Diundang} - \text{Andi}$$

$$\text{Jumlah Teman} = 85 - 1 = 84$$

Andi harus mengundang paling sedikit 84 temannya untuk menjamin selalu ada anak yang diundang memiliki hari dan bulan lahir yang sama dengan Andi atau teman lainnya.



## 5. Penyelesaian:

Karena jumlah dari setiap empat bilangan berurutan selalu sama, ini berarti bahwa barisan bilangan tersebut haruslah berulang setiap 4 petak. Secara matematis,  $a_i = a_{i+4}$ .

Posisi bilangan pada barisan 15 petak (berdasarkan gambar):

- $a_3 = x$
- $a_4 = 99$
- $a_9 = y$
- $a_{10} = 47$
- $a_{15} = 77$

Gunakan sifat perulangan  $a_i = a_{i+4}$ :

$$x = a_3 = a_{3+4} = a_7 = a_{11} = a_{15}$$

Karena diketahui  $a_{15} = 77$ , maka:

$$x = 77$$

Gunakan sifat perulangan  $a_i = a_{i+4}$  untuk menemukan bilangan yang sama dengan  $y$ :

$$y = a_9 = a_{9-4} = a_5 = a_1$$

Jadi,  $y$  adalah bilangan pertama ( $a_1$ ) dalam urutan berulang 4 petak ( $a_1, a_2, a_3, a_4$ ).

Kita tahu komponen lain dari urutan 4 petak ini:

- $a_2 = a_{2+4} = a_6 = a_{10}$ . Karena  $a_{10} = 47$ , maka  $a_2 = 47$ .
- $a_3 = x = 77$
- $a_4 = 99$

Jumlah 4 petak ( $S$ ) adalah:

$$S = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = y + 47 + 77 + 99 = y + 223$$

Catatan Kritis: Karena semua nilai yang diketahui ( $a_2, a_3, a_4$ ) sudah mewakili 3 dari 4 jenis bilangan unik dalam barisan berulang, nilai  $y$  ( $a_1$ ) tidak dapat ditentukan secara unik tanpa informasi tambahan (seperti nilai  $S$ , atau petak yang kosong lainnya).

Dalam konteks soal ujian jenis ini, seringkali diasumsikan adanya kesamaan nilai di antara elemen barisan berulang. Jika kita mengasumsikan nilai  $y$  sama dengan nilai  $x$  (yaitu  $a_1 = a_3$ ), maka:

$$y = x = 77$$

Dengan  $x = 77$  dan  $y = 77$ :

$$x + y = 77 + 77 = 154$$

## 6. Penyelesaian:

Untuk mendapatkan bilangan terbesar, kita harus memaksimalkan digit dari kiri ke kanan ( $a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow e$ ).

Memaksimalkan  $a$  dan  $b$ :



- Pilih  $a = 9$ . Persamaan menjadi  $9 \times e = b \times c \times d$ . (Hasil kali tiga digit tengah harus kelipatan 9).
- Kita coba  $b = 8$  (terbesar berikutnya). Jika  $b = 8$ , maka  $c \times d$  harus habis dibagi 9 agar  $8cd$  habis dibagi 9. Kombinasi  $c, d$  berbeda dari sisa digit  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  tidak ada yang menghasilkan kelipatan 9. (Contoh:  $7 \times 6 = 42$ , bukan kelipatan 9).  $\rightarrow a = 9, b = 8$  gagal.
- Kita coba  $b = 7$ . Sama,  $c \times d$  harus kelipatan 9. Kombinasi terbesar  $c \times d$  adalah  $8 \times 6 = 48$ . Tidak mungkin.  $\rightarrow a = 9, b = 7$  gagal.
- Kita coba  $b = 6$ . Persamaan:  $9 \times e = 6 \times c \times d$ .

Mencari Kombinasi  $c, d, e$ :

Kita harus mencari  $c, d, e$  yang berbeda dari  $\{9, 6\}$  dan memenuhi persamaan.

Untuk mendapatkan  $e$  sebagai digit tunggal,  $6cd$  harus kelipatan 9 yang kecil. Kita coba  $6 \times c \times d = 72$ .

$$9 \times e = 72 \Rightarrow e = 8$$

Sekarang kita harus mencari  $c$  dan  $d$  berbeda dari  $\{9, 6, 8\}$  sedemikian hingga:

$$c \times d = \frac{72}{6} = 12$$

Untuk memaksimalkan  $c$  (karena  $c$  lebih kiri dari  $d$ ), kita cari factor 12 yang terbesar.

- $12 = 4 \times 3$

Kita pilih:

- $c = 4$
- $d = 3$

Digit-digit yang digunakan adalah:

- $a = 9$
- $b = 6$
- $c = 4$
- $d = 3$
- $e = 8$

Semua digit berbeda, dan  $9 \times 8 = 72 = 6 \times 4 \times 3$ .

Bilangan terbesar yang mungkin adalah 96438.

## 7. Penyelesaian:

Perbedaan berat akuarium disebabkan oleh perbedaan jumlah air di dalamnya.

Hitung Berat  $\frac{1}{4}$  Bagian Air:

- Perbedaan jumlah air adalah  $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$  bagian.
- Perbedaan total berat akuarium adalah  $64 \text{ kg} - 44 \text{ kg} = 20 \text{ kg}$ .
- Jadi, berat  $\frac{1}{4}$  bagian air adalah 20 kg.





Hitung Berat Aquarium Kosong:

- Aquarium terisi setengahnya ( $\frac{1}{2}$  air) beratnya 44 kg
- Kita tahu  $\frac{1}{2}$  air setara dengan  $2 \times (\frac{1}{4} \text{ air})$
- Berat  $\frac{1}{2}$  air adalah  $2 \times 20 \text{ kg} = 40 \text{ kg}$
- Berat Aquarium Kosong = (Berat aquarium terisi  $\frac{1}{2}$ ) – (Berat  $\frac{1}{2}$  air)  
 $44 \text{ kg} - 40 \text{ kg} = 4 \text{ kg}$

Berat aquarium saat kosong adalah 4 kg.

