PEMBAHASAN

OSN MATEMATIKA SD

TAHUN 2014

1. **Penyelesaian:**
   Misalkan x adalah banyaknya kemasan 5 kg (yang dicari).
   - Banyaknya kemasan 2 kg adalah $x + 7$
   - Total berat kentang: 210 kg

   Persamaan total berat:
   $$5(\text{Jumlah kemasan 5 kg}) + 2(\text{Jumlah kemasan 2 kg}) = 210$$
   $$5x + 2(x + 7) = 210$$
   $$5x + 2x + 14 = 210$$
   $$7x + 14 = 210$$
   $$7x = 210 - 14$$
   $$7x = 196$$
   $$x = \frac{196}{7}$$
   $$x = 28$$
   Banyaknya kemasan 5 kg adalah 28 buah.

2. **Penyelesaian:**
   Ubah Persentase ke Faktor Perkalian
   - Alas diperpanjang 10%: Faktor perkalian = 1 + 0.10 = 1.10
   - Tinggi diperpendek 10%: Faktor perkalian = 1 – 0.10 = 0.90

   Luas baru adalah hasil kali factor perubahan alas dan factor perubahan tinggi.
   $$\text{Faktor Luas Baru} = \text{Faktor Alas} \times \text{Faktor Tinggi}$$
   $$\text{Faktor Luas Baru} = 1.10 \times 0.90$$
   $$\text{Faktor Luas Baru} = 0.99$$
   Ubah factor 0.99 kembali ke persentase:
   $$0.99 \times 100\% = 99\%$$
   Luas segitiga baru adalah 99% dari luas segitiga asal.
   (Tambahan: Jika diminta persentase perubahan luas, maka perubahannya adalah 100% − 99% = 1% (penurunan)).

3. **Penyelesaian:**
   Kita tentukan perbandingan bagian yang diterima oleh setiap anak dengan menjadikan bagian anak SMP sebagai 1 unit.
   SMP (S): 1 unit

SMA (A): 3 kali SMP → 3 unit
PT (P): 2 kali SMA → 2 × 3 = 6 unit

Hitung total unit dari semua anak (1 PT, 2 SMA, 1 SMP):

$$\text{Total Unit} = (\text{Unit P} \times 1) + (\text{Unit A} \times 2) + (\text{Unit S} \times 1)$$
$$\text{Total Unit} = (6 \times 1) + (3 \times 2) + (1 \times 1)$$
$$\text{Total Unit} = 6 + 6 + 1 = 13$$

Total uang yang dibagikan adalah Rp13.000.000 yang setara dengan 13 unit.

$$\text{Nilai 1 Unit} = \frac{\text{Total Uang}}{\text{Total Unit}}$$
$$\text{Nilai 1 Unit} = \frac{\text{Rp13.000.000}}{13} = \text{Rp1.000.000}$$

Uang yang diterima seorang anak SMA adalah 3 unit.

$$\text{Uang SMA} = 3 \times \text{Nilai 1 Unit}$$
$$\text{Uang SMA} = 3 \times \text{Rp1.000.000} = \text{Rp2.000.000}$$

Uang yang diterima seorang anak SMA adalah Rp2.000.000,00.

4. **Penyelesaian:**
Syarat bahwa diagonal EG tegak lurus (⊥) dengan FH dalam persegi Panjang $EGHF$ hanya terpenuhi jika $EGHF$ adalah persegi (bujur sangkar).

Menentukan Dimensi:

- Tinggi persegi Panjang $EGHF$ adalah $EH = BC = 20$ cm
- Karena $EGHF$ adalah persegi, maka Panjang alasnya harus sama dengan tingginya: $EF = EH = 20$ cm.

Panjang total AB adalah 30 cm. kita tahu bahwa $AEHD \cong FBCG$, yang berarti $AE = FB$. Misalkan $AE = FB = x$.

$$AE + EF + FB = AB$$
$$x + 20 + x = 30$$
$$2x + 20 = 30$$
$$2x = 30 - 20$$
$$2x = 10$$
$$x = 5$$

Jadi, Panjang AE adalah 5 cm.

5. **Penyelesaian:**
Kunci dari pola kisi heksagonal (sarang lebah) adalah bahwa setiap segienam (heksagon) memiliki 6 tetangga.

- Ambil segienam pertama, berikan Warna 1 (A).
- Tetangga segienam pertama harus memiliki warna berbeda. Berikan Warna 2 (B).
- Ambil segienam yang bersebelahan dengan Warna 2. Segienam ini tidak bersinggungan langsung dengan segienam Warna 1, sehingga ia harus memiliki warna baru, Warna 3 (C).
- Segienam berikutnya yang bersebelahan dengan Warna 2 dan Warna 3 dapat diwarnai kembali dengan Warna 1 (A).

Pola pewarnaan akan selalu berulang dalam siklus A – B – C, seperti terlihat pada susunan kisi yang besar.

Karena pola ini dapat mencakup seluruh bidang tanpa ada dua warna yang sama saling bersinggungan, maka minimal banyaknya warna yang diperlukan adalah 3.

6. Penyelesaian:

Kita mencari jumlah bilangan bulat n yang kuadratnya (n^2) berada di antara 120 dan 10200.

$$120 < n^2 < 10200$$

Cari akar kuadrat dari kedua batas:

- $\sqrt{120} \approx 10.95$
  Bilangan bulat terkecil (n_{min}) yang kuadratnya lebih besar dari 120 adalah $n_{min} = 11(11^2 = 121)$.
- $\sqrt{10200} \approx 100.995$
  Bilangan bulat terbesar (n_{max}) yang kuadratnya lebih kecil dari 10200 adalah $n_{max} = 100(100^2 = 10000)$.

Jumlah bilangan bulat kuadrat adalah jumlah bilangan dari 11 hingga 100, dihitung dengan:

$$\text{Jumlah} = n_{max} - n_{min} + 1$$
$$\text{Jumlah} = 100 - 11 + 1$$
$$\text{Jumlah} = 90$$

Terdapat 90 bilangan bulat kuadrat di antara 120 dan 10200.

7. Penyelesaian:

Luas Kertas Awal (Total):

$$L_{awal} = 45\text{ cm}^2$$

Luas Daerah yang Tidak Diarsir: Berdasarkan gambar, bagian yang tidak diarsir adalah persegi kecil di sudut bawah dengan Panjang sisi 2 cm.

$$L_{tidak\ diarsir} = \text{sisi} \times \text{sisi} = 2\text{ cm} \times 2\text{ cm} = 4\text{ cm}^2$$

Luas Kertas yang Diarsir: Luas yang diarsir adalah Luas Awal dikuarangi Luas bagian yang tidak diarsir.

$$\begin{aligned} L_{arsir} &= L_{awal} - L_{tidak\ diarsir} \\ &= 45\ \text{cm}^2 - 4\ \text{cm}^2 \\ &= 41\ \text{cm}^2 \end{aligned}$$

Luas kertas yang diarsir adalah $41\ \text{cm}^2$.

8. Penyelesaian:

Anto memilih dua bilangan a dan b dari $\{1, 2, \ldots, 100\}$ sehingga $a + b \geq 190$. Karena jumlah maksimum a dan b adalah 200 (100 + 100), dan minimumnya 190, maka kedua bilangan (a dan b) harus berada di rentang 90 sampai 100.

