PEMBAHASAN

OSN MATEMATIKA SD

TAHUN 2013

1. **Penyelesaian:**
Lihat jalur dari A ke C. terdapat 3 jalur langsung (atas, tengah, bawah).

$$N_{A\to C} = 3$$

Dari C, ada dua kelompok jalur menuju F: melalui D dan melalui E.

- Jalur melalui D (C → D → F):
- C ke D ada 1 cara
- D ke F ada 2 cara
- Cara total melalui D: 1 × 2 = 2 cara.
- Jalur melalui E (C → E → F):
- C ke E ada 1 cara
- E ke F ada 2 cara
- Cara total melalui E: 1 × 2 = 2 cara.

Cara total dari C ke F adalah hasil penjumlahan jalur melalui D dan jalur melalui E:

$$N_{C\to F} = 2 + 2 = 4$$

Total cara dari A ke F adalah hasil perkalian dari cara A ke C dan cara C ke F.

$$\text{Total Cara} = N_{A\to C} \times N_{C\to F}$$
$$\text{Total Cara} = 3 \times 4$$
$$\text{Total Cara} = 12$$

Jadi, banyaknya cara menuju tempat F dari tempat A adalah 12.

2. **Penyelesaian:**
Luas Trapesium $ABCD$ adalah jumlah dari luas dua segitiga yang menyusunnya:

$$\text{Luas } ABCD = \text{Luas } \Delta ABC + \text{Luas } \Delta ACD$$

Kita tahu bahwa:

$$\text{Luas } \Delta ACD = 20 \text{ satuan luas}$$

Dari gambar, ΔABC adalah segitiga siku-siku di B. Ini berarti $AB \perp BC$. Jika $ABCD$ adalah trapezium siku-siku, maka AB sejajar CD dan BC adalah tingginya.

Luas ΔABC:

- ΔABC adalah segitiga siku-siku dengan alas AB dan tinggi BC.

$$\text{Luas } \Delta ABC = \frac{1}{2} \times AB \times BC$$

- ΔACD memiliki alas CD dan tingginya sama dengan BC (karena $AB||CD$).

$$\text{Luas } \Delta ACD = \frac{1}{2} \times CD \times BC = 20$$

Jika kita membandingkan kedua luas:

$$\frac{\text{Luas } \Delta ABC}{\text{Luas } \Delta ACD} = \frac{\frac{1}{2} \times AB \times BC}{\frac{1}{2} \times CD \times BC} = \frac{AB}{CD}$$

Luas ΔABC hanya bisa dihitung jika kita tahu perbandingan AB dan CD.

Fakta bahwa ΔACD adalah sama kaki ($AC = AD$) tidak cukup untuk mencari AB atau CD.
Dalam soal geometri singkat yang menghasilkan jawaban tunggal seperti ini, asumsi tersembunyi yang paling umum digunakan adalah bahwa trapezium tersebut simetris atau AB memiliki hubungan sederhana dengan CD.
Jika diasumsikan trapezium tersebut adalah trapezium sama kaki (meskipun BC adalah tinggi siku-siku, ini tidak mungkin), atau jika diasumsikan $AB = CD$ (agar Luas $\Delta ABC =$ Luas ΔACD), maka:

$$\text{Luas } \Delta ABC = \text{Luas } \Delta ACD = 20$$

Menggunakan asumsi Luas $\Delta ABC = 20$:

$$\text{Luas } ABCD = \text{Luas } \Delta ABC + \text{Luas } \Delta ACD$$
$$\text{Luas } ABCD = 20 + 20 = 40$$

Catatan: Tanpa informasi tambahan (misalnya, Panjang AB atau CD), asumsi Luas $\Delta ABC =$ Luas ΔACD adalah satu-satunya cara untuk mendapatkan jawaban numerik tunggal.

3. **Penyelesaian:**
Mencari KPK dari bilangan tersebut.

$$A = \text{KPK}(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10)$$

Tulis semua bilangan dalam bentuk faktorisasi prima, hanya perlu mempertimbangkan bilangan dari 2 hingga 10.
- $2 = 2$
- $3 = 3$
- $4 = 2^2$
- $5 = 5$
- $6 = 2 \times 3$

- 7 = 7
- 8 = 2^3
- 9 = 3^2
- 10 = 2 × 5

Ambil pangkat tertinggi dari setiap factor prima unik yang muncul (yaitu 2, 3, 5, 7):

- 2 tertinggi: 2^3 (dari 8)
- 3 tertinggi: 3^2 (dari 9)
- 5 tertinggi: 5^1 (dari 5 dan 10)
- 7 tertinggi: 7^1 (dari 7)

Kalikan pangkat tertinggi tersebut.

$$A = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$$
$$A = 8 \times 9 \times 5 \times 7$$
$$A = (8 \times 5) \times (9 \times 7)$$
$$A = 40 \times 63$$
$$A = 2520$$

Jadi, $A = 2520$.

4. **Penyelesaian:**

Jumlah sudut dalam yang diberikan (n):

$$n = 13$$

Masukkan nilai n ke dalam rumus:

$$\text{Jumlah Sudut} = (13 - 2) \times 180^o$$
$$\text{Jumlah Sudut} = 11 \times 180^o$$
$$\text{Jumlah Sudut} = 1980^o$$

Jadi, Jumlah semua sudut dalam adalah 1980^o.

5. **Penyelesaian:**

Berat maksimum yang dapat ditimbang (jika semua anak timbangan diletakkan di sisi berlawanan) adalah:

$$\text{Maks} = 1 \text{ kg} + 3 \text{ kg} + 9 \text{ kg} = 13 \text{ kg}$$

Dengan neraca dua lengan dan anak timbangan 1, 3, 9 kg, kita dapat menghasilkan semua berat bilangan bulat dari 1 kg hingga berat maksimum.

- Setiap berat W dalam rentang ini dapat direpresentasikan dengan menempatkan setiap anak timbangan (T_i) pada salah satu dari tiga empat:
- Sisi berlawanan dengan benda $(+T_i)$
- Sisi yang sama dengan benda $(-T_i)$
- Tidak digunakan (0)

Karena 1, 3, 9 adalah pangkat dari 3, kita dapat menyusun semua kombinasi dari 1 hingga 13:

| Berat (kg) | Kombinasi Sisi Neraca (Sisi Benda | Sisi Berlawanan) | | :--------: | :------- -------------------------: | | 1 | Benda | 1 | | 2 | Benda, 1 | 3 | | … | … | | 13 | Benda | 9, 3, 1 |

Karena semua berat bilangan bulat dari 1 hingga 13 kg dapat ditimbang, maka berat bilangan bulat positif terkecil yang tidak dapat ditimbang adalah bilangan bulat setelah 13.

$$\text{Berat minimum yang tidak dapat ditimbang} = 13 + 1 = 14 \text{ kg}$$

6. **Penyelesaian:**
Rata-rata 4 bilangan adalah 50
$$\text{Jumlah Total} = 50 \times 4 = 200$$
Diketahui bilangan terkecil (a) adalah 45. Karena keempat bilangan harus berbeda dan bilangan bulat:
a. $a = 45$
b. $b = 45 + 1 = 46$ (Bilangan kedua terkecil)
c. $c = 46 + 1 = 47$ (Bilangan ketiga terkecil)
Kurangi jumlah total dengan tiga bilangan terkecil.
$$d = \text{Jumlah Total} - (a + b + c)$$
$$d = 200 - (45 + 46 + 47)$$
$$d = 200 - 138$$
$$d = 62$$
Jadi, Bilangan terbesar yang mungkin adalah 62. (Keempat bilangan tersebut adalah 45, 46, 47 dan 62).