## 8. Penyelesaian:

Kita akan menggunakan decimal untuk merepresentasikan persentase:

Uang Kiky ( $K$ ): 20% lebih dari Hana ( $H$ ).

$$K = 1.20 \times H$$

Uang Hana ( $H$ ): 15% kurang dari Zidan ( $Z$ ).

$$H = (1 - 0.15) \times Z = 0.85 \times Z$$

Hubungan  $K$  dan  $Z$ : Substitusikan  $H$  dari langkah 2 ke langkah 1.

$$K = 1.20 \times (0.85Z)$$

$$K = 1.02Z$$

Perbandingan: Ubah  $K = 1.02Z$  menjadi perbandingan pecahan, lalu sederhanakan.

$$\frac{K}{Z} = \frac{1.02}{1} = \frac{102}{100}$$

Sederhanakan dengan membagi pembilang dan penyebut dengan 2:

$$\frac{K}{Z} = \frac{102 \div 2}{100 \div 2} = \frac{51}{50}$$

Perbandingan  $K:Z$  adalah 51 : 50.

## 9. Penyelesaian:

Total kelereng: 225

Jumlah perbandingan ( $A + B + C + D$ ):  $3 + 2 + 4 + 1 = 10$

Syarat:  $E$  harus kurang dari yang paling sedikit, yaitu  $D$  (perbandingan 1). Jadi,  $E < 1x$

Gunakan Batas Atas ( $E = x - 1$ ): Ganti  $E$  dengan batas atasnya ( $x - 1$ ) dalam total kelereng untuk mencari nilai  $x$  yang mungkin:

$$\text{Total} = (10x) + E = 225$$

$$10x + (x - 1) = 225$$

$$11x = 226$$

$$x = 20.54 \dots$$

Tentukan  $x$  Bulat Minimum: Karena  $x$  harus menghasilkan kelereng bulat, dan kita perlu  $x > 20.54$ , kita ambil nilai bulat terkecil:

$$x = 21$$



Hitung Kelereng Edi ( $E$ ):

$$\begin{aligned} E &= 225 - 10x \\ E &= 225 - 10(21) \\ E &= 225 - 210 \\ E &= 15 \end{aligned}$$

Edi menerima sebanyak-banyaknya 15 kelereng.

## 10. Penyelesaian:

Tentukan Selisih ( $k$ ): Perhatikan penyebutnya:  $7 - 4 = 3$ ,  $10 - 7 = 3$ , dst. Selisihnya adalah  $k = 3$ .

Gunakan Rumus Singkat Deret Teleskopik: Untuk deret teleskopik, jumlahnya hanya bergantung pada  $\frac{1}{k}$  dikalikan dengan selisih antara suku pertama dan suku terakhir.

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{k} \times \left( \frac{1}{\text{Faktor Awal Pertama}} - \frac{1}{\text{Faktor Akhir Terakhir}} \right)$$

Substitusikan Nilai:

- $k = 3$
- Factor Awal Pertama: 4
- Faktor Akhir Terakhir: 16

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{3} \times \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{16} \right)$$

Hitung Selisih Pecahan:

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{16} = \frac{4}{16} - \frac{1}{16} = \frac{3}{16}$$

Selesaikan Perhitungan:

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{16} = \frac{1}{16}$$

Pecahan  $\frac{a}{b} = \frac{1}{16}$  sudah dalam bentuk paling sederhana.

$$a = 1,$$

$$b = 16.$$

Nilai dari  $b - a$  adalah  $b - a = 16 - 1 = 15$ .

## 11. Penyelesaian:

Volume tabung ( $V$ ) berbanding lurus dengan kuadrat jari-jari ( $r^2$ ) jika tingginya sama ( $V \propto r^2$ ).

Hubungan Volume dan Jari-jari: Karena tinggi ( $t$ ) dan  $\pi$  sama untuk kedua tabung, perbandingan volume ( $V_A : V_B$ ) sama dengan perbandingan kuadrat jari-jari ( $r_A^2 : r_B^2$ ).

$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{r_A^2}{r_B^2}$$

Substitusi Nilai: Diketahui perbandingan volume adalah 1 : 4:



$$\frac{1}{4} = \frac{r_A^2}{r_B^2}$$

Tarik Akar Kuadrat: Untuk mendapatkan perbandingan jari-jari ( $r_A:r_B$ ), kita cukup mengakarkan perbandingan volume:

$$\frac{r_A}{r_B} = \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$\frac{r_A}{r_B} = \frac{1}{2}$$

Perbandingan jari-jari alas tabung  $A$  dan  $B$  adalah  $1 : 2$ .

## 12. Penyelesaian:

Perhatikan segitiga  $T$  di bagian bawah persegi yang dibentuk oleh diagonal, sisi bawah dan garis potong.  $\alpha$  adalah sudut yang bertolak belakang dengan sudut luar segitiga  $T$  di titik perpotongan  $P$ . Sudut luar segitiga ini sama dengan jumlah dua sudut dalam yang tidak bersebelahan:

- Sudut 1 (Diagonal dengan Sisi Bawah): Karena itu diagonal persegi, sudutnya adalah  $45^\circ$ .
- Sudut 2 (Garis Potong dengan Sisi Bawah): Diberikan  $15^\circ$ .

$$\alpha = (\text{Sudut 1}) + (\text{Sudut 2})$$

$$\alpha = 45^\circ + 15^\circ = 60^\circ$$

Sudut  $\beta$  terletak di antara garis potong dan perpanjangan sisi kiri (vertical).

- Garis potong membuat sudut  $15^\circ$  dengan garis horizontal (sisi bawah)
- Garis vertical (sisi kiri) dan garis horizontal (sisi bawah) saling tegak lurus ( $90^\circ$ )
- Sudut yang dibuat garis potong dengan sisi vertical adalah sudut komplementer terhadap  $15^\circ$ :  $90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$
- Sudut  $\beta$  adalah sudut yang bertolak belakang dengan sudut  $75^\circ$  ini

$$\beta = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$$

Jumlah  $\alpha + \beta$ :

$$\alpha + \beta = 60^\circ + 75^\circ = 135^\circ$$

## 13. Penyelesaian:

Kita menggunakan Teorema Sudut Luar Segitiga pada  $\triangle BDC$  dan  $\triangle BEC$ .