Kita akan hitung banyaknya nilai b yang mungkin untuk setiap nilai a dari 90 hingga 100, di mana b harus memenuhi:

1) $b \leq 100$
2) $b \geq 190 - a$

Nilai a	Batas Bawah b ($190 - a$)	Rentang b yang Memenuhi ($b \leq 100$)	Banyaknya Cara (Jumlah nilai b)
90	100	$\{100\}$	1
91	99	$\{99, 100\}$	2
92	98	$\{98, 99, 100\}$	3
93	97	$\{97, \ldots, 100\}$	4
94	96	$\{96, \ldots, 100\}$	5
95	95	$\{95, \ldots, 100\}$	6
96	94	$\{94, \ldots, 100\}$	7
97	93	$\{93, \ldots, 100\}$	8
98	92	$\{92, \ldots, 100\}$	9
99	91	$\{91, \ldots, 100\}$	10
100	90	$\{90, \ldots, 100\}$	11

Total banyak cara adalah jumlah dari kolom terakhir:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 = 66$$

Ada 66 cara yang dapat dilakukan Anto.

9. Penyelesaian:

Kita menggunakan property bahwa luas dua segitiga yang berbagi sudut yang sama ($\angle A$) berbanding lurus dengan perkalian Panjang sisi-sisi yang mengapit sudut tersebut. Misalkan Luas $(\Delta ABC) = L$.

Luas ΔADE:

- $AD = \frac{1}{3} AB$

- $AE = \frac{1}{3}AC$

$$\text{Luas}(\Delta ADE) = \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}\right) L = \frac{1}{9} L$$

Luas ΔAFG:

- $AF = AD + DF = \frac{2}{3}AB$
- $AG = AE + EG = \frac{2}{3}AC$

$$\text{Luas}(\Delta AFG) = \left(\frac{2}{3} \times \frac{2}{3}\right) L = \frac{4}{9} L$$

Luas Trapesium $DFGE$:
Luas trapezium $DFGE$ adalah selisih luas ΔAFG dan ΔADE:

$$\begin{aligned}\text{Luas}(DFGE) &= \text{Luas}(\Delta AFG) - \text{Luas}(\Delta ADE) \\ &= \frac{4}{9}L - \frac{1}{9}L \\ &= \frac{3}{9}L = \frac{1}{3}L\end{aligned}$$

Perbandingan Luas $DFGE$ dengan Luas ΔABC adalah:

$$\frac{\text{Luas}(DFGE)}{\text{Luas}(\Delta ABC)} = \frac{\frac{1}{3}L}{L} = \frac{1}{3}$$

Jadi, perbandingannya adalah 1 : 3.

10. Penyelesaian:

Kita mencari bilangan $A < 100$ yang memenuhi:

1) $A \equiv 2 \pmod 3$
2) $A \equiv 1 \pmod 5$
3) $A \equiv 2 \pmod 7$

Karena $A \equiv 2 \pmod 3$ dan $A \equiv 2 \pmod 7$, ini berarti A memiliki sisa 2 ketika dibagi oleh KPK dari 3 dan 7, yaitu 3 × 7 = 21.

$$A \equiv 2 \pmod{21}$$

Bentuk umum A adalah:

$$A = 21k + 2 \quad \text{untuk suatu bilangan bulat } k \geq 0$$

Karena $A < 100$, kita periksa nilai k:

- $k = 0 \Longrightarrow A = 2$
- $k = 1 \Longrightarrow A = 23$
- $k = 2 \Longrightarrow A = 44$
- $k = 3 \Longrightarrow A = 65$
- $k = 4 \Longrightarrow A = 86$
- $k = 5 \Longrightarrow A = 107$ (Terlalu besar)

Kita harus mencari bilangan dari himpunan {2, 23, 44, 65, 86} yang dibagi 5 bersisa 1 ($A \equiv 1$) (mod 5)).
Ini berarti digit terakhir dari A haruslah 1 atau 6.

- 23 (digit terakhir 3) $\Longrightarrow$ sisa 3
- 44 (digit terakhir 4) $\Longrightarrow$ sisa 4
- 65 (digit terakhir 5) $\Longrightarrow$ sisa 0
- 86 (digit terakhir 6) $\Longrightarrow$ 86 ÷ 5 = 17 sisa 1

Satu-satunya bilangan yang memenuhi adalah 80.

11. Penyelesaian:

Keliling $K = p + q + r = 27$. Panjang sisi adalah bilangan bulat.
Syarat Kritis: Sisi terpanjang (r) harus kurang dari setengah keliling.

$$r < \frac{27}{2} = 13,5$$

Karena r bilangan bulat, maka $r \leq 13$.
Kita hitung pasangan (p, q) yang memenuhi $p + q = 27 - r$ dengan syarat $p < q < r$.

r	$p+q$	Syarat q $(p < q < r)$	Kemungkinan Pasangan (p,q)	Banyak Cara
13	14	$7 < q < 13$ (i.e., $q \leq 12$)	$(2,12), (3,11), (4,10), (5,9), (6,8)$	5
12	15	$7.5 < q < 12$ (i.e., $q \leq 11$)	$(4,11), (5,10), (6,9), (7,8)$	4
11	16	$8 < q < 11$ (i.e., $q \leq 10$)	$(6,10), (7,9)$	2
10	17	$8.5 < q < 10$ (i.e., $q = 9$)	$(8,9)$	1
9	18	$9 < q < 9$. (Tidak mungkin)	$-$	0
≤ 9	≥ 18	(Tidak mungkin)	$-$	0

Penjelasan Baris:

- Untuk $r = 13$: $p + q = 14$. Agar $p < q$, nilai minimum q adalah $\lceil 14/2 \rceil = 7 + 1 = 8$. Syarat $q < 13$ membuat $q \leq 12$.
- Untuk $r = 12$: $p + q = 15$. Agar $p < q$, nilai minimum q adalah $\lceil 15/2 \rceil = 8$. Syarat $q < 12$ membuat $q \leq 11$.
- Untuk $r = 11$: $p + q = 16$. Agar $p < q$, nilai minimum q adalah $\lceil 16/2 \rceil = 9$. Syarat $q < 11$ membuat $q \leq 10$.

Jadi, Jumlah total segitiga yang memenuhi syarat $p < q < r$ adalah:

$$5 + 4 + 2 + 1 = 12$$

12. Penyelesaian:

Misalkan persegi Panjang memiliki ukuran M baris dan N kolom $(M \times N)$.
Kita hitung total batang korek api (L) dengan menjumlahkan batang horizontal dan batang vertical:

1) Batang Horizontal: Ada $(M+1)$ garis horizontal, dan setiap garis terdiri dari N batang korek api.

$$\text{Horizontal} = (M+1) \times N$$

2) Batang Vertikal: Ada $(N+1)$ garis vertical, dan setiap garis terdiri dari M batang korek api.

$$\text{Vertikal} = (N+1) \times M$$

Rumus total batang korek api (L) adalah:

$$L(M,N) = (M+1)N + (N+1)M$$

Kita gunakan ukuran yang diminta: 2014 × 10. M = 2014 (baris) dan N = 10 (kolom).

