PEMBAHASAN
OSN MATEMATIKA SD
TAHUN 2016

1. **Penyelesaian:**
   Kita mencari pasangan bilangan prima (p_1, p_2) dengan syarat $1 < p_1 < 50, 1 < p_2 < 50$, dan $p_1 + p_2 = 60$.
   Bilangan prima yang tersedia untuk pasangan tersebut adalah:
   $$\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47\}$$
   Kita cari bilangan prima p_1 yang ketika dikurangi 60, menghasilkan bilangan prima p_2 yang juga berada di bawah 50.

p_1	$p_2 = 60 - p_1$	Apakah p_2 Prima?	$p_2 < 50$?	Pasangan
2	58	Tidak	Ya	-
3	57	Tidak	Ya	-
5	55	Tidak	Ya	-
7	53	Ya	**Tidak**	-
11	49	Tidak	Ya	-
13	**47**	**Ya**	Ya	(13, 47)
17	**43**	**Ya**	Ya	(17, 43)
19	**41**	**Ya**	Ya	(19, 41)
23	**37**	**Ya**	Ya	(23, 37)
29	**31**	**Ya**	Ya	(29, 31)

   Pasangan bilangan prima (p_1, p_2) yang unik dengan $p_1 \leq p_2$ dan kedua komponennya di bawah 50 adalah:
   1) (13, 47)
   2) (17, 43)
   3) (19, 41)
   4) (23, 37)
   5) (29, 31)

   Jadi, ada 5 pasangan bilangan prima yang memenuhi kriteria tersebut.

2. **Penyelesaian:**
   Teorema Pick: $L = I + \frac{B}{2} - 1$

Di mana:

- L = Luas
- I = Jumlah titik kisi di dalam bangun (Interior)
- B = Jumlah titik kisi pada batas (keliling) bangun (Boundary)

Hitung titik-titik putih kecil yang terletak seluruhnya di dalam area yang diarsir:

$$I = 5\ (\text{baris } 2) + 7\ (\text{baris } 3) + 7\ (\text{baris } 4) + 5\ (\text{baris } 5) = 24$$

Hitung titik-titik kisi (persimpangan garis) yang tepat dilewati oleh garis tepi bangun:

- Kaki kiri ke bahu kiri: 4 titik
- Punggung atas: 3 titik
- Kepala/Moncong: 4 titik
- Punggung kanan (turun): 2 titik
- Kaki kanan (turun): 4 titik
- Perut (naik): 7 titik
- Total (dihitung sekali per titik): 24 titik

Masukkan nilai I dan B ke dalam rumus Teorema Pick:

$$L = 24 + \frac{24}{2} - 1$$
$$L = 24 + 12 - 1$$
$$L = 35$$

Karena setiap kotak kisi adalah 1 cm × 1 cm, maka luas daerah yang diarsir adalah 35 cm^2.

3. **Penyelesaian:**

Hitung $6 \otimes 3$. Di sini $a = 6$ dan $b = 3$.

$$6 \otimes 3 = \frac{6 \times 3}{6 + 3}$$
$$6 \otimes 3 = \frac{18}{9}$$
$$6 \otimes 3 = 2$$

Substitusikan hasil dari Langkah 1, kita hitung $2 \otimes (-4)$. Di sini $a = 2$ dan $b = -4$.

$$2 \otimes (-4) = \frac{2 \times (-4)}{2 + (-4)}$$
$$2 \otimes (-4) = \frac{-8}{2 - 4}$$
$$2 \otimes (-4) = \frac{-8}{-2}$$
$$2 \otimes (-4) = 4$$

Jadi, Nilai dari $(6 \otimes 3) \otimes (-4)$ adalah 4.

4. **Penyelesaian:**
Jumlahkan semua siswa berdasarkan rasa yang disukai:
$$\text{Total} = 6(\text{Vanila}) + 8(\text{Coklat}) + 5(\text{Stroberi}) + 2(\text{Mangga}) + 4(\text{Durian})$$
$$\text{Total} = 25 \text{ siswa}$$
Jumlahkan siswa yang menyukai Coklat atau Durian:
$$\text{Jumlah Diminta} = 8(\text{Coklat}) + 4(\text{Durian})$$
$$\text{Jumlah Diminta} = 12 \text{ siswa}$$
Bagi jumlah siswa yang diminta dengan total siswa, lalu kalikan 100%:
$$\text{Persentase} = \frac{12}{25} \times 100\%$$
$$\text{Persentase} = 0.48 \times 100\%$$
$$\text{Persentase} = 48\%$$

5. **Penyelesaian:**
Kita akan mencari total uang Rani (U) terlebih dahulu.
Diketahui: 15% dari $\frac{4}{5}$ uang Rani adalah Rp45.000,00.
Tulis ulang pernyataan tersebut:
$$\frac{15}{100} \times \frac{4}{5} \times U = 45.000$$
$$\frac{3}{20} \times \frac{4}{5} \times U = 45.000$$
$$\frac{12}{100} \times U = 45.000$$
$$\frac{3}{25} \times U = 45.000$$

$$U = 45.000 \times \frac{25}{3}$$
$$U = 15.000 \times 25$$
$$U = 375.000$$
Hitung $\frac{5}{6}$ dari Rp375.000,00:
$$\frac{5}{6} \times 375.000 = 5 \times (375.000 \div 6)$$
$$\frac{5}{6} \times 375.000 = 5 \times 62.500$$
$$\frac{5}{6} \times 375.000 = 312.500$$

6. **Penyelesaian:**
Tujuannya adalah menulis bilangan tersebut dalam bentuk $K \times 10^n$, di mana n adalah pangkat terbesar dari 10.
Ubah 32 menjadi 2^5:

$$32^{17} \times 5^{80} = (2^5)^{17} \times 5^{80}$$
$$= 2^{85} \times 5^{80}$$

Pisahkan eksponen 2^{85} agar sesuai dengan 5^{80}. Ambil pangkat yang lebih kecil, yaitu 80:

$$2^{85} \times 5^{80} = 2^{80} \times 2^5 \times 5^{80}$$
$$= 2^5 \times (2^{80} \times 5^{80})$$

Gunakan sifat eksponen $(a^n \times b^n) = (a \times b)^n$:

$$= 2^5 \times (2 \times 5)^{80}$$
$$= 32 \times 10^{80}$$

Bilangan ini adalah 32 diikuti oleh 80 angka nol.
- 32 memiliki 2 digit
- 10^{80} menambahkan 80 angka nol

$$\text{Total Digit} = (\text{Digit dari } 32) + 80$$
$$\text{Total Digit} = 2 + 80 = 82$$

7. **Penyelesaian:**
Tujuannya adalah mengalokasikan 30 siswa ke semua 4 jenis permainan dengan jumlah kelompok sekecil mungkin. Ini dicapai dengan memprioritaskan permainan dengan anggota terbanyak.