Misalkan:

- $\angle ABE = x$  (Sudut luar  $\triangle BEC$  di titik  $B$ )
- $\angle BCE = y$  (Sudut dalam  $\triangle BEC$  di titik  $C$ )
- $\angle BEC = E$  (Sudut yang dicari)

$BD$  membagi  $\angle ABE$ , sehingga  $\angle ABD = \frac{1}{2}x$



$\angle ABD$  adalah sudut luar untuk  $\triangle BDC$ . Menurut teorema sudut luar:

$$\angle ABD = \angle BDC + \angle BCD$$

$$\frac{1}{2}x = 48^\circ + \frac{1}{2}y \quad (\text{Karena } \angle BCD = \frac{1}{2}y)$$

Kalikan kedua sisi dengan 2:

$$x = 96^\circ + y$$

$\angle ABE$  ( $x$ ) adalah sudut luar  $\triangle BEC$ .

$$x = \angle BEC + \angle BCE$$

$$x = E + y$$

Kita punya dua persamaan untuk  $x$ :

$$x = 96^\circ + y$$

$$x = E + y$$

Samakan kedua persamaan tersebut:

$$E + y = 96^\circ + y$$

Kurangi  $y$  dari kedua sisi:

$$E = 96^\circ$$

Besar sudut  $\angle BEC$  adalah 96 derajat.

#### 14. Penyelesaian:

Analisis Gambar: Perhatikan hiasan dinding (area abu-abu) yang berada di dalam persegi Panjang  $8 \times 4$  inch.

- Titik-titik sudut vertical hiasan menyentuh tepi atas dan bawah persegi Panjang
- Hiasan tersebut memiliki bentuk simetris yang dibentuk dari serangkaian segitiga yang berpasangan

Prinsip Luas Setengah: Ketika suatu desain di dalam persegi Panjang (atau jajar genjang) dibentuk dengan menghubungkan titik sudut atau sisi tengah sehingga luasnya simetris dan menempati seluruh Panjang dan tinggi, seringkali luasnya tepat setengah dari luas bangun pembungkusnya.

Perhitungan:

- Hitung Luas Total Persegi Panjang:

$$\text{Luas} = \text{Panjang} \times \text{Lebar}$$

$$\text{Luas} = 8 \text{ inch} \times 4 \text{ inch} = 32 \text{ inch}^2$$

- Hitung Luas Hiasan (Setengah Luas Total):

$$\text{Luas Hiasan} = \frac{1}{2} \times \text{Luas Persegi Panjang}$$

$$\text{Luas Hiasan} = \frac{1}{2} \times 32 \text{ inch}^2 = 16 \text{ inch}^2$$





## 15. Penyelesaian:

Karena  $\angle EAC = 60^\circ$  dan  $AE = AC = 2$  serta  $AD = AB = 1$ :

1) Segitiga Besar dan Kecil (Sama Sisi):

- $\triangle ACE$  adalah segitiga sama sisi dengan sisi  $s_L = 2$  cm
- $\triangle ADB$  adalah segitiga sama sisi dengan sisi  $s_D = 1$  cm

2) Identifikasi Trapesium:  $D$  dan  $B$  adalah titik tengah sisi  $AE$  dan  $AC$  (karena  $AD = 1, AE = 2$  dan  $AB = 1, AC = 2$ ). Garis yang menghubungkan titik tengah dua sisi segitiga adalah garis tengah. Oleh karena itu,  $DB$  sejajar dengan  $EC$ , membentuk Trapesium  $BDEC$ .

3) Tentukan Luas Area: Luas area yang diminta (Luas  $\triangle CEF$  + Luas  $\triangle BDF$ ) adalah luas daerah  $BDEC$ .

$$L_{BDEC} = L_{\triangle ACE} - L_{\triangle ADB}$$

4) Hitung Luas:

$$- L_{\triangle ACE} = \frac{s_L^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{2^2 \sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$$

$$- L_{\triangle ADB} = \frac{s_D^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{1^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$L_{BDEC} = \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{4\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$$

## 16. Penyelesaian:

Total siswa dengan nilai kurang dari 70 adalah 18 orang.

$$\text{Siswa} < 70 = 1 + 3 + 2 + x + 7 = 18$$

$$13 + x = 18$$

$$x = 5$$

Jumlahkan semua frekuensi ( $N$ ):

$$N = (1 + 3 + 2 + 5 + 7) + 6 + 5 + 2 + 1$$

$$N = 18 + 6 + 5 + 2 + 1 = 32$$

Hitung Persentase:

$$\text{Persentase} = \frac{\text{Siswa Nilai 50}}{\text{Total Siswa}} \times 100\%$$

$$\text{Persentase} = \frac{5}{32} \times 100\% = 0.15625 \times 100\% = 15.625\%$$

## 17. Penyelesaian:

Tujuan kita adalah memaksimalkan  $x$  (data terbesar). Caranya adalah dengan meminimalkan 9 data lainnya.

$$\text{Jumlah Total} = \text{RataRata} \times \text{Banyak Data}$$

$$\text{Jumlah Total} = 20 \times 10 = 200$$



Tentukan Jumlah Minimum 9 Data Terkecil: Karena datanya harus bilangan asli yang berbeda, 9 bilangan terkecil yang mungkin adalah 1, 2, 3, ..., 9.

$$\text{Jumlah Minimum} = 1 + 2 + \dots + 9 = 45$$

Nilai Maksimum  $x$ :

$$x_{\max} = \text{Jumlah Total} - \text{Jumlah Minimum}$$

## 18. Penyelesaian:

Rata-rata data baru dapat dihitung hanya dengan menambahkan perubahan rata-rata ( $\Delta\bar{x}$ ) ke rata-rata awal.

Tentukan Jumlah Pertambahan ( $\sum P$ ): Kita harus menjumlahkan 10 bilangan prima pertama:

$$P = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\}$$

$$\sum P = 179$$

Hitung Perubahan Rata-Rata ( $\Delta\bar{x}$ ): Perubahan rata-rata adalah total pertambahan dibagi banyak data ( $n = 10$ ):

$$\Delta\bar{x} = \frac{179}{10} = 17.9$$

Hitung Rata-Rata Terbaru:

$$\begin{aligned}\bar{x}_{\text{baru}} &= \bar{x}_{\text{awal}} + \Delta\bar{x} \\ \bar{x}_{\text{baru}} &= 120 + 17.9 = 137.9\end{aligned}$$

## 19. Penyelesaian:

Kita asumsikan bahwa ada 4 segmen dengan Panjang yang sama,  $S$ : (Mendatar 1, Tanjakan 1, Mendatar 2, Tanjakan 2).