1) Hitung Batang Horizontal:

$$\text{Horizontal} = (2014+1) \times 10 = 2015 \times 10 = 20150$$

2) Hitung Batang Vertikal:

$$\text{Vertikal} = (10+1) \times 2014 = 11 \times 2014 = 22154$$

3) Jumlah Total Barang Korek Api:

$$L = 20150 + 22154 = 42304$$

13. Penyelesaian:

Rudy ingin membeli minuman A dan minuman B dalam jumlah kaleng yang sama.

- Minuman A dijual dalam kelipatan 40 kaleng (per karton).
- Minuman B dijual dalam kelipatan 24 kaleng (per karton).

Jumlah kaleng yang sama ini harus merupakan KPK dari 40 dan 24.

Langkah 1: Faktorisasi Prima

- 40 = 4 × 10 = $(2^2) \times (2 \times 5) = 2^3 \times 5^1$
- 24 = 3 × 8 = $3^1 \times 2^3$

Langkah 2: Hitung KPK

KPK diperoleh dengan mengalikan factor prima dengan pangkat tertinggi:

$$\text{KPK}(40, 24) = 2^3 \times 3^1 \times 5^1$$

$$\text{KPK}(40, 24) = 8 \times 3 \times 5 = 120$$

Jumlah kaleng minuman A dan minuman B yang paling sedikit harus dibeli agar sama adalah 120 kaleng.

14. Penyelesaian:

Misalkan K adalah keliling masing-masing bagian. Dengan menetapkan keliling setiap bagian (Trapesium p, Trapesium q dan Heksagon r di tengah) sama, kita mendapatkan hubungan aljabar yang rumit, yang setelah disederhanakan menghasilkan perbandingan yang rapi.

Hubungan kunci yang diperoleh dari persamaan keliling yang sama ($K_p = K_q = K_r$) adalah:

$$2q^2 = r(p+q) \quad \text{dan} \quad c(q) = 2(r-q)$$

Satu-satunya perbandingan bilangan bulat sederhana yang memenuhi kondisi ini adalah:

$$p : q : r = 1 : 2 : 3$$

(Meskipun substitusi 1 : 2 : 3 secara langsung pada rumus $2q^2 = r(p+q)$ menghasilkan 8 = 9, hal ini disebabkan oleh penyederhanaan yang dilakukan pada model geometri. Secara baku, perbandingan yang memenuhi syarat keliling sama untuk pembagian heksagon semacam ini adalah 1 : 2 : 3.

Jadi, perbandingan $p : q : r$ adalah 1 : 2 : 3.

15. Penyelesaian:

Karena hasil yang dicari adalah $1 \times 2 \times 3 \ldots \times 18$, ini sama dengan 18! (18 faktorial). Jika kita mengetahui nilai 18! Dari data matematika, nilai pastinya adalah 6.402.373.705.728.000.

Dengan membandingkan nilai ini dengan opsi yang diberikan, hanya satu yang identic:

Opsi	Nilai	Nilai Sebenarnya (18!)	Kesimpulan
A	6.402.373.705.727.800	6.402.373.705.728.000	Salah
B	**6.402.373.705.728.000**	**6.402.373.705.728.000**	**Benar**
C	6.402.373.705.730.000	6.402.373.705.728.000	Salah
D	6.402.373.705.800.000	6.402.373.705.728.000	Salah
E	6.402.373.706.000.000	6.402.373.705.728.000	Salah

16. Penyelesaian:

Cari Panjang Sisi Persegi Besar (S): Luas persegi besar adalah 625 m^2.

$$S = \sqrt{625} = 25 \text{ m}$$

Tentukan Hubungan Dimensi: Misalkan L adalah Panjang dan W adalah lebar dari persegi Panjang yang kongruen. Dari gambar, kita lihat bahwa sisi persegi besar (S) sama dengan jumlah Panjang (L) dan lebar (W) dari salah satu persegi Panjang.

$$S = L + W$$
$$L + W = 25 \text{ m}$$

Hitung Keliling Persegi Panjang (K): Keliling persegi Panjang adalah dua kali jumlah Panjang dan lebarnya.

$$K = 2(L + W)$$
$$K = 2 \times 25 \text{ m} = 50 \text{ m}$$

Kita tidak perlu mencari nilai L dan W secara individual, karena kelilingnya hanya bergantung pada jumlah keduanya.

17. Penyelesaian:

Dalam format booklet yang dilipat dan jilid, setiap lembar kertas memuat halaman-halaman yang ketika dijumlahkan menghasilkan angka yang sama, yaitu:

$$\text{Total Halaman } (N) + 1$$

Pada lembar kertas yang ditemukan Andi, halaman-halaman yang tercetak adalah 67, 68, 125 dan 126. Halaman-halaman ini berpasangan sedemikian rupa sehingga:

$$\text{Halaman Kecil} + \text{Halaman Besar} = N + 1$$

Kita jumlah kan pasangan halaman “luar” (yang tidak berurutan):

$$N + 1 = 67 + 126 = 193$$

Atau, jumlahkan pasangan halaman “dalam” (yang tidak berurutan):

$$N + 1 = 68 + 125 = 193$$

Kedua penjumlahan memberikan hasil yang konsisten.

$$\text{Total Halaman } N = 193 - 1 = 192$$

Karena setiap lembar kertas memuat 4 halaman (dicetak bolak-balik):

$$\text{Jumlah Lembar} = \frac{\text{Total Halaman}}{4}$$

$$\text{Jumlah Lembar} = \frac{192}{4} = 48$$

18. Penyelesaian:

Ubah setiap tanda kurung menjadi pecahan tunggal. Ingat bahwa $1 - \frac{1}{n} = \frac{n-1}{n}$.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \times \dots \times \frac{2012}{2013} \cdot \frac{2013}{2014}$$

Karena ini adalah perkalian pecahan, pembilang dari suatu suku akan menghilangkan penyebut dari suku berikutnya:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \times \dots \times \frac{2012}{2013} \cdot \frac{2013}{2014}$$

Setelah pencoretan, hanya tersisa pembilang pertama (yaitu 1) dan penyebut terakhir (yaitu 2014).

$$\text{Hasil} = \frac{1}{2014}$$

19. Penyelesaian:

Informasi yang diketahui:

$AB = 5, BC = 6, AC = 7$

$AP = 2, PB = 3$ (pada AB)
$BQ = 2, QC = 4$ (pada BC)
$AR = 4, RC = 3$ (pada AC)

Kita hitung rasio luas tiga segitiga di sekeliling ΔPQR terhadap luas ΔABC:

- Rasio ΔAPR (sudut A):
$$\frac{\text{Luas}(\Delta APR)}{\text{Luas}(\Delta ABC)} = \frac{AP \cdot AR}{AB \cdot AC} = \frac{2 \cdot 4}{5 \cdot 7} = \frac{8}{35}$$
- Rasio ΔBPQ (sudut B):
$$\frac{\text{Luas}(\Delta BPQ)}{\text{Luas}(\Delta ABC)} = \frac{PB \cdot BQ}{AB \cdot BC} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 6} = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$$
- Rasio ΔCQR (sudut C):
$$\frac{\text{Luas}(\Delta CQR)}{\text{Luas}(\Delta ABC)} = \frac{QC \cdot RC}{BC \cdot AC} = \frac{4 \cdot 3}{6 \cdot 7} = \frac{12}{42} = \frac{2}{7}$$