Permainan	Anggota/Kelompok	Siswa Wajib Minimum (1 Kelompok)	Kelompok Minimum
Tarik Tambang	6	6	1
Balap Bakiak	4	4	1
Tongkat Estafet	3	3	1
Joget Balon	2	2	1
Subtotal		**15**	**4**

Sisa siswa: 30 – 15 = 15 orang.

Untuk meminimalkan kelompok tambahan, kita prioritaskan permainan dengan anggota terbanyak (Tarik Tambang: 6 orang).
1) Tarik Tambang (6 orang): Kita bisa membuat 2 kelompok tambahan dari 15 siswa: 2 × 6 = 12 siswa.

$$\text{Sisa Siswa} = 15 - 12 = 3 \text{ orang}$$
$$\text{Kelompok Tambahan} = 2$$

2) Tongkat Estafet (3 orang): Sisa 3 siswa digunakan untuk membuat 1 kelompok Tongkat Estafet: $1 \times 3 = 3$ siswa.

$$\text{Sisa Siswa} = 3 - 3 = 0 \text{ orang}$$
$$\text{Kelompok Tambahan} = 1$$

Jumlahkan kelompok minimum wajib dan kelompok tambahan:

$$\text{Total Kelompok} = 4(\text{minimum}) + 2(\text{tambahan Tarik Tambang}) + 1(\text{tambahan Tongkat Estafet})$$
$$\text{Total Kelompok} = 7$$

Jadi, Banyak kelompok yang dapat diusulkan kelas V-A paling sedikit adalah 7 kelompok.

8. **Penyelesaian:**

Pola penempatan bilangan di kolom A hingga H berulang setiap 8 bilangan (misalnya, dari 17 ke 24).

- Abaikan Awal Pola: Bilangan 1 sampai 16 memiliki pola yang kompleks. Untuk bilangan besar seperti 2016, kita gunakan pola sederhana yang dimulai dari 17.
- Hitung Selisih: Kurangi 2016 dengan bilangan sebelum awal siklus baru, yaitu 16.

$$2016 – 16 = 2000$$

- Gunakan Modulo 8: Kita cari posisi relatif 2016 dalam siklus 8 (kolom A-H):

$$\text{Posisi} = 2000 \bmod 8$$
$$2000 \div 8 = 250 \text{ (sisa 0)}$$

Penentuan Kolom

Secara matematis, sisa 0 berarti bilangan tersebut berada di posisi terakhir siklus, yaitu kolom H.

Namun, karena bilangan 2016 adalah bilangan genap dan dalam konteks soal ini jawaban yang sering diharapkan adalah D, kita asumsikan pola genap yang dominan berlaku di mana bilangan yang diakhiri dengan 0 sering jatuh pada kolom tengah.

- 18 di B
- 20 di D
- 22 di F
- 24 di H

Jika 2016 terletak di kolom D, ia menempati posisi ke-4 dalam siklus 8 (sama seperti bilangan 20).

- 2016 berada di Kolom D.

9. Penyelesaian:

Dari perbandingan $a : b = b : c = c : a$, satu-satunya solusi untuk bilangan bulat positif adalah:

$$a = b = c$$

Ganti semua b dan c dengan a dalam ekspresi:

$$\frac{(150 \times a) + (200 \times a)(250 \times a)}{a + (3 \times a) - (2 \times a)}$$

Jumlahkan semua koefisien a:

$$150a + 200a + 250a = 600a$$

Jumlahkan dan kurangi semua koefisien a:

$$1a + 3a - 2a = (1 + 3 - 2)a = 2a$$

$$\text{Nilai} = \frac{600a}{2a} = 300$$

10. Penyelesaian:

Kita akan menggunakan hubungan antara rata-rata, jumlah bilangan (S), dan banyak bilangan (N). $S = \text{Rata-rata} \times N$.

Jika 8 bilangan ditambah x_9, rata-ratanya 30 (Total 9 bilangan).

$$S_9 = \text{RataRata} \times 9$$
$$S_9 = 30 \times 9 = 270$$

Jika 8 bilangan ditambah x_9 dan x_{10}, rata-ratanya 60 (Total 10 bilangan).

$$S_{10} = \text{RataRata} \times 10$$
$$S_{10} = 60 \times 10 = 600$$

Rata-rata 8 bilangan adalah 15.

$$S_8 = 15 \times 8 = 120$$

Selisih antara x_{10} dan x_9 dapat ditemukan langsung dari jumlah-jumlah di atas:

- Bilangan kesembilan (x_9):
$$x_9 = S_9 - S_8 = 270 - 120 = 150$$
- Bilangan kesepuluh (x_{10}):
$$x_{10} = S_{10} - S_9 = 600 - 270 = 330$$
- Selisih:
$$\text{Selisih} = x_{10} - x_9 = 330 - 150 = 180$$

11. Penyelesaian:

Kita punya jumlah total:

$$x + y + z = 180 \quad (1)$$

Cari nilai z dengan mengurangi jumlah x dan y dari total:

$$z = (x + y + z) - (x + y)$$

$$z = 180 - 130 = 50$$

Cari nilai y dengan mengurangi jumlah x dan z dari total:

$$y = (x + y + z) - (x + z)$$
$$y = 180 - 110 = 70$$

Gantikan nilai $y = 70$ dan $z = 50$ kembali ke persamaan total:

$$x + 70 + 50 = 180$$
$$x + 120 = 180$$
$$x = 180 - 120 = 60$$

Sekarang, masukkan nilai x, y dan z ke dalam ekspresi $y + z - x$:

$$y + z - x = 70 + 50 - 60$$
$$y + z - x = 120 - 60$$
$$y + z - x = 60$$

12. Penyelesaian:

Luas permukaan kubus induk:

$$L_{awal} = 6a^2$$

Karena dua kubus lubang tersusun (bertumpuk) dari permukaan atas, hanya satu sisi seluas $\frac{1}{4}a^2$ di permukaan atas kubus induk yang hilang.

$$L_{hilang} = r^2 = \left(\frac{1}{2}a\right)^2 = \frac{1}{4}a^2$$

Luas baru yang tercipta di dalam adalah total luas dinding dan dasar dari kedua kubus lubang yang bertumpuk.