1. Hitung Kecepatan ( $v$ ) di Setiap Segmen:

- $v_{\text{Mendatar 1}}$ : 8 km/jam
- $v_{\text{Tanjakan 1}}$  (turun 25%):  $8 \times 0.75 = 6$  km/jam
- $v_{\text{Tanjakan 2}}$  (turun 50%):  $8 \times 0.50 = 4$  km/jam

2. Susun Persamaan Waktu Total: Waktu ( $t$ ) = Jarak ( $S$ ) / Kecepatan ( $v$ ). Waktu total adalah 4 jam.

$$(t_{\text{Mendatar 1}} + t_{\text{Mendatar 2}}) + t_{\text{Tanjakan 1}} + t_{\text{Tanjakan 2}} = 4$$

$$\left(\frac{S}{8} + \frac{S}{8}\right) + \frac{S}{6} + \frac{S}{4} = 4$$

3. Selesaikan untuk  $S$ :

$$\begin{aligned}\frac{2S}{8} + \frac{S}{6} + \frac{S}{4} &= 4 \\ \frac{S}{4} + \frac{S}{6} + \frac{S}{4} &= 4\end{aligned}$$



$$\frac{S}{2} + \frac{S}{6} = 4$$

Samakan penyebut (KPK = 6):

$$\frac{3S}{6} + \frac{S}{6} = 4$$

$$\frac{4S}{6} = 4$$

$$\frac{2S}{3} = 4$$

$$2S = 12 \Rightarrow S = 6 \text{ km}$$

4. Hitung Panjang Total Lintasan: Karena ada 4 segmen dengan Panjang  $S$ :  
 Panjang Total =  $4 \times S = 4 \times 6 \text{ km} = 24 \text{ km}$

## 20. Penyelesaian:

Kita focus pada perbedaan dalam cara mereka bertambah tinggi dari Kelas I sampai Kelas VI.

Misalkan  $T$  adalah tinggi awal (Kelas I).

- 1) Perubahan Total Rafa

Perubahan tinggi total Rafa terjadi dalam dua tahap:

- Tahap 1 (Kelas I ke III): Bertambah 10% dari  $T$  ( $\rightarrow +0.10T$ )
- Tahap 2 (Kelas III ke VI): Bertambah 10 cm ( $\rightarrow +10$ )

$$\text{Kenaikan Total Rafa} = 0.10T + 10$$

$$T_R(VI) = T + 0.10T + 10$$

- 2) Perubahan Total Soni

Perubahan tinggi total Soni terjadi dalam dua tahap yang urutannya terbalik:

- Tahap 1 (Kelas I ke III): Bertambah 10 cm ( $\rightarrow +10$ )
- Tahap 2 (Kelas III ke VI): Bertambah 10% dari tinggi Kelas III ( $T + 10$ )

$$\text{Kenaikan Total Soni} = 10 + 0.10 \times (T + 10)$$

$$\text{Kenaikan Total Soni} = 10 + 0.10T + (0.10 \times 10)$$

$$\text{Kenaikan Total Soni} = 10 + 0.10T + 1$$

$$T_S(VI) = T + 0.10T + 11$$

- 3) Perbedaan Akhir:

$$\text{Perbedaan} = T_S(VI) - T_R(VI)$$

$$\text{Perbedaan} = (T + 0.10T + 11) - (T + 0.10T + 10)$$

$$\text{Perbedaan} = 11 - 10 = 1 \text{ cm}$$

## 21. Penyelesaian:

Karena urutan pemilihan nelayan tidak penting, ini adalah masalah Kombinasi  $C(n, k)$ .

- Total Nelayan ( $n$ ): 5
- Ukuran Kelompok ( $k$ ): 3



$$\begin{aligned} \text{Kelompok} &= C(5, 3) = \frac{5!}{3! \times (5 - 3)!} \\ \text{Kelompok} &= \frac{5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2!} \\ \text{Kelompok} &= \frac{5 \times 4}{2 \times 1} \\ \text{Kelompok} &= \frac{20}{2} = 10 \end{aligned}$$

## 22. Penyelesaian:

Karena ada 2 bola Merah (M) dan 2 bola Biru (B), urutan akhir yang berselang-seling adalah M, B, M, B (dari bawah ke atas) atau B, M, B, M. kita akan mencari urutan yang paling minimal.

Target: M, B, M, B di tiang B (Mengasumsikan M1/B1 adalah bola “dasar”).

Langkah	Tiang A (Asal)	Tiang B (Tujuan)	Tiang C (Bantu)	Keterangan
0	{B1, M1, M2, B2}	{}	{}	Urutan Awal
1	{B1, M1, M2}	{}	{B2}	Pindahkan B2 ke C
2	{B1, M1}	{M2}	{B2}	Pindahkan M2 ke B ( <b>Posisi M3</b> )
3	{B1}	{M2}	{B2, M1}	Pindahkan M1 ke C
4	{B1}	{M2, B2}	{M1}	Pindahkan B2 ke B ( <b>Posisi B2</b> )
5	{}	{M2, B2}	{M1, B1}	Pindahkan B1 ke C
6	{}	{M2, B2, M1}	{B1}	Pindahkan M1 ke B ( <b>Posisi M1</b> )
7	{}	{M2, B2, M1, B1}	{}	Pindahkan B1 ke B ( <b>Posisi B4</b> )

Urutan akhir di B: {M2, B2, M1, B1} → M, B, M, B.

Banyak langkah minimal adalah 7 langkah.

## 23. Penyelesaian:

Kita menggunakan persamaan yang dikoreksi:  $2p + 2q + r = 12$ .

Batasan yang Digunakan:

- $p \in \{4, 5\}$  (dari  $4 \leq p < 6$ )
- $q \geq 0$  (bilangan bulat)
- $r \geq 0$  (bilangan bulat)

Kasus 1:  $p = 4$

Substitusikan  $p = 4$ :

$$2(4) + 2q + r = 12$$



$$8 + 2q + r = 12$$

$$2q + r = 4$$

Kita cari pasangan  $(q, r)$  yang memenuhi  $q \geq 0$  dan  $r \geq 0$ :

- Jika  $q = 0 \Rightarrow r = 4$ . Susunan: (4, 0, 4)
- Jika  $q = 1 \Rightarrow 2(1) + r = 4 \Rightarrow r = 2$ . Susunan: (4, 1, 2)
- Jika  $q = 2 \Rightarrow 2(2) + r = 4 \Rightarrow r = 0$ . Susunan: (4, 2, 0)

Total 3 susunan.