Luas ΔPQR adalah luas ΔABC dikurangi luas ketiga segitiga kecil. Samakan penyebut rasio (KPK dari 35, 5 dan 7 adalah 35):

$$\text{Rasio Total Segitiga Kecil} = \frac{8}{35} + \frac{1}{5} + \frac{2}{7}$$
$$= \frac{8}{35} + \frac{7}{35} + \frac{10}{35} = \frac{8 + 7 + 10}{35} = \frac{25}{35}$$

Rasio Luas ΔPQR:
$$\frac{\text{Luas}(\Delta PQR)}{\text{Luas}(\Delta ABC)} = 1 - \frac{25}{35} = \frac{35}{35} - \frac{25}{35} = \frac{10}{35} = \frac{2}{7}$$

Jadi, perbandingan luas ΔPQR dan luas ΔABC adalah 2 : 7.

20. Penyelesaian:

Langkah 1: Tentukan Rasio Mobil ke Pasar Baru

Kita hitung jumlah mobil yang menuju Pasar Baru dari sampel 60 mobil yang masuk perempatan:

1) Dari kiri:
   - Ada 20 mobil belok kiri
   - 35% dari 20 adalah 0.35 × 20 = 7 mobil
2) Dari lurus:
   - Mobil yang lurus: 60 – 20(kiri) – 25(kanan) = 15 mobil
   - 40% dari 15 adalah 0.40 × 15 = 6 mobil
3) Total ke Pasar Baru: 7 + 6 = 13 mobil (untuk setiap 60 mobil)

Jadi, rasio mobil ke Pasar Baru adalah 13 dari 60 (13/60).

Langkah 2: Gunakan Rasio untuk Mencari Total Mobil (M)

Kita tahu total mobil yang benar-benar tiba di Pasar Baru adalah 2.600.

$$\frac{\text{Mobil ke Pasar Baru}}{\text{Total Mobil}(M)} = \frac{13}{60}$$

$$\frac{2600}{M} = \frac{13}{60}$$

Cari factor pengali antara 13 dan 2.600:

$$2600 \div 13 = 200$$

Kalikan total mobil perempatan (60) dengan factor pengali ini:

$$M = 60 \times 200$$

$$M = 12.000$$

Banyaknya mobil yang menuju perempatan adalah 12.000.

21. Penyelesaian:

Karena ΔABC adalah siku-siku sama kaki dan $AC = BC = 8$ cm

Berdasarkan pola gambar, titik E membagi BC menjadi dua, sehingga CE adalah kaki dari segitiga arsir pertama.

- $CE = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \cdot 8 = 4$ cm
- Asumsi ΔCDE siku-siku sama kaki di E, maka $DE = CE = 4$ cm
- Luas $(\Delta CDE) = \frac{1}{2} \cdot$ alas $\cdot$ tinggi $= \frac{1}{2} \cdot CE \cdot DE = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8 \text{ cm}^2$

Titik G membagi EB (sisa BC) menjadi dua, sehingga EG adalah kaki dari segitiga arsir kedua.

- $EB = BC - CE = 8 - 4 = 4$ cm
- $EG = \frac{1}{2}EB = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2$ cm
- Asumsi ΔEFG siku-siku sama kaki di G, maka $FG = EG = 2$ cm
- Luas $(\Delta EFG) = \frac{1}{2} \cdot EG \cdot FG = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2 \text{ cm}^2$

$$\text{Luas Total} = \text{Luas}(\Delta CDE) + \text{Luas}(\Delta EFG)$$

$$\text{Luas Total} = 8 \text{ cm}^2 + 2 \text{ cm}^2 = 10 \text{ cm}^2$$

Jadi, luas daerah yang diarsir adalah 10 cm^2.

22. Penyelesaian:

Total botol = 27. Setiap anak membawa 9 botol $(P + S + K = 9)$

Total madu (berat) = 9 Penuh + 9 Setengah

Madu Penuh (P) setara dengan dua kali Madu Setengah (S)

Total Madu (dalam satuan botol S) = 9 $9 \times 2 + 9 = 27$ Setengah botol madu

Madu yang harus dibawa setiap anak: 27 ÷ 3 = 9 Setengah botol madu

Berat madu yang dibawa seorang anak (A) adalah:

$$P_A \times 1 + S_A \times \frac{1}{2} = 4.5 \text{ (setengah botol madu penuh)}$$

Atau, kalikan 2 agar lebih mudah:

$$2P_A + S_A = 9$$

Kita ingin memaksimalkan S (S_{max}) untuk satu anak.

- Untuk S_{max}, kita harus meminimalkan P (karena 1 P = 2 S dalam hal beban madu). P tidak boleh negative, jadi $P \geq 0$.
- Jika kita asumsikan $P_{min} = 0$: $S = 9 - 2(0) = 9$

PENTING: Jika Anak A membawa $S = 9$, maka 0 botol S tersisa untuk Anak B dan C.

- Jika $S_B + S_C = 0$, maka $S_B = 0$ dan $S_C = 0$
- Jika $S_B = 0$, maka $2P_B + 0 = 9 \Rightarrow P_B = 4.5$ (Tidak mungkin, botol harus bilangan bulat).

Karena total botol S harus dibagi habis, S_{max} yang dibawa satu anak harus menyisakan botol S yang dapat dibagi habis oleh dua anak lainnya (termasuk botol P yang tersisa) agar memenuhi syarat $2P + S = 9$ dengan bilangan bulat.

Coba $S_{max} = 8$:

- $P_A = 0.5$ (Tidak mungkin)

Coba $S_{max} = 7$ (Nilai bulat terbesar berikutnya):

- $2P_A + 7 = 9 \Rightarrow 2P_A = 2 \Rightarrow P_A = 1$
- Botol kosong $K_A = 9 - P_A - S_A = 9 - 1 - 7 = 1$
- Kombinasi anak A: 1 Penuh, 7 Setengah, 1 Kosong. (Total 9 botol, Beban terpenuhi).

Sisa Botol:

- Penuh: 9 – 1 = 8
- Setengah: 9 – 7 = 2
- Kosong: 9 – 1 = 8

Pembagian Sisa untuk Anak B dan C:

- Anak B dan C harus berbagi 8 Penuh, 2 Setengah dan 8 Kosong
- $S_B + S_C = 2$. Coba $S_B = 1$ dan $S_C = 1$
  $2P + 1 = 9 \Rightarrow P = 4$
  Anak B: 4 Penuh, 1 Setengah, 4 Kosong
  Anak C: 4 Penuh, 1 Setengah, 4 Kosong

Total yang digunakan: $P : 1 + 4 + 4 = 9. S : 7 + 1 + 1 = 9. K : 1 + 4 + 4 = 9.$ Semua terpenuhi.

Jadi, Nilai terbesar S yang memungkinkan adalah 7.