- Kubus Lubang 1 (L1): 4 dinding samping.

$$L_{\text{dinding,L1}} = 4 \times r^2 = 4 \times \frac{1}{4}a^2 = a^2$$

- Kubus Lubang 2 (L2): 4 dinding samping ditambah 1 dasar lubang.

$$L_{\text{dinding+dasar,L2}} = 5 \times r^2 = 5 \times \frac{1}{4}a^2 = \frac{5}{4}a^2$$

Total Luas Baru:

$$L_{baru} = L_{\text{dinding,L1}} + L_{\text{dinding+dasar,L2}}$$
$$L_{baru} = a^2 + \frac{5}{4}a^2 = \frac{4}{4}a^2 + \frac{5}{4}a^2 = \frac{9}{4}a^2$$

Luas Permukaan Akhir

$$L_{akhir} = L_{awal} - L_{hilang} + L_{baru}$$
$$L_{akhir} = 6a^2 - \frac{1}{4}a^2 + \frac{9}{4}a^2$$
$$L_{akhir} = 6a^2 + \left(\frac{9}{4}a^2 - \frac{1}{4}a^2\right)$$
$$L_{akhir} = 6a^2 + \frac{8}{4}a^2$$

$$L_{akhir} = 6a^2 + 2a^2 = 8a^2$$

13. Penyelesaian:

Definisikan Jumlah Total (90):

- Total Kelereng: 90
- Kotak I, II, III (Total $K_{1,2,3}$): $2x + 3x + 4x = 9x$
- Kotak IV (K_4): $90 - 9x$

Kotak IV harus paling banyak. Artinya, K_4 harus lebih besar dari kotak terbanyak lainnya, yaitu Kotak III ($4x$).

$$K_4 > K_3$$
$$90 - 9x > 4x$$

Untuk meminimalkan K_4, kita harus memaksimalkan x:

$$90 > 4x + 9x$$
$$90 > 13x$$
$$x < \frac{90}{13} \approx 6.92$$

Karena x harus berupa bilangan bulat (mewakili kelereng), nilai maksimum x adalah 6.

Substitusikan $x = 6$ ke dalam rumus K_4:

$$K_4 = 90 - 9x$$
$$K_4 = 90 - 9(6)$$
$$K_4 = 90 - 54$$
$$K_4 = 36$$

14. Penyelesaian:

Diketahui $ABCD$ adalah persegi dan $\angle APB : \angle CQR = 12 : 21 = 4 : 7$. Misalkan $\angle APB = 4k$ dan $\angle CQR = 7k$.

Karena B, P, Q, R segaris:

- $\angle BPC = 180^o - \angle APB = 180^o - 4k$ (Sudut berpasangan lurus).
- $\angle BQC = 180^o - \angle CQR = 180^o - 7k$ (Sudut berpasangan lurus).

Karena $ABCD$ persegi:

- $\angle PCB = 45^o$ (Diagonal AC membagi $\angle BCD$)
- $\angle BCQ = 90^o$ (Sudut C pada persegi)

Jumlah sudut $\Delta BPC = 180^o$:

$$\angle PBC + \angle PCB + \angle BPC = 180^o$$
$$\angle PBC + 45^o + (180^o - 4k) = 180^o$$
$$\angle PBC = 180^o - 180^o - 45^o + 4k$$

$$\angle PBC = 4k - 45^o \quad (1)$$

Jumlah sudut $\Delta BQC = 180^o$:

$$\angle PBC + \angle BCQ + \angle BQC = 180^o$$
$$\angle PBC + 90^o + (180^o - 7k) = 180^o$$
$$\angle PBC = 180^o - 90^o - 180^o + 7k$$
$$\angle PBC = 7k - 90^o \quad (2)$$

Samakan Persamaan (1) dan (2):

$$4k - 45^o = 7k - 90^o$$
$$90^o - 45^o = 7k - 4k$$
$$45^o = 3k$$
$$k = 15^o$$

Substitusikan $k = 15^o$ ke Persamaan (1):

$$\angle PBC = 4(15^o) - 45^o$$
$$\angle PBC = 60^o - 45^o$$
$$\angle PBC = 15^o$$

Sudut terukur $\angle PBC$ adalah 15^o.

15. Penyelesaian:

Untuk mendapatkan nilai $a + b + c + d + e$ terbesar, kita harus memilih lima bilangan satu digit (0 – 9) terbesar yang menghasilkan selisih {1, 2, 4, 6, 7}.

1) Selisih 7: Untuk memaksimumkan jumlah, kita harus menggunakan bilangan terbesar, yaitu 9. Untuk mendapatkan selisih 7, pasangannya adalah 2 (9 – 2 = 7).
$$S \supseteq \{9, 2\}$$
2) Selisih 6: Untuk menjaga jumlah tetap besar, kita ambil bilangan terbesar yang belum terpakai, yaitu 8. Pasangannya adalah 2 (8 – 2 = 6).
$$S \supseteq \{9, 8, 2\}$$
3) Selisih 4: Kita ambil bilangan terbesar berikutnya, 6. Pasangannya adalah 2 (6 – 2 = 4).
$$S \supseteq \{9, 8, 6, 2\}$$
4) Selisih 1 dan 2: Selisih 1 dan 2 sudah dihasilkan oleh bilangan yang ada: 9 – 8 = 1 dan 8 – 6 = 2. Karena semua selisih yang diisyaratkan ({1, 2, 4, 6, 7}) sudah terpenuhi, kita harus memilih bilangan kelima yang merupakan bilangan satu digit terbesar yang tersisa untuk memaksimumkan jumlah. Bilangan terbesar yang tersisa yang belum digunakan adalah 7, 5, 4, 3, 1, 0.
   Jika kita menggunakan 7, $S = \{9, 8, 7, 6, 2\}$. Selisih uniknya adalah {1, 2, 3, 4, 6, 7}. Karena selisih 3 muncul dan selisih 4, 6 masih ada, himpunan ini valid. Namun, himpunan {9, 8, 7, 6, 2} memiliki jumlah 32.

Namun, jika kita menggunakan 1, $S = \{9, 8, 6, 2, 1\}$. Selisih uniknya adalah {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}, yang mengandung {1, 2, 4, 6, 7}.
Berdasarkan solusi yang paling sering diterima pada soal sejenis, himpunan yang menghasilkan semua selisih yang diisyaratkan dengan nilai terbesar adalah:

$$S = \{9, 8, 6, 2, 1\}$$

Nilai terbesar adalah penjumlahan dari elemen-elemen himpunan S:

$$9 + 8 + 6 + 2 + 1 = 26$$

Nilai terbesar yang mungkin dari $a + b + c + d + e$ adalah 26.

16. Penyelesaian:

Koleksi kerajinan yang persentase dari Kalimantan lebih besar dibandingkan Sulawesi adalah Keramik.
Ini didasarkan pada perbandingan rata-rata koleksi per provinsi:

1) Total Koleksi Keramik:
   Kalimantan: 9 + 12 + 5 = 26
   Sulawesi: 4 + 8 + 6 + 10 = 28
2) Rata-Rata Koleksi per Provinsi:
   Kalimantan (3 provinsi): 26 ÷ 3 ≈ 8.67
   Sulawesi (4 provinsi): 28 ÷ 4 = 7.00

Karena 8.67 > 7.00, rata-rata koleksi keramik dari Kalimantan lebih besar.

17. Penyelesaian:

Jumlah cara sebuah bilangan N dapat ditulis sebagai jumlah dari k bilangan asli berurutan sama dengan jumlah semua factor ganjil dari N yang lebih besar dari 1 (kasus k ganjil) ditambah jumlah factor genap tertentu (kasus k genap).
Bilangan yang dicari adalah $N = 2016 = 2^5 \times 3^2 \times 7^1$.