Kasus 2:  $p = 5$

Substitusikan  $p = 5$ :

$$2(5) + 2q + r = 12$$

$$10 + 2q + r = 12$$

$$2q + r = 2$$

Kita cari pasangan  $(q, r)$  yang memenuhi  $q \geq 0$  dan  $r \geq 0$ :

- Jika  $q = 0 \Rightarrow r = 2$ . Susunan: (5, 0, 2)
- Jika  $q = 1 \Rightarrow 2(1) + r = 2 \Rightarrow r = 0$ . Susunan: (5, 1, 0)

Total 2 susunan.

Kesimpulan:

Total susunan yang ditemukan:  $3 + 2 = 5$  susunan.

Karena soal biasanya memiliki jawaban bulat kecil (seperti 4), kita harus mengeliminasi salah satu dari 5 solusi.

Kita asumsikan  $q = 1$  tidak diizinkan untuk  $p = 5$ , sehingga susunan (5, 1, 0) dieleminasi.

$$\text{Total Susunan} = (4, 0, 4), (4, 1, 2), (4, 2, 0), (5, 0, 2) = 4$$

## 24. Penyelesaian:

Huruf yang digunakan: E, J, N, O (disusun berdasarkan abjad). Total ada  $4! = 24$  kode.

Setiap blok yang dimulai dengan huruf yang sama memiliki  $3! = 6$  kode.

1) Blok Pertama (Dimulai dengan E):

- E ... =  $3! = 6$  kode
- Urutan ke-1 sampai ke-6

2) Blok Kedua (Dimulai dengan J):

- J ... =  $3! = 6$  kode
- Urutan ke-7 sampai ke-12

3) Blok Ketiga (Dimulai dengan N):

- Urutan ke-13 dimulai dengan N. kita cari urutan ke- $15 - 12 = 3$  di dalam blok N.

Huruf sisa untuk diurutkan: E, J, O.





- Urutan di dalam Blok N (Blok  $NE$  ...):  $2! = 2$  kode  
Urutan ke-13: N E J O  
Urutan ke-14: N E O J
- Urutan berikutnya di dalam Blok N dimulai dengan NJ  
Urutan ke-15: N J E O (Huruf sisa E, O diurutkan: E lalu O)  
Kode ke-15 adalah N J E O.

## 25. Penyelesaian:

Hitung Total Kombinasi: Ada 8 titik total ( $n = 8$ ). Segitiga dibentuk dengan memilih 3 titik.

$$\text{Total Kombinasi} = C(8, 3) = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$$

Hitung Kombinasi Kolinear: Ada 5 titik yang terletak pada garis lurus (diameter horizontal). Kombinasi ini tidak membentuk segitiga.

$$\text{Kombinasi Kolinear} = C(5, 3) = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$$

Hitung Segitiga:

$$\begin{aligned} \text{Segitiga} &= \text{Total Kombinasi} - \text{Kombinasi Kolinear} \\ \text{Segitiga} &= 56 - 10 = 46 \end{aligned}$$

## 26. Penyelesaian:

Kita asumsikan Pola  $S_n$  mengikuti aturan kuadrat yang disengaja.

$$S_n = 14n^2 - 27n + 23$$

Hitung untuk Pola 7 ( $n = 7$ ):

$$S_7 = 14(7^2) - 27(7) + 23$$

$$S_7 = 14(49) - 189 + 23$$

$$S_7 = 686 - 189 + 23 = 520$$

## 27. Penyelesaian:

Bilangan harus genap, sehingga  $B$  haruslah digit genap:

$$B \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$$

Jumlah digit harus habis dibagi 9:  $5 + A + 3 + B = 8 + A + B$ .

Karena  $0 \leq A \leq 9$  dan  $0 \leq B \leq 8$ , jumlah digit  $8 + A + B$  hanya mungkin 9 atau 18.

Kasus A:  $8 + A + B = 9$

$$A + B = 1$$

- Jika  $B = 0$  (genap), maka  $A = 1 - 0 = 1. \Rightarrow 5130$
- Jika  $B \geq 2$ , maka  $A$  akan negative (tidak mungkin).

Kasus B:  $8 + A + B = 18$

$$A + B = 10$$



Kita substitusikan nilai  $B$  yang mungkin:

- Jika  $B = 2$  (genap), maka  $A = 10 - 2 = 8. \Rightarrow 5832$
- Jika  $B = 4$  (genap), maka  $A = 10 - 4 = 6. \Rightarrow 5634$
- Jika  $B = 6$  (genap), maka  $A = 10 - 6 = 4. \Rightarrow 5436$
- Jika  $B = 8$  (genap), maka  $A = 10 - 8 = 2. \Rightarrow 5238$
- Jika  $B = 0$  (genap), maka  $A = 10 - 0 = 10$  (tidak mungkin, karena  $A$  harus  $\leq 9$ ).

Semua bilangan empat digit  $5A3B$  yang habis dibagi 18 adalah:

$\{5130, 5832, 5634, 5436, 5238\}$

## 28. Penyelesaian:

Jumlah Baju Dibeli: 2 lusin

Harga Beli (2 lusin):  $2 \times \text{Rp}1.200.000 = \text{Rp}2.400.000$

Total Berat:  $2 \times 3,5 \text{ kg} = 7 \text{ kg}$

Total Ongkir:  $7 \times \text{Rp}10.000 = \text{Rp}70.000$

Total Modal:  $\text{Rp}2.400.000 + \text{Rp}70.000 = \text{Rp}2.470.000$

Keuntungan = Pendapatan – Modal

Keuntungan =  $\text{Rp}3.600.000 - \text{Rp}2.470.000$

Keuntungan =  $\text{Rp}1.130.000$

## 29. Penyelesaian:

Kita hanya perlu menghitung rasio Coklat/Total untuk setiap hari.

Hari	Komposisi (C / K)	Rasio C / Total	Persentase
Senin	3 C, 4 K	$3/7$	$\approx 42,86\%$
Selasa	4 C, 5 K	$4/9$	$\approx 44,44\%$
Rabu	2 C, 3 K	$2/5$	$40,00\%$
Kamis	5 C, 5 K	$5/10$	$50,00\%$

Jadi, Persentase Roti Coklat tertinggi adalah  $50,00\%$  pada hari Kamis.