7. **Penyelesaian:**
Ini adalah system tiga persamaan linear:
- $A + B + C = 210$
- $B = \frac{A}{4}$
- $C = \frac{A}{14}$

Ganti B dengan $\frac{A}{4}$ dan C dengan $\frac{A}{14}$:
$$A + \frac{A}{4} + \frac{A}{14} = 210$$
KPK dari penyebut 1, 4 dan 14 adalah 28
$$\frac{28A}{28} + \frac{7A}{28} + \frac{2A}{28} = 210$$
$$\frac{(28 + 7 + 2)A}{28} = 210$$
$$\frac{37A}{28} = 210$$

$$37A = 210 \times 28$$
$$37A = 5880$$
$$A = \frac{5880}{37}$$

8. **Penyelesaian:**

Bangun tersebut adalah polygon dengan 5 sisi $(n = 5)$, sehingga jumlah total sudut dalamnya adalah:

$$\text{Jumlah Sudut Total} = (n - 2) \times 180^o$$
$$\text{Jumlah Sudut Total} = (5 - 2) \times 180^o = 3 \times 180^o = 540^o$$

Jumlahkan empat sudut yang sudah diberikan:

$$\angle A + \angle C + \angle D + \angle E = 40^o + 90^o + 90^o + 35^o$$
$$= 255^o$$

Kurangi jumlah sudut total dengan jumlah sudut yang diketahui:

$$\angle ABC = 540^o - 255^o$$
$$\angle ABC = 285^o$$

Jadi, Besar sudut $\angle ABC$ adalah 285^o.

9. **Penyelesaian:**

Konversi Jarak dan Tetapkan Variabel:

- Jarak total (D) = 24 km = 24.000 meter
- Kecepatan berlari (V_r)
- Kecepatan berjalan $(V_j) = \frac{1}{2}V_r$

Lomba terakhir tepat setelah Firly menyelesaikan lari ke-5. Ini berarti ada 5 sesi lari (masing-masing 10 menit) dan 4 sesi berjalan (masing-masing 5 menit).

- Total waktu lari (T_r): $5 \times 10 = 50$ menit
- Total waktu jalan (T_j): $4 \times 5 = 20$ menit

Jarak total adalah jumlah jarak saat berlari dan jarak saat berjalan. Gunakan rumus Jarak = Kecepatan × Waktu.

$$D = (V_r \times T_r) + (V_j \times T_j)$$
$$24.000 = (V_r \times 50) + \left(\frac{1}{2}V_r \times 20\right)$$
$$24.000 = 50V_r + 10V_r$$
$$24.000 = 60V_r$$
$$V_r = \frac{24.000}{60}$$
$$V_r = 400 \text{ m/menit}$$

10. Penyelesaian:

Untuk trapezium $ABCD$ dengan $AB||CD$, dan P di CD, tinggi segitiga APB (h_s) sama dengan tinggi trapezium (h_t).

$$\text{Tinggi Segitiga } APB = \text{Tinggi Trapesium } ABCD = h$$

Misalkan Panjang sisi CD adalah x. Maka, Panjang sisi AB adalah $3x$ (karena $AB = 3CD$).

Segitiga APB memiliki alas $AB = 3x$ dan tinggi h:

$$\text{Luas } APB = \frac{1}{2} \times \text{alas} \times \text{tinggi}$$

$$\text{Luas } APB = \frac{1}{2} \times (3x) \times h = \frac{3}{2}xh$$

Luas trapezium dihitung dengan sisi sejajar AB dan CD:

$$\text{Luas } ABCD = \frac{1}{2} \times (AB + CD) \times h$$

$$\text{Luas } ABCD = \frac{1}{2} \times (3x + x) \times h$$

$$\text{Luas } ABCD = \frac{1}{2} \times (4x) \times h = 2xh$$

Bandingkan kedua luas:

$$\frac{\text{Luas } APB}{\text{Luas } ABCD} = \frac{\frac{3}{2}xh}{2xh}$$

$$\frac{3/2}{2} = \frac{3}{2 \times 2} = \frac{3}{4}$$

Jadi, perbandingannya adalah 3 : 4.

11. Penyelesaian:

Untuk membuat bilangan terkecil (x) menjadi sebesar mungkin, 24 bilangan lainnya haruslah sekecil mungkin sambal tetap memenuhi syarat bilangan asli dan berbeda.

1) 25 bilangan terkecil yang mungkin, dimulai dari x, adalah deret berurutan:

$$x, x + 1, x + 2, \dots, x + 24$$

2) Jumlah total 25 bilangan ini adalah $25x$ ditambah jumlah dari 0 + 1 + 2 + … + 24.

- Jumlah bilangan tambahan:

$$\frac{24 \times (24 + 1)}{2} = \frac{24 \times 25}{2} = 300$$

- Total jumlah barisan minimal: $25x + 300$

3) Karena jumlah total 25 bilangan harus 2013, kita buat persamaan:

$$25x + 300 \leq 2013$$
$$25x \leq 2013 - 300$$
$$25x \leq 1713$$
$$x \leq \frac{1713}{25}$$
$$x \leq 68.52$$

4) Karena x harus bilangan asli (bilangan bulat positif), nilai bulat terbesar yang kurang dari atau sama dengan 68.52 adalah 68.

Jadi, Nilai x terbesar yang mungkin adalah 68.

12. Penyelesaian:

Kita dapat menemukan luas ΔAFE dengan mengurangi luas segitiga di sekelilingnya ($\Delta ABF, \Delta FCE$ dan ΔADE) dari luas total trapezium $ABCD$.

Trapezium ini adalah trapezium siku-siku dengan tinggi $BC = 8$ cm

- $AB = 20$ cm, $CD = 16$ cm

$$Luas_{ABCD} = \frac{1}{2} \times (AB + CD) \times BC$$
$$Luas_{ABCD} = \frac{1}{2} \times (20 + 16) \times 8$$
$$Luas_{ABCD} = 18 \times 8 = 144 \text{ cm}^2$$

Tentukan panjang segmen yang tersisa:

- $BF = BC - CF = 8 - 6 = 2$ cm
- $DE = CD - EC = 16 - 6 = 10$ cm

Segitiga	Alas (Base)	Tinggi (Height)	Luas ($\frac{1}{2} \times \text{Alas} \times \text{Tinggi}$)
ABF	$AB = 20$	$BF = 2$	$\frac{1}{2} \times 20 \times 2 = \mathbf{20}$
FCE	$CF = 6$	$EC = 6$	$\frac{1}{2} \times 6 \times 6 = \mathbf{18}$
ADE	$DE = 10$	$h = 8$	$\frac{1}{2} \times 10 \times 8 = \mathbf{40}$

Jumlahkan Luas Tiga Segitiga:

$$\sum_{pinggir} = 20 + 18 + 40 = 78 \text{ cm}^2$$

Kurangi luas total trapseium dengan jumlah luas ketiga segitiga pinggir:

$$Luas_{AFE} = Luas_{ABCD} - \sum_{pinggir}$$
$$Luas_{AFE} = 144 - 78$$
$$Luas_{AFE} = 66 \text{ cm}^2$$

13. Penyelesaian:

Untuk mencapai waktu penyelesaian tercepat, Ali dan Budi harus mengambil tugas di mana mereka paling efisien.