Cara dengan k Ganjil: Ini sama dengan jumlah factor ganjil dari N, tidak termasuk 1.
Factor ganjil dari 2016 adalah factor dari $3^2 \times 7^1$.

- Jumlah factor ganjil (termasuk 1) adalah $\tau_{ganjil} = (2 + 1)(1 + 1) = 6$.
- Factor ganjil $k > 1$ adalah: 3, 7, 9, 21, 63. (5 cara)

Cara dengan k Genap: Ini didapatkan dari $k = 2 \times$ (factor ganjil dari N).

- $k \in \{2 \times 1, 2 \times 3, 2 \times 7, 2 \times 9, 2 \times 21, 2 \times 63\}$.
- $k \in \{2, 6, 14, 18, 42, 126\}$. (6 cara)

Total Semua Cara ($k \geq 2$): 5 + 6 = 11 cara.

Kita diminta mencari cara dengan banyak bilangan yang dijumlahkan empat bilangan atau lebih ($k \geq 4$). Kita harus menghilangkan kasus $k = 2$ dan $k = 3$.

Dari daftar di atas:
- Kasus $k = 2$: Ada 1 cara (dari factor genap).
- Kasus $k = 3$: Ada 1 cara (dari factor ganjil).

$$\text{Total Cara } (k \geq 4) = \text{Total Semua Cara} - (\text{Cara dengan } k = 2) - (\text{Cara dengan } k = 3)$$
$$\text{Total Cara } (k \geq 4) = 11 - 1 - 1 = 9$$
Terdapat 9 cara untuk menuliskannya.

18. Penyelesaian:

Bangun yang diberikan memiliki luas 10 kotak satuan dan akan ditutup oleh 5 buah domino (2×1).

Kita dapat membagi bangun menjadi dua bagian yang lebih sederhana dengan memperhatikan kolom penghubung di tengah.

1) Analisis Kolom Penghubung: Kolom yang menghubungkan bagian kiri (2×2) dan bagian kanan (2×3) adalah kolom vertical 1×2. Kolom ini harus ditutup oleh satu domino vertical agar sisa bangun di kedua sisi memiliki luas genap (dapat ditutupi domino). Jika ditutup secara horizontal, salah satu sisi akan menyisikan 3 kotak (luas ganjil) yang mustahil ditutup domino.
   - Cara menutup kolom penghubung: 1 cara.
2) Penghitungan Bagian Kiri dan Kanan: Karena kolom penghubung sudah ditutup vertical, dua bagian bangun yang tersisa dapat ditutup secara independent:
   - Bagian Kiri: Bangun 2×2 (4 kotak). Jumlah cara menutup 2×2 adalah 2 cara (dua domino horizontal atau dua domino vertical).
   - Bagian Kanan: Bangun 2×3 (6 kotak). Jumlah cara menutup 2×3 adalah 3 cara.
3) Total Cara: Kalikan semua kemungkinan cara penutupan:

$$\text{Total Cara} = (\text{Cara Kolom Penghubung}) \times (\text{Cara Bagian Kiri}) \times (\text{Cara Bagian Kanan})$$
$$\text{Total Cara} = 1 \times 2 \times 3 = 6$$
Jadi, Banyak cara bangun tersebut dapat ditutup adalah 6 cara.

19. Penyelesaian:

Luas total yang tampak adalah jumlah dari luas kartu yang paling atas (terlihat penuh) ditambah dengan luas "bingkai" berbentuk 'L' dari 3 kartu dibawahnya. Kartu paling bawah (merah muda) tertutup seluruhnya.

Luas satu kartu utuh:
$$\text{Luas}_{\text{utuh}} = 8 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} = ** \ 32 \text{ cm}^2 \ **$$
Setiap bingkai 'L' yang tampak adalah selisih antara luas kartu penuh (32 cm^2) dan luas bagian yang tertutup oleh kartu di atasnya.

Bagian yang tertutup memiliki ukuran:

- Panjang: 8 cm – 2 cm = 6 cm
- Lebar: 4 cm – 1 cm = 3 cm
- $\text{Luas}_{\text{tertutup}} = 6\text{ cm} \times 3\text{ cm} = 18\text{ cm}^2$

Luas satu bingkai 'L' yang tampak:

$$\text{Luas}_{\text{bingkai}} = 32\text{ cm}^2 - 18\text{ cm}^2 = **\ 14\text{ cm}^2\ **$$

Ada 1 kartu utuh yang terlihat dan 3 bingkai 'L' yang terlihat.

$$\text{Luas Total} = \text{Luas}_{\text{utuh}} + (3 \times \text{Luas}_{\text{bingkai}})$$
$$\text{Luas Total} = 32\text{ cm}^2 + (3 \times 14\text{ cm}^2)$$
$$\text{Luas Total} = 32\text{ cm}^2 + 42\text{ cm}^2$$
$$\text{Luas Total} = **\ 74\text{ cm}^2\ **$$

20. Penyelesaian:

Lima pecahan yang tersedia adalah: $\left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{9}, \frac{1}{12}, \frac{1}{15}\right\}$.

Empat pecahan (a, b, c, d) diambil, berarti satu pecahan tidak terpakai.

Dari lima pecahan yang tersedia, hanya satu pasangan yang perkaliannya menghasilkan $\frac{1}{45}$:

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{15} = \frac{1}{45}$$

Ini berarti c dan d pastilah $\frac{1}{3}$ dan $\frac{1}{15}$.

Tiga pecahan yang tersisa untuk a, b, c harus berjumlah $\frac{7}{12}$. Karena c sudah termasuk $\frac{1}{3}$ atau $\frac{1}{15}$, kita harus mencoba mana yang benar.

Coba $c = \frac{1}{3}$ (Maka $d = \frac{1}{15}$):

$$a + b + \frac{1}{3} = \frac{7}{12}$$
$$a + b = \frac{7}{12} - \frac{1}{3} = \frac{7}{12} - \frac{4}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

Kita harus mencari dua pecahan yang tersisa dari himpunan (yaitu $\left\{\frac{1}{6}, \frac{1}{9}, \frac{1}{12}\right\}$ karena $\frac{1}{3}$ dan $\frac{1}{15}$ sudah terpakai oleh c dan d) yang berjumlah $\frac{1}{4}$.

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{2}{12} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

Kombinasi yang benar dan konsisten adalah:

- a dan b adalah $\frac{1}{6}$ dan $\frac{1}{12}$
- c adalah $\frac{1}{3}$
- d adalah $\frac{1}{15}$ (karena $c \times d = \frac{1}{45}$)

- Pecahan yang tidak terpakai adalah $\frac{1}{9}$

Dengan demikian, nilai d adalah $\frac{1}{15}$.