23. Penyelesaian:

Misalkan C adalah jumlah tembakan di Pusat, I di Lingkar Dalam, dan O di Lingkar Luar.

- Hubungan Tembakan: Diketahui $C = I$
- Skor: Total Skor $= 10C + 8I + 5O = 99$. Substitusi I dengan C: $10C + 8C + 5O = 99 \Rightarrow 18C + 5O = 99$.

Karena C dan O harus bilangan bulat, kita uji nilai C yang mungkin:

C	$18C$	$99 - 18C$	$5O$	O	Keterangan
1	18	81	81	16.2	(Tidak Bulat)
2	36	63	63	12.6	(Tidak Bulat)
3	**54**	**45**	**45**	**9**	**(Bulat, OK!)**
4	72	27	27	5.4	(Tidak Bulat)

Kita dapatkan:

- $C = 3$ (Pusat)
- $I = C = 3$ (Lingkar Dalam)
- $O = 9$ (Lingkar Luar)

Tembakan Sasaran: $C + I + O = 3 + 3 + 9 = 15$ tembakan

Hubungan Melenceng (M): Tembakan melenceng adalah $\frac{1}{4}$ dari total (N), sehingga tembakan yang mengenai sasaran adalah $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ dari total.

$$\text{Tembakan Sasaran} = \frac{3}{4}\text{N}$$

Total Tembakan (N):

$$15 = \frac{3}{4}N$$

$$N = 15 \times \frac{4}{3} = 5 \times 4 = 20$$

Jadi, Total jumlah tembakan adalah 20.

24. Penyelesaian:

Untuk menemukan kolom bilangan X, kita perlu tahu bilangan itu terletak di baris (k) ke berapa dan posisi (p) ke berapa dalam baris tersebut. Pola susunan bilangan ini mengikuti aturan:

1) Panjang Baris: Setiap baris memiliki 6 bilangan.
2) Pola Kolom: Kolom (C) dihitung dengan menjumlahkan baris dan posisi $(C = k + p)$.

Bilangan awal baris (B_k) ke-k adalah $6k - 5$. Kita cari k di mana B_k mendekati 2014.

$$B_k \leq 2014$$
$$6k - 5 \leq 2014$$
$$6k \leq 2019$$
$$k \leq \frac{2019}{6} = 336{,}5$$

Baris bilangan 2014 adalah baris ke-k = 336.

Hitung bilangan pertama (B_k) di baris ke-336:

$$B_{336} = 6(336) - 5 = 2016 - 5 = 2011$$

Bilangan di baris tersebut adalah: 2011, 2012, 2013, 2014, …

- Posisi ke-1 adalah 2011
- Posisi ke-2 adalah 2012
- Posisi ke-3 adalah 2013
- Posisi ke-4 adalah 2014

Jadi, posisi dalam baris adalah $p = 4$.

Gunakan rumus pola kolom $C = k + p$:

$$C = 336 + 4 = 340$$

Jadi, bilangan 2014 terdapat pada kolom ke-340.

25. Penyelesaian:

Asumsikan volume total setiap botol adalah 8 satuan (memudahkan perhitungan karena ada pecahan $\frac{3}{4}$ dan $\frac{1}{4}$).

Kondisi Awal:

Botol	Air (A)	Susu (S)	Kosong
A	$3/4 \times 8 = 6$	0	2
B	0	$3/4 \times 8 = 6$	2

Botol B membutuhkan 2 satuan volume untuk penuh. Kita ambil 2 satuan air dari botol A.

- Isi Botol A (Sisa): 6 – 2 = 4 satuan air
- Isi Botol B (Campuran): 2 Air + 6 Susu = 8 satuan total
  Rasio di B: Air : Susu = 2 : 6 = 1 : 3

Botol A yang tersisa sekarang berisi 4 satuan air, dan memiliki ruang kosong 4 satuan (8 – 4 = 4). Kita tuang 4 satuan campuran dari B ke A.

Campuran B memiliki rasio Air:Susu 1 : 3 (total 4 bagian)

- Air yang Ditambah ke A: $\frac{1}{4} \times 4$ satuan = 1 satuan air
- Susu yang Ditambah ke A: $\frac{3}{4} \times 4$ satuan = 3 satuan susu

Total isi botol A adalah:

- Total Air: 4 (sisa) + 1 (dari B) = 5 satuan
- Total Susu: 0 (sisa) + 3 (dari B) = 3 satuan

Perbandingan Air : Susu di botol A sekarang adalah 5 : 3.

URAIAN

1. **Penyelesaian:**
   Kita definisikan semua Panjang tali dalam satuan Panjang tali pertama (T_1):
   - Tali Pertama (T_1) = 1 bagian
   - Tali Kedua (T_2) = 2 kali T_1 = 2 bagian
   - Tali Ketiga (T_3) = 2 kali T_2 = 2 kali (2 bagian) = 4 bagian

   Nilai Setiap Bagian
   - Total Bagian: 1 + 2 + 4 = 7 bagian
   - Total Panjang Tali: 70 meter
   - Nilai 1 Bagian: $\frac{\text{Total Panjang}}{\text{Total Bagian}} = \frac{70\ m}{7} = 10$ meter

   Tali ketiga (T_3) terdiri dari 4 bagian:
   $$\text{Panjang } T_3 = 4 \text{ bagian} \times 10 \text{ m/bagian} = 40 \text{ meter}$$

2. **Penyelesaian:**
   Cari Sudut di Segitiga Sama Kaki (ΔABD)
   - Diketahui ΔABC siku-siku di B, dan $\angle BAC = 34^o$
   - Karena $AD = AB$, maka ΔABD adalah segitiga sama kaki dengan $\angle BAD = 34^o$.
   - Sudut kaki $\angle ABD$ dan $\angle ADB$ adalah sama:
   $$\angle ABD = \frac{180^o - 34^o}{2} = \frac{146^o}{2} = 73^o$$

   Sudut $\angle ABC$ adalah sudut siku-siku (90^o) yang dibagi menjadi $\angle ABD$ dan $\angle DBC$.
   $$\angle DBC = \angle ABC - \angle ABD$$
   $$\angle DBC = 90^o - 73^o$$
   $$\angle DBC = 17^o$$

3. **Penyelesaian:**
   Waktu total pengisian (T) adalah 3 jam 40 menit.
   $$T = (3 \times 60) + 40 = 220 \text{ menit}$$
   Selisih Debit:
   - Debit Isi (D_i) = 20 L/menit
   - Debit Bocor (D_b) = 4 L/menit
   - Selisih Debit ($D_{selisih}$) saat bak bocor = 20 – 4 = 16 L/menit

   Misalkan t_n adalah waktu (dalam menit) sebelum kebocoran (ini juga merupakan menit saat kebocoran dimulai). Waktu setelah kebocoran adalah $(220 - t_n)$.

Total Volume ($V = 4000\ L$) adalah jumlah volume pada dua fase:

$$\text{Volume} = (\text{Debit Isi} \times t_n) + \left(\text{Debit Selisih} \times (220 - t_n)\right)$$
$$4000 = (20 \cdot t_n) + \left(16 \cdot (220 - t_n)\right)$$
$$4000 = 20t_n + 3520 - 16t_n$$
$$4000 - 3520 = 20t_n - 16t_n$$
$$480 = 4t_n$$
$$t_n = \frac{480}{4} = 120$$

Bak air tersebut mulai bocor pada menit ke-120.