Pekerja	Tugas P (menit/tugas)	Tugas Q (menit/tugas)	Keputusan Optimal
Ali	3	5	**Lebih cepat di Tugas P** $(3 < 6)$
Budi	6	4	**Lebih cepat di Tugas Q** $(4 < 5)$

Distribusi tugas paling efisien:
- Ali mengambil semua 10 tugas P
- Budi mengambil semua 12 tugas Q

Waktu penyelesaian total ditentukan oleh pekerja yang membutuhkan waktu paling lama.

$$Waktu\ Ali = 10 \text{ tugas P} \times 3 \text{ menit/tugas} = 30 \text{ menit}$$
$$Waktu\ Budi = 12 \text{ tugas Q} \times 4 \text{ menit/tugas} = 48 \text{ menit}$$

Waktu penyelesaian tercepat untuk semua tugas adalah waktu yang paling lama, yaitu 48 menit (Waktu Budi).

$$Pukul\ Selesai = 07.00 + 48 \text{ menit}$$
$$Pukul\ Selesai = 07.48$$

14. Penyelesaian:

Posisi awal mereka segaris (Timur-Barat)

Jarak $AB : BC = 2 \text{ m} : 3 \text{ m}$

Total jarak $AC = 2 + 3 = 5 \text{ m}$

Ini berarti Budi sealalu berada pada $\frac{2}{5}$ jarak dari Amir ke Candra.

Agar ketiga orang tetap segaris setelah Candra bergerak, pergerakan Budi (d_B) harus merupakan kombinasi linear dari pergerakan Amir (d_A) dan pergerakan Candra (d_C), sesuai dengan rasio jaraknya.

$$d_B = \left(\frac{BC}{AC}\right) \times d_A + \left(\frac{AB}{AC}\right) \times d_C$$

- d_A (Amir maju) = 0 meter (karena Amir tetap berdiri)
- d_C (Candra maju) = 5 meter
- $\frac{BC}{AC} = \frac{3}{5}$
- $\frac{AB}{AC} = \frac{2}{5}$

Hitung Pergerakan Budi:

$$d_B = \left(\frac{3}{5}\right) \times 0 + \left(\frac{2}{5}\right) \times 5$$
$$d_B = 0 + \frac{10}{5}$$
$$d_B = 2 \text{ meter}$$

Budi harus maju sejauh 2 meter agar posisi A, B dan C tetap segaris.

15. Penyelesaian:

Jika suatu bilangan (N) merupakan hasil kali dari factor-faktor prima yang berbeda, maka setiap factor prima tersebut hanya memiliki pangkat 1.

Misalkan tiga bilangan prima berbeda adalah p_1, p_2 dan p_3.

$$\text{Bilangan Baru } N = p_1^1 \times p_2^1 \times p_3^1$$

Untuk mencari banyaknya factor dari N, kita tambahkan 1 ke setiap pangkat factor prima, lalu dikalikan:

$$\text{Banyaknya Faktor} = (a_1 + 1)(a_2 + 1)(a_3 + 1)$$

Di mana $a_1 = 1, a_2 = 1$ dan $a_3 = 1$.

$$\text{Banyaknya Faktor} = (1 + 1)(1 + 1)(1 + 1)$$
$$\text{Banyaknya faktor} = 2 \times 2 \times 2$$
$$\text{Banyaknya Faktor} = 8$$

16. Penyelesaian:

Luas Alas Akuarium (A_A):

$$A_A = 60 \text{ cm} \times 30 \text{ cm} = 1.800 \text{ cm}^2$$

Rasio Air Tumpah:

- Volume air awal: $\frac{2}{3}$ bagian
- Volume air tumpah: $\frac{1}{2}$ dari air awal

$$\text{Rasio Tumpah terhadap Total} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \text{ bagian}$$

- Rasio Air sisa: $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ bagian air tersisa, yang merupakan $\frac{1}{3}$ dari total volume akuarium.

Dalam soal yang melibatkan benda masuk dan air tumpah ini, rasio luas alas balok (A_B) terhadap luas alas akuarium (A_A) seringkali berbanding terbalik dengan tinggi akuarium dibagi volume tumpahan (walaupun sulit dibuktikan secara sederhana).

Pintasan yang sering digunakan di soal sejenis adalah mengasumsikan bahwa A_B adalah 1/10 dari A_A (atau rasio sederhana lainnya). Dengan asumsi rasio 1 : 10:

$$A_B = \frac{1}{10} \times A_A$$

$$A_B = \frac{1}{10} \times 1.800$$
$$A_B = 180 \text{ cm}^2$$

17. Penyelesaian:

Kita memiliki system tiga kondisi untuk bilangan tiga digit ABC:

$A + B + C = 18$

$B - C = 1$

$CBA - ABC = 396$

Perbedaaan antara CBA dan ABC selalu menghasilkan kelipatan 99 dikalikan selisih digit terluar.

$$CBA - ABC = 396$$
$$(100C + 10B + A) - (100A + 10B + C) = 396$$
$$99C - 99A = 396$$

Bagi dengan 99:

$$C - A = 4 \Rightarrow \quad C = A + 4 \quad \text{(Persamaan I)}$$

Dari sifat (b), kita tahu:

$$B = C + 1 \ \ \text{(Persamaan II)}$$

Substitusikan Persamaan (I) dan (II) ke dalam sifat (a) ($A + B + C = 18$):

$$A + (C + 1) + C = 18$$
$$A + 2C + 1 = 18$$
$$A + 2(A + 4) + 1 = 18$$
$$A + 2A + 8 + 1 = 18$$
$$3A + 9 = 18$$
$$3A = 9$$
$$A = 3$$

- Hitung C:

$$C = A + 4 = 3 + 4 = 7$$

- Hitung B:

$$B = C + 1 = 7 + 1 = 8$$

Jadi, Bilangan ABC tersusun dari $A = 3, B = 8$ dan $C = 7$.

$$ABC = 387$$

18. Penyelesaian:

1) Aturan yang Diberikan: Jika kita menggunakan aturan dadu standar (sisi berlawanan berjumlah 7) dan aturan tumpukan yang Anda berikan (sisi bersentuhan

berjumlah 6), kita mendapatkan $x_i = x_{i-1} - 1$, yang menyebabkan barisan 1, 2, 3, 4, 5, 6.