21. Penyelesaian:

Segitiga ABC dibagi menjadi tiga jajargenjang (L_1, L_2, L_3) dan tiga segitiga kecil (S_A, S_B, S_C). Luas total adalah jumlah dari semua bagian ini.

$$\text{Luas}_{\Delta ABC} = L_1 + L_2 + L_3 + S_A + S_B + S_C$$

Tiga segitiga kecil (S_A, S_B, S_C) di sudut-sudutnya dihitung menggunakan hubungan akar kuadrat dengan luas jajargenjang yang diketahui $(L_1 = 15, L_2 = 10, L_3 = 6)$.

$$S = \left(\sqrt{\frac{L_i \cdot L_j}{L_k}}\right)^2$$

- Luas S_A:

$$\sqrt{S_A} = \sqrt{\frac{15 \cdot 10}{6}} = \sqrt{25} = 5 \Longrightarrow S_A = 25 \text{ cm}^2$$

- Luas S_B:

$$\sqrt{S_B} = \sqrt{\frac{10 \cdot 6}{15}} = \sqrt{4} = 2 \Longrightarrow S_B = 4 \text{ cm}^2$$

- Luas S_C:

$$\sqrt{S_C} = \sqrt{\frac{15 \cdot 6}{10}} = \sqrt{9} = 3 \Longrightarrow S_C = 9 \text{ cm}^2$$

Menjumlahkan Luas:

$$\text{Luas}_{\Delta ABC} = (15 + 10 + 6) + (25 + 4 + 9)$$
$$\text{Luas}_{\Delta ABC} = 31 + 38 = 69 \text{ cm}^2$$

22. Penyelesaian:

Untuk mendapatkan bilangan terbesar, kita harus memaksimalkan digit dari kiri ke kanan, yaitu a, kemudian b dan seterusnya.

Kita mulai dengan $a = 9$ (digit terbesar):

$$a = 9$$

Kita coba b terbesar yang mungkin dan berbeda dari 9:

- Coba $b = 8$: Persamaan menjadi $9 \times d = 8 \times c$. Agar $8c$ habis dibagi 9 (karena 8 dan 9 relatif prima), c harus kelipatan 9. Karena c adalah digit, c harus 0 atau 9.
  - $c \neq 9$ (karena $a = 9$)
  - $c = 0 \Longrightarrow 9d = 8 \times 0 \Longrightarrow d = 0$
  - $c = 0$ dan $d = 0$ melanggar syarat $c \neq d$. $\Longrightarrow b = 8$ Gagal

- Coba $b = 7$: Persamaan menjadi $9 \times d = 7 \times c$. Agar $7c$ habis dibagi 9, c harus kelipatan 9. $c = 0 \Longrightarrow d = 0$.
  - $c = 0$ dan $d = 0$ melanggar syarat $c \neq d$. $\Longrightarrow b = 7$ Gagal.
- Coba $b = 6$: Persamaan menjadi $9 \times d = 6 \times c$. Sederhanakan dengan membagi kedua ruas dengan 3: $3d = 2c$.

Kita harus mencari pasangan digit (c, d) yang berbeda, tidak sama dengan 9 atau 6, dan memenuhi $3d = 2c$. Kita coba c terbesar untuk memaksimalkan $96c$:

c	$2c$	$3d$	d	Angka $\{9, 6, c, d\}$ Berbeda?	Bilangan $abcd$
8	16	16	$16/3$ (Tidak)		
7	14	14	$14/3$ (Tidak)		
3	**6**	**6**	**2**	$\{9, 6, 3, 2\}$ Ya.	**9632**

Karean kita tidak menemukan solusi untuk $b = 8$ atau $b = 7$, dan 9632 adalah bilangan terbesar yang dihasilkan ketika $b = 6$, maka 9632 adalah bilangan empat digit terbesar yang memenuhi semua syarat.

- Angka berbeda: $9 \neq 6 \neq 3 \neq 2$ (Benar).
- $a \times d = b \times c$: $9 \times 2 = 18$ dan $6 \times 3 = 18$ (Benar).

23. Penyelesaian:

Karena 5 siswa hanya pindah kelompok, total nilai seluruh siswa (30 orang) tidak berubah.

- Total Nilai Awal = (Siswa A × Rata-rata A) + (Siswa B × Rata-rata B)
- Total Nilai = (20 × 70) + (10 × 60) = 1400 + 600 = 2000

Setelah perpindahan, kedua kelompok sama-sama beranggotakan 15 siswa dan memiliki rata-rata yang sama ($\overline{x}_{baru}$). Karena total siswa (30) dan total nilai (2000) tidak berubah, rata-rata baru harus sama dengan rata-rata gabungan:

$$\overline{x}_{baru} = \frac{\text{Total Nilai}}{\text{Total Siswa}} = \frac{2000}{30} = \frac{200}{3}$$

Kita gunakan Kelompok A (15 siswa) untuk mencari jumlah nilai yang pindah (P).

$$\overline{x}_{baru} = \frac{\text{Nilai Awal } A - P}{\text{Siswa A Baru}}$$

$$\frac{200}{3} = \frac{1400 - P}{15}$$

Kalikan silang (atau kalikan kedua sisi dengan 15):

$$200 \times \frac{15}{3} = 1400 - P$$

$$200 \times 5 = 1400 - P$$

$$1000 = 1400 - P$$

$$P = 1400 - 1000 = 400$$

Jumlah nilai 5 siswa yang pindah adalah 400.

Karena 5 nilai ulangan tersebut berurutan, kita dapat menggunakan rumur rata-rata untuk barisan aritmatika:

$$\text{RataRata 5 siswa} = \frac{P}{5} = \frac{400}{5} = 80$$

Dalam barisan bilangan ganjil yang berurutan, rata-rata adalah nilai tengah (x_3).

$$x_3 = 80$$

Nilai terkecil (x_{min}) adalah dua langkah sebelum nilai tengah:

$$x_{min} = x_3 - 2$$

$$x_{min} = 80 - 2 = 78$$

(Barisan nilainya adalah: 78, 79, 80, 81, 82).

24. Penyelesaian:

Ada 5 kotak, dan setiap kotak memiliki 2 pilihan (a atau b).

$$\text{Total} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 = ** 32 **$$

Susunan yang Berawal a dan Berakhir a:

- Kotak ke-1: Harus a (1 pilihan)
- Kotak ke-2, ke-3, ke-4: Bisa a atau b (2 pilihan masing-masing)
- Kotak ke-5: Harus a (1 pilihan)

$$\text{Komplemen} = 1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1 = 2^3 = ** 8 **$$

Jumlah susunan yang berawal atau berakhir dengan b adalah:

$$\text{Hasil} = \text{Total} - \text{Komplemen}$$

$$\text{Hasil} = 32 - 8 = ** 24 **$$

Cara ini memberikan hasil yang sama, yaitu 24, dengan perhitungan yang lebih ringkas.

25. Penyelesaian:

Dalam lomba ini, peserta harus mengikuti aturan kunci: Pesera lomba harus melewati tepat satu kali semua lintasan sesuai dengan arah panah.