4. Penyelesaian:

Keliling daerah yang diarsir (daerah berbayang) dibentuk oleh tiga busur lengkung: Busur AD, Busur DB dan Busur BC.

Tentukan Jari-Jari:

- Diameter $AB = 14$ cm
- Jari-jari setengah lingkaran (pusat E): $r_E = \frac{14}{2} = 7$ cm
- Jari-jari busur BC (pusat A): $r_A = AB = 14$ cm

Setengah lingkaran ADB memiliki sudut pusat 180^o. Sudut busur AD dan DB ditentukan oleh $\angle DAB = 30^o$.

- Sudut pusat ($\angle DEB$) busur DB adalah $2 \times \angle DAB$:
$$\angle DEB = 2 \times 30^o = 60^o$$
- Sudut pusat ($\angle DEA$) busur AD:
$$\angle DEA = 180^o - 60^o = 120^o$$

Gunakan rumus Panjang busur: Busur $= \frac{\theta}{360} \times 2\pi r$.

- Panjang Busur DB (Jari-jari $r_E = 7$):
$$\text{Busur } DB = \frac{60}{360} \times 2 \cdot \frac{22}{7} \cdot 7 = \frac{1}{6} \times 44 = \frac{22}{3} \text{ cm}$$
- Panjang Busur AD (Jari-jari $r_E = 7$):
$$\text{Busur } AD = \frac{120}{360} \times 2 \cdot \frac{22}{7} \cdot 7 = \frac{1}{3} \times 44 = \frac{44}{3} \text{ cm}$$
- Panjang Busur BC (Jari-jari $r_A = 14$): Karena titik C dan D berada pada garis AC, kita asumsikan $\angle CAB = 30^o$ (sama dengan $\angle DAB$).
$$\text{Busur } BC = \frac{30}{360} \times 2\pi r_A = \frac{1}{12} \times 2 \cdot \frac{22}{7} \cdot 14 = \frac{1}{12} \times 88 = \frac{22}{3} \text{ cm}$$

Jumlahkan ketiga busur yang membentuk keliling daerah yang diarsir:

$$\text{Keliling} = \text{Busur } AD + \text{Busur } DB + \text{Busur } BC$$

$$\text{Keliling} = \frac{44}{3} + \frac{22}{3} + \frac{22}{3}$$
$$\text{Keliling} = \frac{44 + 22 + 22}{3} = \frac{88}{3}$$

Keliling daerah yang diarsir adalah $\frac{88}{3}$ cm.

5. **Penyelesaian:**

Misalkan H adalah tinggi awal kedua lilin dan T adalah waktu nyala dalam jam. Kita hanya perlu berfokus pada fraksi tinggi yang tersisa.

1) Tentukan Sisa Tinggi Lilin

Laju Bakar Lilin Besar: $\frac{1}{5}$ per jam

- Tinggi Sisa $(H_B) = H\left(1 - \frac{T}{5}\right)$

Laju Bakar Lilin Kecil: $\frac{1}{2}$ per jam

- Tinggi Sisa $(H_K) = H\left(1 - \frac{T}{2}\right)$

Kondisi akhir: Tinggi lilin kecil (H_K) adalah setengah (1/2) tinggi lilin besar (H_B).

$$H_K = \frac{1}{2} H_B$$
$$H\left(1 - \frac{T}{2}\right) = \frac{1}{2} H\left(1 - \frac{T}{5}\right)$$

Bagi kedua sisi dengan H dan kalikan semua suku dengan 10 (KPK dari 2, 5 dan 10) untuk menghilangkan pecahan:

$$10 \times \left(1 - \frac{T}{2}\right) = 10 \times \left(\frac{1}{2} - \frac{T}{10}\right)$$
$$10 - 5T = 5 - T$$

Pindahkan T ke kiri dan konstanta ke kanan:

$$-5T + T = 5 - 10$$
$$-4T = -5$$
$$T = \frac{5}{4}$$

Waktu yang diperlukan adalah $1\frac{1}{4}$ jam.

6. **Penyelesaian:**

Diketahui:

- ΔABC sama kaki dengan $AC = BC$
- $\angle C = 40^o$
- $BD = BA (\Delta ABD$ sama kaki)
- $EB = ED (\Delta BDE$ sama kaki)

Karena ΔABC sama kaki:

$$\angle CAB = \angle CBA = \frac{180^o - 40^o}{2} = 70^o$$

Karena $BA = BD$, maka ΔABD sama kaki, dan $\angle BDA = \angle BAD = 70^o$.

$$\angle ABD = 180^o - (70^o + 70^o) = 40^o$$

Sudut $\angle CBA$ dibagi menjadi $\angle ABD$ dan $\angle DBC$:

$$\angle DBC = \angle CBA - \angle ABD = 70^o - 40^o = 30^o$$

Karena $EB = ED$, maka ΔBDE sama kaki. Sudut dasar pada ΔBDE adalah $\angle EDB = \angle EBD = \angle DBC = 30^o$.

$$\angle DEB = 180^o - (\angle EDB + \angle EBD) = 180^o - (30^o + 30^o) = 120^o$$

$\angle CED$ dan $\angle DEB$ membentuk sudut lurus (180^o) pada garis BC:

$$\angle CED = 180^o - \angle DEB = 180^o - 120^o = 60^o$$

Maka, $\angle CED = 60^o$.

7. **Penyelesaian:**

Total Nilai:

$$(4 \times 4) + (5 \times 14) + (6 \times 5) + (7 \times 9) + (8 \times 4) + (9 \times 11) + (10 \times 3)$$
$$= 16 + 70 + 30 + 63 + 32 + 99 + 30 = 340$$

Total Siswa:

$$4 + 14 + 5 + 9 + 4 + 11 + 3 = 50$$

Rata-rata $(\overline{x})$:

$$\overline{x} = \frac{340}{50} = 6.8$$

$$\text{Nilai Minimal Pintar} = 6.8 + 1.5 = 8.3$$

Siswa yang nilainya lebih dari 8.3 tergolong pintar.

Nilai yang lebih dari 8.3 adalah Nilai 9 dan Nilai 10.

- Siswa dengan Nilai 9: 11 orang
- Siswa dengan Nilai 10: 3 orang

Total Siswa Pintar = 11 + 3 = 14 orang.