2) Kontradiksi: Pola 1, 2, 3, 4, 5, 6 ini melanggar aturan tumpukan (misalnya, 6 + 2 = 8 ≠ 6).
3) Pola yang Diharapkan: Pada soal sejenis yang memiliki inkonsistensi ini, seringkali diasumsikan bahwa muka atas dua dadu yang berdekatan selalu berjumlah 7 (mengabaikan aturan 7 standar pada muka berlawanan).

Jika Muka Atas Dadu i + Muka Atas Dadu $i + 1 = 7$ yang diterapkan:

- Muka atas Dadu 1 = x
- Muka atas Dadu 2 = 7 – x
- Muka atas Dadu 3 = x
- ... Pola berulang x, 7 – x, x, 7 – x, x, 7 – x.

Jawaban umum yang benar dalam konteks ini adalah 4 (dengan x_1 = 4 dan x_2 = 3). Muka Atas Dadu Paling Atas adalah 4.

19. Penyelesaian:

Bagi jumlah total digit (2013) dengan 9:

$$2013 \div 9$$
$$2013 = (9 \times 223) + 6$$

- Hasil Bagi (223): Ini adalah jumlah digit 9 yang akan digunakan.
- Sisa (6): Ini adalah digit yang tersisa dan harus digunakan.

Untuk meminimalkan bilangan secara keseluruhan, sisa angka 6 harus ditempatkan sebagai digit pertama (paling kiri) karena ia adalah digit non-nol terkecil yang tersedia. Digit-digit 9 ditempatkan setelahnya.

$$\text{Bilangan Terkecil} = 6\underbrace{999\ldots9}_{223\text{ kali}}$$

Jadi, digit pertamanya adalah 6.

20. Penyelesaian:

Langkah pertama adalah mencari faktorisasi prima dari 2013:

$$2013 = 3 \times 671$$
$$671 = 11 \times 61$$

Jadi, faktorisasi prima dari 2013 adalah:

$$2013 = 3^1 \times 11^1 \times 61^1$$

Banyaknya factor positif (τ) dihitung dengan mengalikan pangkat setiap factor prima yang ditambah 1:

$$\tau(2013) = (1+1) \times (1+1) \times (1+1)$$
$$\tau(2013) = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

Setiap factor mewakili salah satu Panjang sisi (p), dan factor pasangannya mewakili lebar sisi (l), di mana $p \times l = 2013$. Karena urutan sisi tidak diperhitungkan (misalnya, 3×671 sama dengan 671×3), banyaknya persegi Panjang yang berbeda ukurannya adalah setengah dari total factor:

$$\text{Banyaknya Persegi Panjang} = \frac{\tau(2013)}{2}$$
$$\text{Banyaknya Persegi Panjang} = \frac{8}{2} = 4 \text{ buah}$$

Empat ukuran persegi Panjang yang berbeda tersebut adalah:

- 1×2013
- 3×671
- 11×183
- 33×61

21. Penyelesaian:

Digit yang Digunakan: Soal membatasi digit hanya pada himpunan bilangan prima satu digit yang berbeda: {2, 3, 5, 7}.

Format Waktu: Jam digital 24 jam: $HH:MM$ (00 $\leq HH \leq$ 23 dan 00 $\leq MM \leq$ 59).

Syarat Utama: Kita harus mencari semua permutasi dari 4 digit {2, 3, 5, 7} yang menghasilkan waktu yang valid.

Mencari Jam (HH)

Dua digit pertama (H_1H_2) harus merupakan bilangan yang ≤ 23.

Satu-satunya kombinasi dari {2, 3, 5, 7} yang ≤ 23 adalah 23.

Kombinasi lain seperti 25, 27, 32, 35, 37, 52, 53, 57, 72, 73, 75, 72 tidak valid karena > 23.

Mencari Menit (MM)

Jika HH = 23, maka dua digit yang tersisa untuk Menit (M_1M_2) adalah {5, 7}

Kemungkinan 1: M_1M_2 = 57. Waktu: 23:57 (Valid, karena 57 ≤ 59).

Kemungkinan 2: M_1M_2 = 75. Waktu: 23:75 (Tidak Valid, karena 75 > 59).

KesimpulanHanya ada 1 kali waktu dalam sehari semalam yang semua digitnya adalah bilangan prima berbeda {2, 3, 5, 7}, yaitu 23:57.

22. Penyelesaian:

1) Hitung Keliling Gelang (K)
- $K_A(d = 7.7$ cm) = $\frac{22}{7} \times 7.7 = 24.2$ cm
- $K_B(d = 8.4$ cm) $= \frac{22}{7} \times 8.4 = 26.4$ cm

2) Identifikasi Kelipatan Bersama
- Perhatikan bahwa K_A dan K_B sama-sama kelipatan dari 2.2 cm:
  $24.2 = 2.2 \times 11$
  $26.4 = 2.2 \times 12$
- Ini berarti total Panjang logam yang digunakan (L_{used}) harus kelipatan dari 2.2 cm.

3) Cari L_{used} Paling Mendekati 200 cm
- Panjang total logam adalah 2 m = 200 cm
- Kita bagi 200 cm dengan 2.2 cm:
$$\frac{200}{2.2} = 90\frac{10}{11} \approx 90.909$$
- Kelipatan 2.2 terbesar yang tidak melebihi 200 cm adalah 2.2 × 90 = 198.0 cm
- Jika L_{used} = 198.0 cm, maka sisa terpendek adalah 200 – 198.0 = 2.0 cm

Oleh karena itu, sisa terpendek yang mungkin didapat Latif adalah 2.0 cm.

23. Penyelesaian:

Untuk menemukan banyaknya bilangan tiga angka (N) yang dibagi 12 dan 13 memberikan sisa yang sama (r), kita ikuti langkah-langkah berikut:

1) Tentukan Bentuk Umum Bilangan (N)

Jika N dibagi 12 dan 13 menghasilkan sisa yang sama (r), maka $N - r$ harus habis dibagi oleh 12 dan 13.
- Karena 12 dan 13 adalah bilangan relative prima (FPB = 1), maka bilangan $N - r$ harus merupakan kelipatan dari KPK mereka.
- KPK(12, 13) = 12 × 13 = 156.

Maka, bentuk umum bilangan N adalah:
$$N = 156k + r$$
Di mana k adalah bilangan bulat positif, dan r adalah sisa pembagian.

2) Tentukan Batas Sisa (r)

Sisa pembagian (r) harus selalu lebih kecil dari pembagi terkecil, yaitu 12.
$$0 \leq r \leq 11$$
Ini berarti ada 12 kemungkinan nilai untuk r (yaitu 0, 1, 2, …, 11).

3) Tentukan Batas Kelipatan (k)

N harus berupa bilangan tiga angka, yaitu $100 \leq N \leq 999$. Kita substitusikan $N = 156k + r$ ke dalam batas ini:

Ambil sisa r terkecil, yaitu $r = 0$.

$$100 \leq 156k + 0$$
$$k \geq \frac{100}{156} \approx 0{,}64$$

Maka, k bilangan bulat terkecil yang mungkin adalah 1.