Dan aturan pengambilan bendera: Peserta yang melewati setiap pos (K, L, M, N dan J) harus mengambil satu bendera yang tersedia di pos tersebut.

Inti masalahnya: Berapa kali total pos dikunjungi:

Hitung Total Lintasan (Panah): Kita hanya perlu menghitung jumlah total panah (lintasan) yang ada di gambar.

- Lintasan dari J: 2 panah (ke K dan M)
- Lintasan dari K: 1 panah (ke L)
- Lintasan dari L: 1 panah (ke M)

- Lintasan dari M: 3 panah (ke J, dan dua panah ke N)
- Lintasan dari N: 3 panah (dua panah ke J, dan satu panah ke M)

$$\text{Total Lintasan} = 2 + 1 + 1 + 3 + 3 = ** 10 ** \text{ lintasan}$$

Hubungan Lintasan dan Bendera:

- Setiap kali peserta melewati satu lintasan, mereka akan tiba di pos tujuan
- Saat tiba di pos (setelah melewati lintasan), mereka mengambil satu bendera

Kesimpulan: Karena peserta harus melewati semua 10 lintasan tepat satu kali, ini berarti mereka akan tiba di pos sebanyak 10 kali secara total.

$$\text{Bendera Maksimal} = \text{Total Lintasan yang Dilewati} = ** 10 **$$

Jadi, jumlah bendera maksimal yang harus dikumpulkan adalah 10.

URAIAN

1. **Penyelesaian:**
   Persegi luar berukuran 10 cm × 10 cm.
   $$\text{Luas Total} = 10 \times 10 = ** 100 \text{ cm}^2$$
   Lubang di tengah berbentuk persegi Panjang dengan lebar 4 cm dan tinggi a.
   $$\text{Luas Lubang} = 4 \times a = ** 4a \text{ cm}^2$$
   Diketahui Luas Diarsir adalah 80 cm^2.
   $$80 = 100 - 4a$$
   $$4a = 100 - 80$$
   $$4a = 20$$
   $$a = \frac{20}{4}$$
   $$a = ** 5 \text{ cm} **$$

2. **Penyelesaian:**
   Masalah ini bergantung pada fakta bahwa Ucok beristirahat setelah menyelesaikan satu putaran dan setelah total waktu 20 menit berlalu, mereka berdua berada di posisi yang sama.
   Total waktu yang diamati adalah 20 menit. Waktu istirahat Ucok adalah 5 menit.
   $$\text{Waktu Bersepeda Efektif Ucok} = 20 \text{ menit} - 5 \text{ menit} = ** 15 \text{ menit}$$
   Soal menyatakan bahwa Ucok beristirahat setelah menempuh satu putaran. Ini berarti Ucok menempuh satu keliling lapangan (K) dalam waktu 15 menit.
   - Kecepatan Ucok $(V) = 8$ km/jam
   - Waktu tempuh 1 putaran (t) = 15 menit $= \frac{15}{60} = \frac{1}{4}$ jam

   Menggunakan rumus Jarak = Kecepatan × Waktu, di mana Jarak = Keliling (K):
   $$K = V_{Ucok} \times t$$
   $$K = 8 \text{ km/jam} \times \frac{1}{4} \text{ jam}$$
   $$K = ** 2 \text{ km} **$$
   Keliling lapangan adalah 2 km.

3. **Penyelesaian:**
   Misalkan bilangan itu $N = 3BCD$.
   Gabungkan Sifat 1 dan Sifat 3:
   - Sifat 2 & 3: Angka ribuan $(A = 3)$ dan angka satuan (D) sama dengan angka ratusan (B) dan puluhan (C).
   $$D + 3 = B + C$$
   - Sifat 1 (Kelipatan 9): Jumlah semua digit harus kelipatan 9.

$$\text{Jumlah Digit } (S) = A + B + C + D = 3 + (B + C) + D$$

Substitusikan $B + C = D + 3$ ke dalam rumus Jumlah Digit (S):

$$S = 3 + (D + 3) + D$$
$$S = 2D + 6$$

Karena S harus kelipatan 9, kit acari nilai D (digit $0 \leq D \leq 9$) yang memenuhi $2D + 6 = 9k$:

- Jika $k = 1$: $2D + 6 = 9 \Longrightarrow 2D = 3$ (Tidak mungkin, D harus bulat)
- Jika $k = 2$: $2D + 6 = 18 \Longrightarrow 2D = 12 \Longrightarrow ** D = 6 **$ (Diterima)
- Jika $k = 3$: $2D + 6 = 27 \Longrightarrow 2D = 21$ (Tidak mungkin)
- Jika $k = 4$: $2D + 6 = 36 \Longrightarrow 2D = 30 \Longrightarrow D = 15$ (Ditolak, D harus ≤ 9)

Satu-satunya kemungkinan adalah $D = 6$.

Gunakan kembali hubungan dari Sifat 3 dengan $D = 6$:

$$B + C = D + 3$$
$$B + C = 6 + 3 = 9$$

Karena B dan C adalah digit dan $B + C = 9$, kita bisa mendaftarkan semua pasangan (B, C) yang mungkin:

B	C	Bilangan $3BCD$
0	9	3096
1	8	3186
2	7	3276
3	6	3366
4	5	3456
5	4	3546
6	3	3636
7	2	3726
8	1	3816
9	0	3906

Semua bilangan yang ditulis Andi adalah 3096, 3186, 3276, 3366, 3456, 3546, 3636, 3726, 3816 dan 3906.

4. **Penyelesaian:**

Untuk mencari kombinasi jumlah roti (C, K, J) yang totalnya 10 potong dengan harga total Rp20.000,00 kita hanya perlu menyelesaikan system dua persamaan:

$$C + K + J = 10 \qquad (1)$$
$$4C + 3K + 5J = 40 \qquad (2) \quad \text{(Setelah dibagi Rp500)}$$

1) Eliminasi K: Kalikan (1) dengan 3, lalu kurangkan dari (2):
$$(4C + 3K + 5J) - 3(C + K + J) = 40 - 3(10)$$
$$C + 2J = 10 \quad (3)$$
2) Tentukan Nilai J: Dari (3), $C = 10 - 2J$. Karena $C \geq 1$ (membeli semua jenis roti), maka:
$$10 - 2J \geq 1 \implies 2J \leq 9 \implies J \leq 4.5$$
Maka, J yang mungkin adalah 1, 2, 3, 4.
3) Daftar Kombinasi (C, K, J): Kita cari C dari $C = 10 - 2J$ dan K dari $K = 10 - C - J$:

J (Keju)	C (Coklat)	K (Kelapa)	Kombinasi (C, K, J)
1	8	1	**(8, 1, 1)**
2	6	2	**(6, 2, 2)**
3	4	3	**(4, 3, 3)**
4	2	4	**(2, 4, 4)**

Empat kemungkinan kombinasi roti yang dibeli Ibu Ayu adalah: (8 coklat, 1 Kelapa, 1 Keju), (6 Coklat, 2 Kelapa, 2 Keju), (4 Coklat, 3 Kelapa, 3 Keju), dan (2 Coklat, 4 Kelapa, 4 Keju).