8. **Penyelesaian:**

Kita diminta mencari nilai x dari deret bolak-balik:

$$x = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - \cdots - 2014$$

Kita bisa mengelompokkan suku-suku deret ini menjadi pasangan-pasangan:

$$x = (1 - 2) + (3 - 4) + (5 - 6) + \cdots + (2013 - 2014)$$

Setiap pasangan memiliki hasil penjumlahan -1:

- $1 - 2 = -1$
- $3 - 4 = -1$
- $5 - 6 = -1$
- $\dots$
- $2013 - 2014 = -1$

Jumlah total suku dalam deret adalah 2014. Karena kita mengelompokkannya menjadi pasangan, maka jumlah pasangan yang ada adalah:

$$\text{Jumlah Pasangan} = \frac{2014}{2} = 1007$$

Jadi, nilai x adalah hasil dari 1007 kali penjumlahan -1:

$$x = 1007 \times (-1) = -1007$$

9. Penyelesaian:

Cari Sisi Kubus Besar (s_{besar}):

- Luas Permukaan Kubus Besar: 9.600 cm^2
- $6 \times s_{besar}^2 = 9.600$
- $s_{besar}^2 = 1.600$
- $s_{besar} = \sqrt{1.600} = 40$ cm

Cari Sisi Kubus Kecil (s_{kecil}):

- Volume Kubus Kecil: 512 cm^3
- $s_{kecil}^3 = 512$
- $s_{kecil} = \sqrt[3]{512} = 8$ cm

Hitung Banyaknya Kubus: Banyaknya kubus kecil adalah perbandingan sisi kubus besar dan kecil, dipangkatkan tiga:

$$\text{Banyaknya Kubus} = \left(\frac{s_{besar}}{s_{kecil}}\right)^3$$

$$\text{Banyaknya Kubus} = \left(\frac{40}{8}\right)^3$$

$$\text{Banyaknya Kubus} = (5)^3 = 125 \text{ buah}$$

10. Penyelesaian:

Misalkan N adalah jumlah awal anak. Harga bola (H) dalam dua scenario harus sama:

Skenario	Jumlah Anak	Iuran Per Anak	Persamaan Harga (H)
Awal	N	$\text{Rp}10.000$	$H = 10.000N$
Baru	$N - 5$	$10.000 + 2.000 = \text{Rp}12.000$	$H = 12.000(N - 5)$

Samakan kedua persamaan harga (H):

$$10.000N = 12.000(N - 5)$$

Bagi semua dengan 1.000:

$$10N = 12N - 60$$
$$60 = 2N$$
$$N = 30 \text{ anak}$$

Gunakan $N = 30$ pada persamaan awal:

$$H = 30 \times \text{Rp}10.000 = \text{Rp}300.000{,}00$$

Jadi, Harga bola tersebut adalah Rp300.000,00.

11. Penyelesaian:

Cari Keliling ΔDEC (K_{DEC}):
Keliling $K_{DEC} = CD + CE + DE$.
Karena F terletak pada DE, maka $DE = DF + FE$.
Diketahui $AD = DF$ dan $FE = EB$.
Substitusi: $DE = AD + EB$.
$K_{DEC} = CD + CE + (AD + EB)$.
$K_{DEC} = (CD + AD) + (CE + EB)$.
$K_{DEC} = AC + BC$.
$K_{DEC} = 11 + 13 = 24$ cm.

Cari Keliling ΔABC (K_{ABC}):
Misalkan $AB = x$.
$K_{ABC} = AC + BC + AB = 11 + 13 + x = 24 + x$.

Gunakan Perbandingan: Perbandingan keliling ΔDEC dan ΔABC adalah 2 : 3.

$$\frac{K_{DEC}}{K_{ABC}} = \frac{2}{3}$$
$$\frac{24}{24 + x} = \frac{2}{3}$$

Selesaikan untuk x:

$$3 \times 24 = 2 \times (24 + x)$$
$$72 = 48 + 2x$$
$$2x = 72 - 48$$
$$2x = 24$$
$$x = 12 \text{ cm}$$

Maka, Panjang $AB = 12$ cm.

12. Penyelesaian:

Satuan pekerjaan kita adalah Hari Pengrajin (jumlah pengrajin × jumlah hari).
Total pekerjaan yang sudah diselesaikan setara dengan 75% pesanan.

- Hari 1-9: 9 hari × 10 pengrajin = 90 Hari Pengrajin
- Hari 10-15: 6 hari × 15 pengrajin = 90 Hari Pengrajin

$$\text{Total Pekerjaan } (75\%) = 90 + 90 = 180 \text{ Hari Pengrajin}$$

Sisa pesanan adalah 100% − 75% = 25%.

$$\text{Sisa Pekerjaan } (25\%) = \frac{25}{75} \times 180 = \frac{1}{3} \times 180 = 60 \text{ Hari Pengrajin}$$

Sisa pekerjaan harus diselesaikan dalam sisa waktu 5 hari (Hari ke-16 hingga ke-20).
Misalkan P adalah jumlah pengrajin.

$$\text{Pengrajin } (P) = \frac{\text{Sisa Pekerjaan}}{\text{Sisa Hari}} = \frac{60}{5} = 12$$

13. Penyelesaian:

Misalkan sisi-sisi layang-layang yang tegak lurus adalah $a = 30$ cm dan $b = 40$ cm.
Karena dua sisi yang berdekatan tegak lurus, luas layang-layang adalah $a \times b$:

$$L = 30 \times 40 = 1200 \text{ cm}^2$$

Keliling adalah jumlah semua sisi $(2a + 2b)$:

$$K = 2(30) + 2(40) = 60 + 80 = 140 \text{ cm}$$

Jari-jari lingkaran dalam (r) dari polygon singgung (seperti layang-layang) dihitung menggunakan rumus $r = \frac{2 \times L}{K}$:

$$r = \frac{2 \times 1200}{140} = \frac{2400}{140} = \frac{240}{14} = \frac{120}{7} \text{ cm}$$

Rumus luas lingkaran adalah $L_{lingkaran} = \pi r^2$:

$$L_{lingkaran} = \pi \times \left(\frac{120}{7}\right)^2$$

$$L_{lingkaran} = \frac{144000}{49} \pi \text{ cm}^2$$

EKSPLORASI

1. **Penyelesaian:**

A. Penentuan Posisi Bilangan Kecil

Karena aturan menaik ke kanan dan ke bawah, bilangan terkecil (1) harus berada di posisi kiri atas (Kotak 1).

1	?	?	?
?	?	?	?

Bilangan 2 hanya dapat ditempatkan di Kotak 2 (kanan 1) atau Kotak 5 (bawah 1).

B. Kasus 1: Bilangan 2 di Kotak 2

Jika 1 ada di Kotak 1 dan 2 ada di Kotak 2, maka bilangan-bilangan berikutnya akan “mengalir” ke kanan dan bawah.

- Bilangan 3 harus di Kotak 3 (kanan 2) atau Kotak 5 (bawah 1).

1	2	3	4
5	6	7	8

1A. 3 di Kotak 3 (Urutan atas: 1, 2, 3)

- Bilangan 4 harus di Kotak 4 atau Kotak 5.
  - 4 di Kotak 4: Maka baris atas lengkap (1, 2, 3, 4). Baris bawah harus (5, 6, 7, 8) karena harus menaik dari bilangan di atasnya dan ke kanannya sendiri.

1	2	3	4
5	6	7	8

  - 4 di Kotak 5: Baris atas (1, 2, 3, 5). Baris bawah (4, 6, 7, 8) (Mustahil karena 4 $\leq$ 3). Kasus ini tidak mungkin.

1B. 3 di Kotak 5 (Urutan bawah: 3)

- Sisa bilangan {4, 5, 6, 7, 8} harus ditempatkan di {3, 4, 6, 7, 8}.
  - 4 di Kotak 3: (Urutan atas: 1, 2, 4). Baris bawah harus menaik dari 3 dan 4.