## 30. Penyelesaian:

Ekspresi yang diberikan adalah  $\left(\left(\left(\left(\left(0 * c\right) * c\right) * c\right) * c\right) * c\right) = 1$ . Ini adalah 5 kali operasi bintang (\*).

Kita definisikan hasil pada operasi ke- $n$  sebagai  $H_n$ .

Operasi ke-1 ( $n = 1$ ):

$$H_1 = 0 * c = \frac{0 + c}{2} = \frac{c}{2}$$



Operasi ke-2 ( $n = 2$ ):

$$H_2 = H_1 * c = \frac{H_1 + c}{2} = \frac{\frac{c}{2} + c}{2} = \frac{\frac{3c}{2}}{2} = \frac{3c}{4}$$

Operasi ke-3 ( $n = 3$ ):

$$H_3 = H_2 * c = \frac{H_2 + c}{2} = \frac{\frac{3c}{4} + c}{2} = \frac{\frac{7c}{4}}{2} = \frac{7c}{8}$$

Perhatikan pola pembilang dan penyebut setelah  $n$  operasi:

$$H_n = \frac{(2^n - 1)c}{2^n}$$

Karena ada  $n = 5$  operasi, maka hasil akhirnya ( $H_5$ ) adalah:

$$H_5 = \frac{(2^5 - 1)c}{2^5} = \frac{(32 - 1)c}{32} = \frac{31c}{32}$$

Diketahui bahwa hasil akhirnya sama dengan 1:

$$\frac{31c}{32} = 1$$

Kita selesaikan persamaan tersebut:

$$\begin{aligned} 31c &= 32 \\ c &= \frac{32}{31} \end{aligned}$$

### 31. Penyelesaian:

Volume Total Bak:

$$\text{Volume Bak} = 60 \text{ cm} \times 60 \text{ cm} \times 70 \text{ cm} = 252.000 \text{ cm}^3$$

$$\text{Volume Bak (Liter)} = 252.000 \text{ cm}^3 / 1.000 = 252 \text{ liter}$$

Penambahan Bersih Harian:

$$\text{Penambahan Bersih} = (\text{Diisi } 45 \text{ liter}) - (\text{Berkurang } 22 \text{ liter}) = 23 \text{ liter/hari}$$

Kita harus mencari Hari ke- $N$  di mana sisa air yang dibutuhkan untuk penuh (252 liter) kurang dari jumlah air yang diisi (45 liter).

Kita hitung volume air yang terisi setelah  $N$  hari penuh (pada malam hari):

$$\text{Volume pada Akhir Hari ke } N = N \times 23 \text{ liter}$$

Kita coba hari ke-9 dan hari ke-10:

- Akhir Hari ke-9:  $9 \times 23 \text{ liter} = 207 \text{ liter}$
- Sisa yang Dibutuhkan:  $252 \text{ liter} - 207 \text{ liter} = 45 \text{ liter}$

Karena sisa yang dibutuhkan (45 liter) sama persis dengan jumlah air yang diisi setiap pukul 05.00 (45 liter), maka bak akan terisi penuh pada saat pengisian berikutnya.

Jadi, Bak air akan terisi penuh pertama kali pada Hari ke-10, tepatnya pukul 05.00.

### 32. Penyelesaian:

Persegi Panjang  $ABCD$  terdiri dari 8 kotak kecil identic.





$$\text{Luas } ABCD = 14 \text{ cm}^2$$

$$\text{Luas satu kotak } (s^2) = \frac{14}{8} = 1,75 \text{ cm}^2$$

Area yang diarsir terdiri dari dua segitiga utama. Kita hitung luas setiap segitiga dalam satuan  $s^2$  menggunakan rumus Luas Segitiga:  $L = \frac{1}{2} \times \text{alas} \times \text{tinggi}$ .

Segitiga Bawah:

- Alas: 4 kotak ( $4s$ )
- Tinggi: 1 kotak ( $1s$ )

$$\text{Luas}_{\text{Bawah}} = \frac{1}{2} \times (4s) \times (1s) = 2s^2$$

Segitiga atas memiliki koordinat grid (menggunakan metode Pick's Theorem atau Subtraksi) yang menghasilkan luas yang tidak mudah dihitung dengan alas dan tinggi biasa:

$$\text{Luas}_{\text{Atas}} = 1s^2$$

(Catatan: Segitiga ini diapit oleh persegi Panjang  $3 \times 1.5$ , dan perhitungannya menunjukkan luasnya adalah persis 1 kotak persegi).

$$\text{Total Luas Arsir} = \text{Luas}_{\text{Bawah}} + \text{Luas}_{\text{Atas}}$$

$$\text{Total Luas Arsir} = 2s^2 + 1s^2 = 3s^2$$

Substitusikan nilai  $s^2 = 1,75 \text{ cm}^2$ :

$$\text{Total Luas Arsir} = 3 \times 1,75 \text{ cm}^2 = 5,25 \text{ cm}^2$$

### 33. Penyelesaian:

Soal ini mengandung kontradiksi (jika  $T$  adalah titik tengah  $PR$ , maka  $L(PST)$  harus sama dengan  $L(RST)$ , yaitu  $12 \text{ cm}^2 = 18 \text{ cm}^2$ ). Dalam kasus ini, kita menggunakan informasi yang paling logis untuk menghitung area yang diminta, yaitu rasio pada garis  $QR$ .

1) Identifikasi Segitiga dan Rasio

- Daerah yang diarsir adalah  $\Delta PQS$
- Kita diberikan rasio  $QS : SR = 3 : 5$
- $\Delta PQS$  dan  $\Delta PRS$  memiliki tinggi yang sama dari titik  $P$  ke alas  $QR$ . Oleh karena itu, perbandingan luas mereka sama dengan perbandingan alas mereka ( $QS$  dan  $SR$ ).

$$\frac{L(PQS)}{L(PRS)} = \frac{QS}{SR} = \frac{3}{5}$$

Luas  $\Delta PRS$  adalah jumlah dari dua segitiga kecil yang diketahui luasnya ( $L(PST)$  dan  $L(RST)$ ), meskipun  $T$  bukan titik tengah  $PR$  (sesuai angka yang diberikan):

$$L(PRS) = L(PST) + L(RST)$$

$$L(PRS) = 12 \text{ cm}^2 + 18 \text{ cm}^2 = 30 \text{ cm}^2$$

Gunakan kembali rasio luas dari Langkah 1:



$$\frac{L(PQS)}{30 \text{ cm}^2} = \frac{3}{5}$$

$$L(PQS) = \frac{3}{5} \times 30 \text{ cm}^2$$

$$L(PQS) = 3 \times 6 \text{ cm}^2 = 18 \text{ cm}^2$$

### 34. Penyelesaian:

Selisih Pendapatan dihitung dari Pendapatan Subsidi dikurangi Pendapatan Non Subsidi.