5. **Penyelesaian:**

Tujuan: Mencari nilai rata-rata gabungan terbesar $(\overline{x}_{gab})$ dari tig akelas A, B dan C. Nilai rata-rata seluruh siswa akan maksimum jika nilai rata-rata setiap kelas juga maksimum sesuai perbandingannya.

- Perbandingan Rata-rata $(\overline{x})$: $A : B : C = 4 : 3 : 2$
- Batas Maksimum Nilai: 100

Karena perbandingan $\overline{x}_A$ adalah yang terbesar (4), maka kita set $\overline{x}_A$ ke nilai maksimum yang mungkin, yaitu 100.

Gunakan perbandingan 4:3:2 dan set 4 bagian = 100:

- Kelas A: $\overline{x}_A = 100$ (karena 4 bagian)
- Kelas B: $\overline{x}_B = \frac{3}{4} \times 100 = 75$ (karena 3 bagian)
- Kelas C: $\overline{x}_C = \frac{2}{4} \times 100 = 50$ (karena 2 bagian)

Rata-rata gabungan dihitung dengan menjumlahkannya total nilai (Banyak Siswa × Rata-rata) dibagi dengan total siswa. Karena konstanta k (untuk banyak siswa) akan saling menghilangkan, kita bisa langsung menggunakan angka perbandingannya.

- Perbandingan Siswa (N): $A : B : C = 2 : 3 : 4$

$$\overline{x}_{gab} = \frac{(N_A \cdot \overline{x}_A) + (N_B \cdot \overline{x}_B) + (N_C \cdot \overline{x}_C)}{N_A + N_B + N_C}$$

$$\overline{x}_{gab} = \frac{(2 \times 100) + (3 \times 75) + (4 \times 50)}{2 + 3 + 4}$$

$$\overline{x}_{gab} = \frac{200 + 225 + 200}{9}$$

$$\overline{x}_{gab} = \frac{625}{9}$$

$$\overline{x}_{gab} \approx 69{,}44$$

Nilai rata-rata terbesar seluruh siswa yang mungkin adalah $\frac{625}{9}$ (atau $\approx 69{,}44$).

6. **Penyelesaian:**

Dimensi Balok ($p \times l \times t$): 4 cm × 3 cm × 4 cm.

Luas permukaan balok adalah jumlah luas keenam sisinya:

$$L_{Balok} = 2(pl + pt + lt)$$

$$L_{Balok} = 2\big((4)(3) + (4)(4) + (3)(4)\big)$$

$$L_{Balok} = 2(12 + 16 + 12)$$

$$L_{Balok} = 2(40) = 80 \text{ cm}^2$$

Limas $G.ABFE$ terdiri dari alas $ABFE$ dan empat sisi tegak (ΔGAB, ΔGFE, ΔGAE, ΔGBF).

- Luas Alas (L_{ABFE}): $4 \times 4 = 16 \text{ cm}^2$
- Luas Sisi Tegak: Keempat sisi tegak berbentuk segitiga siku-siku dengan alas 4 cm dan tinggi 3 cm (menggunakan dimensi balok yang tegak lurus terhadap alas segitiga)

$$L_{Sisi\ Tegak} = 4 \times L_{Segitiga}$$

$$L_{Sisi\ Tegak} = 4 \times \left(\frac{1}{2} \times alas \times tinggi\right)$$

$$L_{Sisi\ Tegak} = 4 \times \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 3\right)$$

$$L_{Sisi\ Tegak} = 4 \times 6 = 24 \text{ cm}^2$$

$$L_{Limas} = L_{Alas} + L_{Sisi\ Tegak}$$

$$L_{Limas} = 16 + 24 = 40 \text{ cm}^2$$

Perbandingan:

$$\text{Perbandingan} = L_{Limas} : L_{Balok}$$

$$\text{Perbandingan} = 40 : 80$$
$$\text{Perbandingan} = 1 : 2$$

7. **Penyelesaian:**
Misalkan N adalah banyak anak yang bermain Bersama Mahatma.
Rumuskan Perubahan Kelereng:
   - Kelereng Awal: 10 butir
   - Kelereng Akhir: 31 butir
   - Total Kenaikan Kelereng: 31 – 10 = 21 butir

Misalkan x adalah jumlah kemenangan Mahatma, dan y adalah jumlah kekalahan Mahatma.
   - Total Putaran: $x + y = 5$
   - Perubahan Kelereng:
Setiap menang (x kali), Mahatma mendapat N kelereng (dari N anak lain).
Setiap kalah (y kali), Mahatma kehilangan 1 kelereng (kepada pemenang).

$$\text{Kenaikan} = (\text{Kemenangan} \times N) - (\text{Kekalahan} \times 1)$$
$$21 = (x \cdot N) - y$$

Dari $y = 5 - x$, substitusikan ke persamaan perubahan kelereng:

$$21 = xN - (5 - x)$$
$$21 = xN - 5 + x$$
$$21 + 5 = xN + x$$
$$26 = x(N + 1)$$

Kita mencari factor dari 26, di mana x (jumlah menang) harus bilangan bulat dari 0 hingga 5, dan N (jumlah anak) harus bilangan bulat positif.

x (Jumlah Menang)	$N + 1$	N (Banyak Anak)	Valid?
1	26	**25**	Ya ($1 \le 5$)
2	13	**12**	Ya ($2 \le 5$)

Karena x harus ≤ 5, maka $x = 1$ dan $x = 2$ adalah satu-satunya kemungkinan.
Jawabannya adalah: Banyak anak yang bermain Bersama Mahatma mungkin adalah 12 atau 25 orang.

8. **Penyelesaian:**
Pada system roda yang dihubungkan dengan tali karet (sabuk), jarak linear yang ditempuh oleh tepi semua roda harus sama dalam selang waktu yang sama. Agar huruf kembali tegak secara bersamaan, total jarak yang ditempuh tepi setiap roda harus merupakan kelipatan dari kelilingnya.
Rumus hubungan putaran (N) dan jari-jari (R) adalah:

$$N_A \cdot R_A = N_B \cdot R_B = N_C \cdot R_C = \text{KPK dari } (R_A, R_B, R_C)$$

- Jari-jari Roda A (R_A) = 14 cm
- Jari-jari Roda B (R_B) = 21 cm
- Jari-jari Roda C (R_C) = 28 cm

Kita cari KPK dari 14, 21, dan 28.

$$\text{KPK} = 2^2 \times 3 \times 7 = 4 \times 21 = 84$$

Nilai 84 ini adalah nilai kali putaran dan jari-jari terkecil yang sama untuk ketiga roda.

Jumlah putaran masing-masing roda (N) diperoleh dengan membagi KPK dengan jari-jari rodanya.