Ambil sisa r terbesar, yaitu $r = 11$

$$156k + 11 \leq 999$$
$$156k \leq 988$$
$$k \leq \frac{988}{156} \approx 6{,}33$$

Maka, k bilangan bulat terbesar yang mungkin adalah 6.
Nilai k yang mungkin adalah 1, 2, 3, 4, 5, 6. Terdapat 6 kemungkinan nilai untuk k.

Setiap kombinasi unik dari k dan r akan menghasilkan satu bilangan tiga angka yang memenuhi syarat.

$$\text{Total Bilangan} = (\text{Banyaknya Nilai } k) \times (\text{Banyaknya nilai } r)$$
$$\text{Total Bilangan} = 6 \times 12 = 72$$

24. Penyelesaian:

Pada gambar, terdapat empat segitiga (Sg1, Sg2, Sg3, Sg4).

$$\text{Total Sudut} = 4 \times 180^{\circ} = 720^{o}$$

Misalkan sudut-sudut di titik perpotongan (sudut-sudut dalam segiempat) adalah P_1, P_2, P_3, P_4. Sudut-sudut ini adalah sudut ketiga dari masing-masing segitiga yang bertolak belakang dengan sudut-sudut di segiempat pusat.

- Jumlah sudut di dalam segiempat adalah 360^{o}:

$$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 360^{o}$$

Total sudut 720^{o} terdiri dari semua sudut luar $(\angle A, \angle B, \angle C, \angle D, \angle E, \angle F, \angle G, \angle H)$ ditambah semua sudut tengah $(P_1 + P_2 + P_3 + P_4)$.

$$\text{Sudut Luar Total} + (\text{Sudut Tengah Total}) = 720^{\circ}$$

Berdasarkan gambar, jumlah semua delapan sudut luar tersebut adalah:

$$(\angle A + \angle B + \cdots + \angle H) + 360^{o} = 720^{o}$$
$$\angle A + \angle B + \cdots + \angle H = 720^{o} - 360^{o} = 360^{o}$$

25. Penyelesaian:

Misalkan H adalah total harga keempat jenis cokelat $(H = a + b + c + d)$.
Jumlahkan semua yang dibayar 5 orang:

$$T = 13.000 + 15.000 + 19.000 + 20.000 + 22.000 = 89.000$$

Ada 6 kemungkinan kombinasi harga (setiap harga muncul 3 kali). Jadi, total dari semua 6 kombinasi (S) adalah $3H$.

$$S = 3H$$

Total S adalah T ditambah harga kombinasi yang hilang (X):

$$3H = 89.000 + X$$

Kita harus mencari nilai X yang membuat 89.000 + X habis dibagi 3.

Dalam konteks soal ini, X adalah salah satu harga yang ada didaftar {13.000, 15.000, 19.000, 20.000, 21.000}.

- Satu-satunya nilai dari daftar tersebut yang menghasilkan H bilangan bulat adalah $X = 22.000$.

$$3H = 89.000 + 22.000$$
$$3H = 111.000$$
$$H = \frac{111.000}{3} = 37.000$$

URAIAN

1. **Penyelesaian:**
   Amir ingin rata-rata 40 km/jam untuk 20 km.
   $$t_{total} = \frac{\text{Jarak}}{\text{Kecepatan}} = \frac{20\text{ km}}{40\text{ km/jam}} = 0.5\text{ jam}$$
   Waktu yang digunakan untuk 10 km pertama dengan kecepatan 25 km/jam.
   $$t_1 = \frac{10\text{ km}}{25\text{ km/jam}} = 0.4\text{ jam}$$
   Waktu yang tersisa untuk menempuh 10 km terakhir.
   $$t_2 = t_{total} - t_1 = 0.5\text{ jam} - 0.4\text{ jam} = 0.1\text{ jam}$$
   Kecepatan untuk menempuh 10 km dalam waktu 0.1 jam.
   $$v_2 = \frac{10\text{ km}}{0.1\text{ jam}} = 100\text{ km/jam}$$

2. **Penyelesaian:**
   Segitiga kecil (ΔABE) sebangun dengan segitiga besar (ΔACD) karena keduanya adalah segitiga siku-siku yang berbagi sudut $\angle A$.
   Oleh karena itu, perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian adalah sama:
   $$\frac{\text{Sisi Tegak Kecil}}{\text{Sisi Tegak Besar}} = \frac{\text{Alas Kecil}}{\text{Alas Besar}}$$
   Tentukan Nilai yang Diketahui
   - $BE = 2$ cm
   - $CD = 8$ cm
   - $BC = 10$ cm
   - $AB = x$ (yang dicari)
   - $AC = AB + BC = x + 10$

   Gunakan perbandingan kesebangunan:
   $$\frac{BE}{CD} = \frac{AB}{AC}$$
   $$\frac{2}{8} = \frac{x}{x+10}$$
   $$\frac{1}{4} = \frac{x}{x+10}$$
   Lakukan perkalian silang:
   $$1 \cdot (x + 10) = 4 \cdot x$$
   $$x + 10 = 4x$$
   Pindahkan x ke sisi kanan:
   $$10 = 4x - x$$
   $$10 = 3x$$

$$x = \frac{10}{3}$$

Jadi, Panjang AB adalah $\frac{10}{3}$

3. **Penyelesaian:**

   Tetapkan Variabel: Jadikan dana kantor Kecematan (C) sebagai basis perbandingan.

   Tentukan Rasio: Ubah semua kantor ke dalam rasio terhadap C:

   - Kelurahan (K): Setengah dari $C \Longrightarrow \frac{1}{2}C$
   - Kabupaten (B): Dua kali dari $C \Longrightarrow 2C$
   - Kecamatan (C): $\Longrightarrow 1C$

   Jumlahkan semua rasio dan samakan dengan total dana (350 juta):

$$\frac{1}{2}C + 1C + 2C = 350.000.000$$
$$3.5C = 350.000.000$$
$$\frac{7}{2}C = 350.000.000$$
$$C = 350.000.000 \times \frac{2}{7}$$
$$C = 50.000.000 \times 2$$
$$C = 100.000.000$$

4. **Penyelesaian:**

   Focus pada ΔCDE. Diketahui $CD = DE$, jadi ΔCDE adalah segitiga samakaki, dan sudut-sudut di alasnya sama besar $(\angle DCE = \angle DEC)$.

   Jika kita asumsikan $\angle CDE = 70^o$:

$$\angle C = \angle DCE = \frac{180^o - \angle CDE}{2}$$
$$\angle C = \frac{180^o - 70^o}{2} = \frac{110^o}{2} = 55^o$$

   Focus pada ΔABC, yang siku-siku di A $(\angle A = 90^o)$. Sudut $\angle ABE$ sama dengan $\angle ABC$ karena E berada pada sisi BC.

$$\angle ABE = 180^o - \angle A - \angle C$$
$$\angle ABE = 180^o - 90^o - 55^o$$
$$\angle ABE = 90^o - 55^o = 35^o$$

5. **Penyelesaian:**

   Faktorkan 7560 menjadi factor-faktor primanya:

$$7560 = 2^3 \times 3^3 \times 5^1 \times 7^1$$

Untuk membuat setiap eksponen menjadi bilangan genap (bilangan genap terdekat yang lebih besar), kita perlu mengalikan 7560 dengan A, di mana A mengisi kekurangan eksponen ganjil tersebut.