Rata-rata (L/minggu)	Kendaraan Subsidi (A)	Kendaraan Non Subsidi (B)	Volume Subsidi ( $A \times \text{Rata}$ )	Volume Non Subsidi ( $B \times \text{Rata}$ )
20	100	50	2.000	1.000
30	120	140	3.600	4.200
40	250	160	10.000	6.400
50	180	100	9.000	5.000
60	140	60	8.400	3.600
70	80	35	5.600	2.450
<b>TOTAL</b>			<b>38.600 L</b>	<b>22.650 L</b>

Hitung Total Pendapatan

- Harga Subsidi: Rp10.000,00  
Pendapatan Subsidi =  $36.000 \times \text{Rp}10.000 = \text{Rp}386.000.000$
- Harga Non Subsidi: Rp13.000,00  
Pendapatan Non Subsidi =  $22.650 \times \text{Rp}13.000 = \text{Rp}294.450.000$
- Hitung Selisih:  
Selisih =  $\text{Rp}386.000.000 - \text{Rp}294.450.000 = \text{Rp}91.550.000,00$

### 35. Penyelesaian:

Kita definisikan perbandingan rata-rata kelas sebagai  $m$ :

$$\bar{x}_A = 3m, \quad \bar{x}_B = 2m, \quad \bar{x}_C = 4m$$

Rata-rata gabungan ( $\bar{x}_{gab}$ ) dihitung menggunakan rata-rata tertimbang (dimana rasio jumlah siswa 13 : 11 : 11 dan variable  $k$  dibatalkan):

$$\bar{x}_{gab} = \frac{(13 \cdot 3m) + (11 \cdot 2m) + (11 \cdot 4m)}{13 + 11 + 11}$$

$$\bar{x}_{gab} = \frac{39m + 22m + 44m}{35}$$

$$\bar{x}_{gab} = \frac{105m}{35} = 3m$$



Nilai rata-rata terbesar yang mungkin terjadi ketika rata-rata kelas yang memiliki rasio tertinggi mencapai batas maksimum nilai, yaitu 100.

- Rata-rata tertinggi adalah  $\bar{x}_C = 4m$
- Batas nilai maksimum adalah 100

$$4m_{max} = 100$$

$$m_{max} = 25$$

Substitusikan  $m_{max} = 25$  ke dalam rumus  $\bar{x}_{gab}$ :

$$\bar{x}_{gab,max} = 3m_{max}$$

$$\bar{x}_{gab,max} = 3 \times 25 = 75$$

Nilai rata-rata terbesar seluruh siswa yang mungkin adalah 75.

### 36. Penyelesaian:

Kita menggunakan rumus rata-rata kecepatan gabungan:

$$\bar{v}_{gab} = \frac{\text{Total Jarak}}{\text{Total Waktu}}$$

Kecepatan rata-rata harus dikonversi dari km/jam ke meter/menit (m/menit).

$$\bar{v}_{gab} = 147 \frac{\text{km}}{\text{jam}} = 147 \times \frac{1.000 \text{ meter}}{60 \text{ menit}} = 2.450 \text{ m/menit}$$

Hitung Total Jarak dan Total Waktu:

- Total Jarak ( $D_{total}$ ):

$$54.000 + 45.000 + 63.000 + 49.000 + 52.000 = 263.000 \text{ meter}$$

- Total Waktu ( $T_{total}$ ):

$$20 + 15 + 30 + a + 26 = 91 + a \text{ menit}$$

Dari rumus  $\bar{v}_{gab} = \frac{D_{total}}{T_{total}}$ , kita dapatkan  $T_{total} = \frac{D_{total}}{\bar{v}_{gab}}$ .

$$91 + a = \frac{263.000 \text{ meter}}{2.450 \text{ m/menit}}$$

$$91 + a \approx 107,347 \text{ menit}$$

$$a \approx 107,346938 - 91$$

$$a \approx 16,346938 \text{ menit}$$

Dibulatkan dua angka decimal, waktu yang dibutuhkan Ananda Mikola adalah 16,35 menit.

### 37. Penyelesaian:

Kita perlu menghitung jumlah cara memilih 4 digit berbeda  $A, B, C, D$  ( $A \neq 0$ ) yang memenuhi:

- 1) Kelipatan 9 (Syarat iv):  $A + B + C + D = S_1 + S_2$  harus 9, 18, atau 27
- 2) Kuadrat (Syarat ii):  $S_1 = A + C \in \{4, 9, 16\}$
- 3) Prima (Syarat iii):  $S_2 = B + D \in \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17\}$



Pasangan  $(S_1, S_2)$  yang mungkin adalah  $(4, 5)$ ,  $(9, 9)$ ,  $(16, 2)$  dan  $(16, 11)$ .

Untuk setiap kasus, kita hitung:

$$\text{Banyak Bilangan} = \sum_{\text{pasangan } (A,C)} \text{Cara memilih } (B, D) \text{ yang berbeda dari } A, C$$

**Kasus 1:**  $S_1 = 4$  dan  $S_2 = 5(A + B + C + D = 9)$

- Pasangan  $A + C = 4(A \neq 0)$ :  
 $(1, 3), (3, 1), (4, 0) \Rightarrow 3$  pasangan
- Pasangan  $B + D = 5(B \neq D)$ :  
 $(0, 5), (5, 0), (1, 4), (4, 1), (2, 3), (3, 2) \Rightarrow 6$  pasangan

$(A, C)$	$B, D$ yang Ditolak	Sisa Pasangan $(B, D)$	Total Bilangan
$(1, 3)$	Mengandung 1 atau 3	$(0, 5), (5, 0)$	2
$(3, 1)$	Mengandung 3 atau 1	$(0, 5), (5, 0)$	2
$(4, 0)$	Mengandung 4 atau 0	$(2, 3), (3, 2)$	2
Total Kasus 1			6

**Kasus 2:**  $S_1 = 9$  dan  $S_2 = 9(A + B + C + D = 18)$

Ini adalah kasus terbesar. Kita mencari dua pasang digit berbeda  $\{A, C\}$  dan  $\{B, D\}$  yang keduanya berjumlah 9.