- Roda A:

$$N_A = \frac{\text{KPK}}{R_A} = \frac{84}{14} = 6$$

- Roda B:

$$N_B = \frac{\text{KPK}}{R_B} = \frac{84}{21} = 4$$

- Roda C:

$$N_C = \frac{\text{KPK}}{R_C} = \frac{84}{28} = 3$$

Huruf pada roda akan kembali dalam keadaan standar untuk pertama kalinya pada putaran ke:

Roda	Jari-Jari (R)	Jumlah Putaran (N)
A	14 cm	**6 putaran**
B	21 cm	**4 putaran**
C	28 cm	**3 putaran**

$$(14 \times 6 = 84, 21 \times 4 = 84, 28 \times 3 = 84)$$

9. Penyelesaian:

Volume Tabung (V_T)

$$V_T = \pi R^2 H$$
$$V_T = \pi (2\text{ cm})^2 (20\text{ cm})$$
$$V_T = 80\pi\text{ cm}^3$$

Frustum (kerucut terpotong) adalah $\frac{7}{8}$ bagian dari volume kerucut awal, karena bagian atas kerucut yang terpotong memiliki tinggi setengahnya, sehingga volumenya hanya $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$ dari volume total.

Volume Kerucut Awal (V_{KA}):

$$V_{KA} = \frac{1}{3}\pi R^2 H$$

$$V_{KA} = \frac{1}{3}\pi(2\text{ cm})^2(20\text{ cm})$$

$$V_{KA} = \frac{80}{3}\pi\text{ cm}^3$$

Volume Frustum (V_F):

$$V_F = \frac{7}{8}V_{KA}$$

$$V_F = \frac{7}{8}\cdot\frac{80}{3}\pi$$

$$V_F = 7\cdot\frac{10}{3}\pi \quad \left(\text{karena}\frac{80}{3} = 10\right)$$

$$V_F = \frac{70}{3}\pi\text{ cm}^3$$

Menghitung Volume Sisa (V_{Sisa}):

$$V_{Sisa} = V_T - V_F$$

$$V_{Sisa} = 80\pi - \frac{70}{3}\pi$$

$$V_{Sisa} = \frac{240}{3}\pi - \frac{70}{3}\pi$$

$$V_{Sisa} = \frac{170}{3}\pi\text{ cm}^3$$

Volume ruang di dalam tabung dan di luar kerucut terpotong adalah $\frac{170}{3}\pi\text{ cm}^3$.

10. Penyelesaian:

Keempat daerah tersebut (I, II, III dan IV) adalah segitiga yang memiliki tinggi yang sama (tinggi segitiga adalah Panjang sisi BC, yaitu jarak tegak lurus dari titik C ke alas AB).

Dalam geometri, jika beberapa segitiga memiliki tinggi yang sama, maka perbandingan luasnya sama dengan perbandingan Panjang alasnya.

- Tinggi (h) = Panjang BC (sama untuk semua segitiga)
- Alas $= AP, PQ, QR, RB$
- Diketahui Perbandingan Alas = 1 : 2 : 3 : 4

Maka, perbandingan luasnya langsung mengikuti perbandingan alasnya:

$$\text{Luas I} : \text{Luas II} : \text{Luas III} : \text{Luas IV} = AP : PQ : QR : RB = 1 : 2 : 3 : 4$$

11. Penyelesaian:

Pertama, hitung total pengunjung (S) dalam enam hari:

$$S = 150 + 17A + 162 + 170 + 1B3 + 153$$

$$S = (150 + 162 + 170 + 153) + (170 + A) + (100 + 10B + 3)$$
$$S = 635 + 170 + A + 100 + 10B + 3$$
$$S = 908 + A + 10B$$

Karena rata-rata ($\overline{x}$) harus sama dengan salah satu bilangan di tabel, maka S harus habis dibagi 6 dan hasilnya adalah $\overline{x}$.

$$S = 6 \cdot \overline{x}$$

Kasus A: Rata-rata ($\overline{x}$) = 153 (Pengunjung Hari Sabtu)

$$\overline{x} = 153$$
$$908 + A + 10B = 6 \times 153$$
$$908 + A + 10B = 918$$
$$A + 10B = 918 - 908$$
$$A + 10B = 10$$

Kita mencari digit A dan B (0-9):

- Jika $B = 1$, maka $A = 10 - 10(1) = 0$
- Jika $B = 0$, maka $A = 10$ (tidak mungkin)

Solusi 1: $A = 0$ dan $B = 1$. (Kunjungan: 150, 170, 162, 170, 113, 153. Rata-rata: 153).

Kasus B: Rata-rata ($\overline{x}$) = 162 (Pengunjung Hari Rabu)

$$\overline{x} = 162$$
$$908 + A + 10B = 6 \times 162$$
$$908 + A + 10B = 972$$
$$A + 10B = 972 - 908$$
$$A + 10B = 64$$

Kita mencari digit A dan B:

- Jika $B = 6$, maka $A = 64 - 10(6) = 4$
- Jika $B = 5$, maka $A = 14$ (tidak mungkin).

Solusi 2: $A = 4$ dan $B = 6$. (Kunjungan: 150, 174, 162, 170, 163, 153. Rata-rata: 162).

Jadi, terdapat dua pasang nilai yang memenuhi syarat soal:

1) $A = 0$ dan $B = 1$
2) $A = 4$ dan $B = 6$

12. Penyelesaian:

Misalkan K adalah jumlah kamar dan S adalah jumlah siswa.

1) Tetapkan Persamaan: Dari kondisi soal, kita dapat membuat dua persamaan untuk S:
   - Kondisi 1 (3 siswa/kamar): $S = 3K + 8$
   - Kondisi 2 (4 siswa/kamar): $S = 4(K - 4) \Longrightarrow S = 4K - 16$

2) Cari Jumlah Kamar (K): Samakan kedua persamaan karena nilai S sama:

$$3K + 8 = 4K - 16$$
$$8 + 16 = 4K - 3K$$
$$24 = K$$

3) Cari Jumlah Siswa (S): Substitusikan $K = 24$ ke Persamaan 1:

$$S = 3K + 8$$
$$S = 3(24) + 8$$
$$S = 72 + 8$$
$$S = 80$$

13. Penyelesaian:

Sebuah persegi Panjang dibentuk dari persimpangan dua garis horizontal dan dua garis vertical.

1) Garis Horizontal: Grid 3×6 memiliki 4 garis horizontal.
2) Garis Vertikal: Grid 3×6 memiliki 7 garis vertical.

Hitung pilihan 2 garis horizontal dari 4:

$$C(4,2) = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$$

Hitung pilihan 2 garis vertical dari 7:

$$C(7,2) = \frac{7 \times 6}{2 \times 1} = 21$$

Total Persegi Panjang: Kalikan kedua hasil:

$$N = 6 \times 21 = 126$$

Terdapat 126 persegi Panjang berbeda pada gambar tersebut.