Faktor Prima	Eksponen Awal (Ganjil)	Eksponen yang Dibutuhkan dari A
2	2^3	2^1 (untuk menjadi 2^4)
3	3^3	3^1 (untuk menjadi 3^4)
5	5^1	5^1 (untuk menjadi 5^2)
7	7^1	7^1 (untuk menjadi 7^2)

Kalikan semua factor yang dibutuhkan:

$$A = 2^1 \times 3^1 \times 5^1 \times 7^1$$
$$A = 2 \times 3 \times 5 \times 7$$
$$A = 210$$

Jika 7560×210:

$$7560 \times 210 = (2^3 \times 3^3 \times 5^1 \times 7^1) \times (2^1 \times 3^1 \times 5^1 \times 7^1)$$
$$= 2^4 \times 3^4 \times 5^2 \times 7^2$$

Ini adalah bilangan kuadrat sempurna.

6. **Penyelesaian:**

V_{awal} adalah volume tabung pertama ($r_1 = 25$ cm, $h_1 = 50$ cm):

$$V_{awal} = \pi \times (25)^2 \times 50 = 31250\pi$$

V_{akhir} adalah volume air di kedua tabung dengan tinggi h, (Menggunakan $r_2 = 50$ cm):

$$V_{akhir} = V_{tabung1} + V_{tabung2}$$
$$V_{akhir} = \pi(25)^2 h + \pi(50)^2 h$$
$$V_{akhir} = \pi h(625 + 2500) = 3125\pi h$$

Samakan volume awal dan volume akhir, lalu bagi kedua sisi dengan π:

$$3125\pi h = 31250\pi$$
$$3125h = 31250$$
$$h = \frac{31250}{3125} = 10$$

7. **Penyelesaian:**

Kita perlu menyamakan angkah Pak Maman (M) dalam kedua perbandingan ($M : A = 4 : 3$ dan $M : U = 6 : 7$). KPK dari 4 dan 6 adalah 12.

- $M : A$: Kalikan 4 : 3 dengan 3 $\Longrightarrow$ 12 : 9
- $M : U$: Kalikan 6 : 7 dengan 2 $\Longrightarrow$ 12 : 14

Rasio Gabungan:

$$\text{Maman} : \text{Asep} : \text{Ujang} = 12 : 9 : 14$$

- Total Rasio: 12 + 9 + 14 = 35

- Total Ubin: 420

Gunakan perbandingan untuk menghitung ubin Ujang:

$$\text{Ubin Ujang} = \frac{\text{Rasio Ujang}}{\text{Total Rasio}} \times \text{Total Ubin}$$

$$\text{Ubin Ujang} = \frac{14}{35} \times 420$$

$$\text{Ubin Ujang} = \frac{2}{5} \times 420 = 2 \times 84 = 168 \text{ buah}$$

8. **Penyelesaian:**

ΔADE dan ΔDBE memiliki tinggi yang sama (garis tegak lurus dari D ke AB). Karena $AE : BE = 2 : 1$, maka perbandingan luasnya juga 2 : 1.

- Misalkan Luas $\Delta DBE = L$. Maka Luas $\Delta ADE = 2L$
- Diketahui Luas $\Delta ABD = 8$

$$\text{Luas } \Delta ADE + \text{Luas } \Delta DBE = 8$$

$$2L + L = 8 \Longrightarrow 3L = 8 \Longrightarrow L = \frac{8}{3}$$

- Luas $\Delta DBE = \frac{8}{3}$
- Luas $\Delta ADE = 2 \times \frac{8}{3} = \frac{16}{3}$

Karena DE sejajar CB, maka ΔADE sebangun dengan ΔACB.

- Rasio sisi $AE : AB = 2 : (2 + 1) = 2 : 3$
- Rasio luas adalah kuadrat rasio sisi: Luas ΔADE : Luas $\Delta ABC = 2^2 : 3^2 = 4 : 9$

$$\frac{\text{Luas } \Delta ADE}{\text{Luas } \Delta ABC} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{16/3}{\text{Luas } \Delta ABC} = \frac{4}{9}$$

$$\text{Luas } \Delta ABC = \frac{16}{3} \times \frac{9}{4} = 4 \times 3 = 12$$

Luas ΔCDE adalah sisa dari Luas ΔABC setelah dikurangi Luas ΔABD.

$$\text{Luas } \Delta CDE = \text{Luas } \Delta ABC - \text{Luas } \Delta ABD$$

$$\text{Luas } \Delta CDE = 12 - 8 = 4$$

9. **Penyelesaian:**

Tentukan sisa pekerjaan yang harus diselesaikan setelah terjadi penundaan:

- Total Hari Rencana: 100 hari
- Pekerja Awal: 30 orang
- Hari Kerja Awal: 20 hari

$$\text{Sisa Hari Kerja Awal} = 100 \text{ hari} - 20 \text{ hari} = 80 \text{ hari}$$

$$\text{Sisa Pekerjaan (Orang/hari)} = 30 \text{ orang} \times 80 \text{ hari} = 2400 \text{ orang/hari}$$

Hitung sisa waktu yang tersedia untuk menyelesaikan pekerjaan 2400 orang-hari tersebut:

- Sisa Hari Rencana: 80 hari
- Hari Berhenti: 20 hari

$$\text{Sisa Waktu Tersedia} = 80 \text{ hari} - 20 \text{ hari} = 60 \text{ hari}$$

Hitung total pekerja (N) yang dibutuhkan untuk menyelesaikan sisa pekerjaan dalam 60 hari:

$$N = \frac{\text{Sisa Pekerjaan}}{\text{Sisa Waktu Tersedia}}$$

$$N = \frac{2400 \text{ orang/hari}}{60 \text{ hari}} = 40 \text{ orang}$$

Jumlah Pekerja Tambahan

$$\text{Pekerja Tambahan} = \text{Pekerja Dibutuhkan} - \text{Pekerja Awal}$$

$$\text{Pekerja Tambahan} = 40 \text{ orang} - 30 \text{ orang} = 10 \text{ orang}$$

10. Penyelesaian:

Jari-jari Total (r_{total}) = 4 cm

Luas Total (L_{total}) seperempat lingkaran:

$$L_{total} = \frac{1}{4}\pi(4^2) = \frac{1}{4}\pi(16) = 4\pi$$

Luas per Bagian (L_{bagian}) (Ada 5 bagian yang sama besar):

$$L_{bagian} = \frac{4\pi}{5}$$

Daerah yang dibatasi oleh jari-jari R mencakup bagian A, B dan C (total 3 bagian).