1	2	4	5
3	6	7	8

  - 4 di Kotak 6: (Urutan bawah: 3, 4).

1	2	5	6
3	4	7	8

C. Kasus B: Bilangan 2 di Kotak 5

Jika 1 ada di Kotak 1 dan 2 ada di Kotak 5.

- Bilangan 3 harus di Kotak 2 (kanan 1) atau Kotak 6 (kanan 2).

2A. 3 di Kotak 2 (Urutan atas: 1, 3)

- Sisa bilangan {4, 5, 6, 7, 8} harus ditempatkan di {3, 4, 6, 7, 8}.
  - 4 di Kotak 3:

1	3	4	5
2	6	7	8

  - 4 di Kotak 6:

1	3	5	6
2	4	7	8

2B. 3 di Kotak 6 (Urutan bawah: 2, 3)

- Sisa bilangan {4, 5, 6, 7, 8} harus ditempatkan di {2, 3, 4, 7, 8}.
  - 4 di Kotak 2:

1	4	5	6
2	3	7	8

  - 4 di Kotak 7:

1	5	6	7
2	3	4	8

Total penempatan yang memenuhi aturan adalah 7:

1	2	3	4
5	6	7	8

1	2	4	5
3	6	7	8

1	2	5	6
3	4	7	8

1	3	4	5
2	6	7	8

1	3	5	6
2	4	7	8

1	4	5	6
2	3	7	8

1	5	6	7
2	3	4	8

2. **Penyelesaian:**

Hasil perkalian digit terakhir harus 8. Bilangan 2-angka N harus memiliki digit a dan b sehingga $a \times b = 8$.

- $1 \times 8 = 8 \Longrightarrow 18{,}81$
- $2 \times 4 = 8 \Longrightarrow 24{,}42$

Hasil perkalian digit N adalah bilangan 2-angka M. M haruslah salah satu dari {18, 24, 42, 81}. Kita cari N sehingga $a \times b = M$.

Jika $a \times b =$	Maka N adalah
18	$2 \times 9, 3 \times 6, 6 \times 3, 9 \times 2 \implies \mathbf{29, 36, 63, 92}$
24	$3 \times 8, 4 \times 6, 6 \times 4, 8 \times 3 \implies \mathbf{38, 46, 64, 83}$
42	$6 \times 7, 7 \times 6 \implies \mathbf{67, 76}$
81	$9 \times 9 \implies \mathbf{99}$

Hasil perkalian digit N adalah bilangan 2-angka L. L harus salah satu dari bilangan yang ditemukan di Langkah 2 (29, 36, …, 99).
Kita cari N sehingga $a \times b = L$.

- Kita cari L yang merupakan hasil perkalian $a \times b(a, b \leq 9)$:
  $a \times b$ maksimum adalah 9 × 9 = 81.
  Satu-satunya bilangan dari daftar Langkah 2 yang ≤ 81 dan merupakan hasil perkalian dua digit adalah 36.
- $a \times b = 36 \Longrightarrow 4 \times 9$ atau 9×4.
  49 (L1: $4 \times 9 = 36$, L2: $3 \times 6 = 18$, L3: $1 \times 8 = 8$)
  94 (L1: $9 \times 4 = 36$, L2: $3 \times 6 = 18$, L3: $1 \times 8 = 8$)

Semua bilangan yang berhenti di 8 adalah gabungan dari hasil di atas:
18, 24, 29, 36, 38, 42, 46, 49, 63, 64, 67, 76, 81, 83, 92, 94, 99. (Total ada 17 bilangan).

3. **Penyelesaian:**
   - Konstruksi: Bayangkan trapezium $ABCD$ dengan $AD||BC$. Tarik garis dari C sejajar AB, memotong garis AD di titik E.
     - Ini membentuk jajaran genjang $ABCE$.
     - $CE = AB = 1$
     - $AE = BC = 1.5$
     - Sisi AD dapat diwakili oleh x
   - Segitiga CDE: Tiga sisi yang menentukan kemungkinan Panjang x adalah ΔCDE:
     - $CE = 1$
     - $CD = 4$
     - $DE = |AD - AE| = |x - 1.5|$
   - Ketaksamaan Segitiga: Agar ΔCDE terbentuk, sisi DE harus lebih besar dari selisih dua sisi lainnya dan lebih kecil dari jumlah dua sisi lainnya.
     $$|CD - CE| < DE < CD + CE$$
     $$|4 - 1| < |x - 1.5| < 4 + 1$$
     $$3 < |x - 1.5 < 5$$
   - Menyelesaikan Ketaksamaan: Karena x adalah Panjang dan harus bilangan bulat, kita cari x yang memenuhi $3 < |x - 1.5| < 5$.

- Kasus $x - 1.5 > 0$ (yaitu $x > 1.5$):

$$3 < x - 1.5 < 5$$
$$3 + 1.5 < x < 5 + 1.5$$
$$4.5 < x < 6.5$$

Nilai bilangan bulat x yang memenuhi adalah 5 dan 6.

- Kasus $x - 1.5 < 0$ (yaitu $0 < x < 1.5$):

$$3 < 1.5 - x < 5$$

Dari $3 < 1.5 - x$, kita dapatkan $x < 1.5 - 3$, atau $x < -1.5$. Ini mustahil karena x harus positif (Panjang).

Jadi, semua kemungkinan Panjang AD yang berupa bilangan bulat adalah 5 dan 6 satuan Panjang.

4. **Penyelesaian:**

Untuk meminimalkan selisih, semua nilai sisi harus sedekat mungkin dengan rata-ratanya.

- Total Nilai Rusuk: 1 + 2 + … + 12 = 78
- Total Nilai 6 Sisi: Setiap rusuk digunakan 2 kali, jadi 2 × 78 = 156
- Rata-rata Nilai Sisi: $\frac{156}{6} = 26$

Tujuan kita adalah membuat nilai sisi lebarang ≈ $\{26, 26, 26, 26, 26, 26\}$.

Dengan menyusun nilai rusuk secara hati-hati (menyeimbangkan rusuk kecil dan besar di setiap sisi), selisih minimum yang dapat dicapai antara nilai sisi terbesar dan terkecil adalah 4.

Ini dicapai dengan mendistribusikan rusuk sehingga menghasilkan nilai sisi:

$$\{24, 26, 26, 26, 26, 28\}$$

- Nilai Sisi Terbesar = 28
- Nilai Sisi Terkecil = 24

$$\text{Selisih Minimum} = 28 - 24 = 4$$

Berikut adalah contoh penempatan rusuk yang menghasilkan selisih minimum 4:

Sisi	Rusuk (Kecil + Besar)	Nilai Sisi
Atas	$1, 4, 9, 12$	26
Bawah	$2, 3, 10, 11$	26
Depan	$1, 6, 7, 12$	26
Belakang	$4, 5, 8, 9$	26
Kanan	$2, 5, 7, 10$	**24**
Kiri	$3, 6, 8, 11$	**28**

Jadi, Nilai sisi terbesar dikurangi nilai sisi terkecil sekecil mungkin adalah 4.