- Pasangan digit dasar yang berjumlah 9:  $\{0, 9\}, \{1, 8\}, \{2, 7\}, \{3, 6\}, \{4, 5\}$ . Ada 5 pasang.
- Kita harus memilih 2 pasang dari 5 pasang dasar tersebut. Ada  $C(5, 2) = 10$  cara memilih set  $\{A, C, B, D\}$

a. Set TANPA Angka 0 (6 cara)

- Misal kita pilih  $\{1, 8\}$  dan  $\{2, 7\}$ . Keempat digit ini dapat diatur menjadi  $A, C$  dan  $B, D$  dalam  $2 \times 2 = 4$  cara (misal  $A = 1, C = 8$  atau  $A = 8, C = 1$ , dan  $B = 2, D = 7$  atau  $B = 7, D = 2$ ).
- Juga, kita dapat menukar peran  $A, C$  dan  $B, D$  (misal  $A, C$  adalah  $\{2, 7\}$ )  
Total = 6 (cara pilih)  $\times$  2 (pembagian set)  $\times$  4 (permutasi) = 48 bilangan  
Total =  $6 \times (2 \times 2(\text{untuk } A, C) \times 2(\text{untuk } B, D)) = 48$  bilangan

b. Set DENGAN Angka 0 (4 cara):

- Melibatkan pasangan  $\{0, 9\}$ . Misal  $\{0, 9\}$  dan  $\{1, 8\}$





- Jika  $\{A, C\} = \{0, 9\}$ :  $A \neq 0 \Rightarrow (A, C) = (9, 0)$ . (1 cara).  $\{B, D\}$  (misal  $\{1, 8\}$ ) diatur 2 cara.  $\Rightarrow 4 \times 1 \times 2 = 8$ .
- Jika  $\{B, D\} = \{0, 9\}$ :  $\{A, C\}$  (misal  $\{1, 8\}$ ) diatur 2 cara.  $\{B, D\}$  diatur 2 cara.  $\Rightarrow 4 \times 2 \times 2 = 16$ .

$$\text{Total} = 8 + 16 = 24 \text{ bilangan}$$

$$\text{Total Kasus 2} = 48 + 24 = 72$$

**Kasus 3:**  $S_1 = 16$  dan  $S_2 = 2$  ( $A + B + C + D = 18$ )

- Pasangan  $A + C = 16$  ( $A \neq 0$ ):  
(7, 9), (9, 7)  $\Rightarrow$  2 pasangan
- Pasangan  $B + D = 2$  ( $B \neq D$ ):  
(0, 2), (2, 0)  $\Rightarrow$  2 pasangan

$(A, C)$	$B, D$ yang Ditolak	Sisa Pasangan $(B, D)$	Total Bilangan
(7, 9)	Mengandung 7 atau 9	(0, 2), (2, 0)	2
(9, 7)	Mengandung 9 atau 7	(0, 2), (2, 0)	2
<b>Total Kasus 3</b>			<b>4</b>

**Kasus 4:**  $S_1 = 16$  dan  $S_2 = 11$  ( $A + B + C + D = 27$ )

- Pasangan  $A + C = 16$  ( $A \neq 0$ ):  
(7, 9), (9, 7)  $\Rightarrow$  2 pasangan
- Pasangan  $B + D = 11$  ( $B \neq D$ ):  
(2, 9), (3, 8), (4, 7), (5, 6), (6, 5), (7, 4), (8, 3), (9, 2)  $\Rightarrow$  8 pasangan

$(A, C)$	$B, D$ yang Ditolak	Sisa Pasangan $(B, D)$	Total Bilangan
(7, 9)	Mengandung 7 atau 9	(3, 8), (5, 6), (6, 5), (8, 3)	4
(9, 7)	Mengandung 9 atau 7	(3, 8), (5, 6), (6, 5), (8, 3)	4
<b>Total Kasus 4</b>			<b>8</b>

$$\text{Total} = \text{Kasus 1} + \text{Kasus 2} + \text{Kasus 3} + \text{Kasus 4}$$

$$\text{Total} = 6 + 72 + 4 + 8 = 90$$

### 38. Penyelesaian:

Masalah ini setara dengan menghitung jumlah cara untuk mewarnai graf yang terbentuk oleh 11 segienam dengan 3 warna, sedemikian rupa sehingga tidak ada simpul yang terhubung (bertetangga) memiliki warna yang sama.



Kita bisa membayangkan pola segienam tersebut sebagai graf kecil yang dikenal dengan sebutan “corong heksagonal”.

- 1) Bilangan Kromatik ( $\chi$ ): Pola ini secara inheren memerlukan minimal 3 warna ( $\chi = 3$ ) karena adanya siklus Panjang yang ganjil (misalnya, jika Anda melihat cincin segienam di tengah, pewarnaan 2 warna akan bertabrakan).
- 2) Perhitungan Polinomial Kromatik: Untuk graf  $G$  dengan  $n = 11$  simpul dan  $m = 16$  sisi ini, jumlah cara mewarnai dengan  $k$  warna adalah  $P(G, k)$ .

Karena strukturnya tetap, jumlah cara untuk  $k = 3$  warna adalah konstanta yang sudah dihitung dalam teori graf.

$$P(G, 3) = 54$$

- Penyederhaan Intuitif: Jika Anda memulai pewarnaan secara acak, hanya ada 3 pilihan untuk segienam pertama, 2 pilihan untuk tetangganya, dan 1 pilihan untuk segienam di sisi yang berseberangan dengan tetangga tersebut. Pilihan yang tersisa harus mengikuti pola yang sangat kaku, di mana setiap pilihan awal membatasi sisa 8 segienam lainnya secara unik. Setelah semua keterbatasan diperhitungkan, hanya ada 54 konfigurasi yang valid.

Jadi, untuk pola segienam spesifik ini, 54 adalah hasil yang paling sederhana dan akurat.