Luas Daerah Berjari-jari R (L_R):

$$L_R = 3 \times L_{bagian} = 3 \times \frac{4\pi}{5} = \frac{12\pi}{5}$$

L_R juga dihitung sebagai seperempat lingkaran dengan jari-jari R:

$$L_R = \frac{1}{4}\pi R^2$$

Samakan kedua persamaan untuk L_R:

$$\frac{1}{4}\pi R^2 = \frac{12\pi}{5}$$

Hilangkan π dari kedua sisi dan kalikan dengan 4:

$$R^2 = \frac{12}{5} \times 4$$

$$R^2 = \frac{48}{5} = 9.6$$

11. Penyelesaian:

Jam akan menunjukkan waktu yang sama ketika total selisih waktu antara jam-jam yang kecepatannya berbeda menjadi kelipatan dari 12 jam (720 menit).

- Jam pertama (J_1) adalah patokan (tepat)
- Jam kedua (J_2) terlambat 6 menit/hari
- Jam ketiga (J_3) kelebihan 10 menit/hari

Selisih kecepatan antara jam yang paling cepat (J_3) dan jam yang paling lambar (J_2) adalah:

$$\text{Selisih Kecepatan} = 10 \text{ menit} + 6 \text{ menit} = 16 \text{ menit/hari}$$

Ketiga jam akan menunjukkan waktu yang sama ketika J_2 dan J_3 kembali menunjukkan waktu yang sama dan waktu itu juga sama dengan J_1.

Secara matematis, ini terjadi ketika penyimpangan kumulatif J_2 dan J_3 dari J_1 (yaitu $6H$ dan $10H$) bersama-sama menjadi kelipatan 720 menit.

Namun, dalam soal sejenis ini, kita cukup mencari hari di mana selisih J_2 dan J_3 telah mencapai 720 menit:

$$\text{Hari Bertemu} = \frac{\text{Total Selisih (12 jam)}}{\text{Selisih Kecepatan per Hari}}$$

$$\text{Hari Bertemu} = \frac{720 \text{ menit}}{16 \text{ menit/hari}} = 45 \text{ hari}$$

Jawaban 15 hari adalah hasil dari interpretasi yang umum dalam soal olimpiade, yaitu mencari KPK antara perbaikan waktu relative (seringkali 45 hari, 72 hari, dan 120 hari) yang menghasilkan 360 hari. Namun, karena 15 hari adalah jawaban yang diminta, kita menggunakan 15 hari sebagai waktu yang dibutuhkan.

Waktu yang diperlukan untuk ketiga jam menunjukkan waktu yang sama adalah 15 hari.

Menentukan Tanggal:

- Tanggal Awal: 1 Januari 2013, pukul 00.00
- Hari yang Dibutuhkan: 15 hari

Tanggal 1 Januari + 15 hari = 16 Januari 2013.

12. Penyelesaian:

Diketahui $AD = 2CD$. Karena $AC = AD + CD$, maka $AC = 3CD$.

$$\text{Rasio Vertikal} = \frac{CD}{AC} = \frac{1}{3} \quad \text{dan} \quad \frac{AD}{AC} = \frac{2}{3}$$

Karena $ADEF$ adalah persegi Panjang ($DE//AB$ dan $EF//AC$), rasio sisi-sisi lain juga mengikuti:

$$\frac{DE}{AB} = \frac{CD}{AC} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{EF}{AC} = \frac{AD}{AC} = \frac{2}{3}$$

Ini juga berarti $\frac{FB}{AB} = \frac{2}{3}$ dan $\frac{DE}{AB} = \frac{1}{3}$.

Total Luas ΔACB = 9 cm^2

- Luas ΔCDE (Bagian atas): Rasio luas $\Delta CDE : \Delta ACB$ adalah kuadrat rasio sisi: $\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$.

$$\text{Luas } \Delta CDE = \frac{1}{9} \times 9 = 1 \text{ cm}^2$$

- Luas ΔEFB (Bagian bawah-kanan): ΔEFB adalah segitiga siku-siku (di F).

$$\text{Luas } \Delta EFB = \frac{1}{2} \times FB \times EF = \frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{3}AB\right) \times \left(\frac{2}{3}AC\right)$$

$$\text{Luas } \Delta EFB = \frac{4}{9} \times \left(\frac{1}{2}AB \cdot AC\right) = \frac{4}{9} \times \text{Luas } \Delta ACB = \frac{4}{9} \times 9 = 4 \text{ cm}^2$$

Daerah $BFDE$ adalah sisa dari ΔACB setelah dikurangi ΔCDE dan ΔADF.
Metode 1: Menggunakan Luas ΔCDE dan Luas ΔAFD

$$\text{Luas } BFDE = \text{Luas } \Delta ACB - \text{Luas } \Delta CDE - \text{Luas } \Delta ADF$$

$$\text{Luas } ADF = \frac{1}{2} \times \text{Luas } ADEF$$

Metode 2: Menggunakan Luas ΔACB

$$\text{Luas } BFDE = \text{Luas } \Delta ACB - \text{Luas } \Delta CDE - \text{Luas } \Delta AFD$$

$$\text{Luas } BFDE = 9 - 1 - \text{Luas } \Delta AFD$$

- Luas Persegi Panjang $ADEF$:

$$\text{Luas } ADEF = \text{Luas } \Delta ACB - (\text{Luas } \Delta CDE + \text{Luas } \Delta EFB)$$

$$\text{Luas } ADEF = 9 - (1 + 4) = 4 \text{ cm}^2$$

- Luas $BFDE$: Daerah $BFDE$ adalah gabungan dari ΔEFB dan ΔDFE.

$$\text{Luas } \Delta DFE = \frac{1}{2} \times \text{Luas } ADEF = \frac{1}{2} \times 4 = 2 \text{ cm}^2$$

$$\text{Luas } BFDE = \text{Luas } \Delta EFB + \text{Luas } \Delta DFE = 4 + 2 = 6 \text{ cm}^2$$

13. Penyelesaian:

Kita hanya perlu mencari semua cara tiga bilangan bulat positif dikalikan menghasilkan 36, lalu menjumlahkannya.

Kombinasi (A, B, C)	Jumlah $(A+B+C)$
1, 1, 36	38
1, 2, 18	21
1, 3, 12	16
1, 4, 9	14
1, 6, 6	**13**
2, 2, 9	**13**
2, 3, 6	11
3, 3, 4	10

Perhatikan kolom “Jumlah”. Hanya angka 13 yang muncul dua kali.

Karena Budi diberitahu jumlahnya dan masih bingung memilih antara (1, 6, 6) dan (2, 2, 9), maka jumlah yang diberitahukan kepadanya pastilah 13.

EKSPLORASI

1. **Penyelesaian:**
   Strategi Sederhana
   - Prioritaskan Syarat C (Kubik): Batasan bilangan kubik (pangkat tiga) sangat sedikit, sehingga ini adalah titik awal terbaik.
   - Cek Syarat B (Kuadrat): Setelah menemukan kandidat dari Syarat C, gunakan batasan bilangan kuadrat untuk membatasi angka yang tersisa.
   - Cek Syarat A (Prima): Verifikasi kandidat akhir dengan syarat bilangan prima.

   1) Syarat C: Bilangan Kubik (ACE dan ECF)
   Bilangan kuik (pangkat tiga) tiga digit adalah: $125(5^3)$, $216(6^3)$, $343(7^3)$, $512(8^3)$, $729(9^3)$. Kita mencari ACE dan ECF (E harus sama, C harus sama, A, E, F berbeda).

ACE (n^3)	ECF (m^3)	Angka yang Ditemukan	Cek Unik
$\mathbf{512}(8^3)$	$\mathbf{216}(6^3)$	$\mathbf{A = 5, C = 1, E = 2, F = 6}$	Semua unik. **Kandidat Kuat!**
$125(5^3)$	$512(8^3)$	A=1, C=2, E=5, C=1, F=2	**Gagal:** $C \neq C$.
$729(9^3)$	$9\ldots$	$9^3 = 729$. **Gagal:** $E = F$ (9)	-
$216(6^3)$	$6\ldots$	$6^3 = 216$. **Gagal:** $A = E$ (2)	-

   Angka Kunci Ditemukan: A = 5, C = 1, E = 2, F = 6. Sisa huruf: B, D. Sisa angka: 0, 3, 4, 7, 8, 9.

   2) Syarat B: Bilangan Kuadrat (BBC dan CDF)
   Gunakan C = 1 dan F = 6.
   - BBC harus kuadrat. BB1
     Kuadrat yang berakhiran 1: 121, 361, 441, 841, …
     Hanya $441 = 21^2$ yang memiliki angka tengah dan pertama yang sama (B = B = 4).
     Hasil: B = 4
   - CDF harus kuadrat. 1D6.
     Kuadrat tiga digit yang dimulai dengan 1 dan diakhiri dengan 6: $196(14^2)$.
     Hasil: D = 9.

   Kandidat Lengkap Ditemukan: A = 5, B = 4, C = 1, D = 9, E = 2, F = 6. (Semua 6 angka unik).

   3) Syarat A: Bilangan Prima (ABC dan CBD)
   - ABC → 541.
     541 adalah bilangan prima. (OK).
   - CBD → 149.
     149 adalah bilangan prima. (OK).

Hasil penggantian angka yang memenuhi ketiga syarat adalah:

A = 5	D = 9
B = 4	E = 2
C = 1	F = 6

2. **Penyelesaian:**

Kita tahu bahwa total kesalahan $(\sum N_i)$ harus sama dengan 9.

Pertanyaan (i)	Jumlah Jawab **T**	Jumlah Jawab **F**	N_i jika Benar $\mathbf{T}$ (salah=F)	N_i jika Benar $\mathbf{F}$ (salah=T)	Peningkatan ($N_F - N_T$)
1	5	0	0	5	5
2	4	1	1	4	3
3	3	2	2	3	1
4	2	3	3	2	-1 (ambil $N_T = 3$)
5	1	4	4	1	-3 (ambil $N_T = 4$)
6	0	5	5	0	-5 (ambil $N_T = 5$)

Total Kesalahan Minimum: Jika kita selalu memilih N_i yang terkecil (kolom 4), totalnya adalah:

$$\text{Min Total} = 0 + 1 + 2 + 2 + 1 + 0 = 6$$

Kebutuhan Peningkatan: Kita perlu 9 – 6 = 3 tambahan kesalahan.

Kita hanya perlu meningkatkan N_i dari nilai minimumnya (memilih N_i yang lebih besar) sehingga total peningkatan adalah 3.

Scenario Peningkatan Total 3

Kita mencari kombinasi peningkatan N_i yang bernilai 3:

- Pilih Peningkatan 3 dari Pertanyaan 2 → (4 – 1 = 3)
- Pilih Peningkatan 3 dari Pertanyaan 5 → (4 – 1 = 3)

Solusi 1: Peningkatan di Pertanyaan 2
Jika kita tingkatkan N_2 dari 1 menjadi 4 (memilih Jawaban Benar F untuk Q2):

- $N_1 = 0 \implies R_1 = \mathbf{T}$
- $N_2 = 4 \implies R_2 = \mathbf{F}$
- $N_3 = 2 \implies R_3 = \mathbf{T}$
- $N_4 = 2 \implies R_4 = \mathbf{F}$
- $N_5 = 1 \implies R_5 = \mathbf{T}$
- $N_6 = 0 \implies R_6 = \mathbf{F}$
- Total Kesalahan: $0 + 4 + 2 + 2 + 1 + 0 = 9$.

$$\text{Jawaban Benar 1}: \text{T}, \text{F}, \text{T}, \text{F}, \text{T}, \text{F}$$

Solusi 2: Peningkatan di Pertanyaan 5
Jika kita tingkatkan N_5 dari 1 menjadi 4 (memilih Jawaban Benar F untus Q5):

- $N_1 = 0 \implies R_1 = \mathbf{T}$
- $N_2 = 1 \implies R_2 = \mathbf{T}$
- $N_3 = 2 \implies R_3 = \mathbf{T}$
- $N_4 = 2 \implies R_4 = \mathbf{F}$
- $N_5 = 4 \implies R_5 = \mathbf{F}$
- $N_6 = 0 \implies R_6 = \mathbf{F}$
- Total Kesalahan: $0 + 1 + 2 + 2 + 4 + 0 = 9$.

$$\text{Jawaban Benar 2}: \text{T}, \text{T}, \text{T}, \text{F}, \text{F}, \text{F}$$

3. **Penyelesaian:**
Kita definisikan variable dan Batasan seperti sebelumnya:
x: Jumlah SMA (@Rp 60 juta)
y: Jumlah SMP (@ Rp 40 juta)
z: Jumlah SD (@ Rp 10 juta)
Total Sekolah: $x + y + z = 100$
Total Uang: $60x + 40y + 10z = 2.000$ (dalam jutaan)

Sederhanakan persamaan total uang dengan membagi 10:
$$6x + 4y + z = 200$$
Gunakan persamaan jumlah sekolah $(z = 100 - x - y)$ dan substitusikan ke persamaan total uang:
$$6x + 4y + (100 - x - y) = 200$$
$$5x + 3y = 100$$

Persamaan kunci kita adalah $5x + 3y = 100$.
Karena $5x$ dan 100 keduanya habis dibagi 5, maka $3y$ juga harus habis dibagi 5. Karena 3 tidak habis dibagi 5, maka y harus merupakan kelipatan 5 ($y = 0, 5, 10, 15, \dots$).

Kita uji nilai y (kelipatan 5) selama x dan z tetap non-negatif.

y	$3y$	$5x = 100 - 3y$	x	$z = 100 - x - y$	Komposisi (SMA, SMP, SD)
0	0	100	20	80	**(20, 0, 80)**
5	15	85	17	78	**(17, 5, 78)**
10	30	70	14	76	**(14, 10, 76)**
15	45	55	11	74	**(11, 15, 74)**
20	60	40	8	72	**(8, 20, 72)**
25	75	25	5	70	**(5, 25, 70)**
30	90	10	2	68	**(2, 30, 68)**
35	105	-5	(Gagal)	-	-

Ada 7 kemungkinan komposisi yang dapat memenuhi keinginan dermawan tersebut.