



JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



PEMBAHASAN OSK MATEMATIKA SD TAHUN 2023

1. Jawaban: C

Kita menggunakan hubungan dasar antara FPB, KPK, dan bilangan itu sendiri:

$$\text{FPB}(x, y) \times \text{KPK}(x, y) = x \times y$$

Analisis FPB: Diketahui $\text{FPB}(3, a) = 3$.

- Ini berarti a harus habis dibagi 3 (a adalah kelipatan 3).

Analisis KPK: Diketahui $\text{KPK}(15, a) = 105$.

Pertama, faktorkan bilangan yang diketahui:

- $15 = 3 \times 5$
- $105 = 3 \times 5 \times 7$

Karena $\text{KPK}(15, a) = 3 \times 5 \times 7$, dan 15 sudah memiliki faktor 3×5 , maka a harus menyumbangkan faktor-faktor yang ada di 105 tetapi tidak ada di 15, yaitu faktor 7.

- a harus habis dibagi 7

Kesimpulan Nilai a : Karena a harus kelipatan dari 3 (dari FPB) dan kelipatan dari 7 (dari KPK), maka a harus merupakan kelipatan dari $\text{KPK}(3, 7) = 3 \times 7 = 21$.

Nilai a yang paling mungkin (dan nilai terkecil) adalah 21.

2. Jawaban: C

Ubah semua angka menjadi pecahan dan lakukan operasi perkalian dan pembagian dari kiri ke kanan.

Konversi ke Pecahan:

- $125\% = \frac{125}{100} = \frac{5}{4}$
- $0.25 = \frac{1}{4}$
- $1 \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$
- $2.5 = \frac{5}{2}$

Tulis Ulang dan Ubah Pembagian menjadi Perkalian:

$$\begin{aligned}\frac{5}{4} &\times \frac{2}{5} \div \frac{1}{4} \times \frac{5}{4} \div \frac{5}{2} \\&= \frac{5}{4} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{1} \times \frac{5}{4} \times \frac{2}{5}\end{aligned}$$

Sederhanakan dan Hitung: Kelompokkan dan batalkan faktor yang sama:

$$\left(\frac{5 \times 2 \times 4 \times 5 \times 2}{4 \times 5 \times 1 \times 4 \times 5} \right)$$





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara

- Batalkan $\frac{5}{5}$ dan $\frac{4}{4}$:

$$\frac{5}{4} \times \frac{2}{5} \times \frac{4}{1} \times \frac{5}{4} \times \frac{2}{5}$$

- Sisa operasi:

$$\frac{2}{4} \times \frac{4}{1} \times \frac{5}{4} \times \frac{2}{5}$$

- Kita bisa menyederhanakan menjadi:

$$\left(\frac{2 \times 4}{4}\right) \times \left(\frac{5 \times 2}{5 \times 4}\right)$$
$$2 \times \frac{2}{4} = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

Hasilnya adalah 1.

3. Jawaban: D

Kita perlu mencari kombinasi bilangan asli berbeda m dan n sehingga $5m + 8n$ sama dengan salah satu opsi.

Uji Opsi D (47)

Kita coba kombinasikan m dan n dengan nilai yang relative kecil, misalnya $m = 3$ dan $n = 4$:

$$\text{Hasil} = 5m + 8n$$

$$\text{Hasil} = 5(3) + 8(4)$$

$$\text{Hasil} = 15 + 32$$

$$\text{Hasil} = 47$$

Karena $m = 3$ dan $n = 4$ adalah bilangan asli berbeda, dan hasilnya adalah 47, maka 47 adalah salah satu hasil operasi yang mungkin.

4. Jawaban: A

Kita mencari bilangan asli q yang memenuhi:

$$\frac{21}{135} < \frac{q}{8} < \frac{27}{24}$$

Sederhanakan Batas Pecahan:

- Batas Kiri: Bagi 21 dan 135 dengan 3:

$$\frac{21}{135} = \frac{7}{45}$$

- Batas Kanan: Bagi 27 dan 24 dengan 3:

$$\frac{27}{24} = \frac{9}{8}$$

Pertidaksamaan menjadi:

$$\frac{7}{45} < \frac{q}{8} < \frac{9}{8}$$





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara

Untuk mengisolasi q , kalikan seluruh pertidaksamaan dengan 8:

$$\left(\frac{7}{45}\right) \times 8 < q < \left(\frac{9}{8}\right) \times 8$$
$$\frac{56}{45} < q < 9$$

Konversi batas bawah ke decimal:

$$\frac{56}{45} \approx 1.244 \dots$$

Pertidaksamaan menjadi:

$$1.244 \dots < q < 9$$

Karena q harus bilangan asli ($q \in \{1, 2, 3, \dots\}$), nilai q yang memenuhi adalah:

$$q \in \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

Banyaknya bilangan q adalah:

$$\text{Banyaknya } q = 8 - 2 + 1 = 7$$

5. Jawaban: D

Barisan tersebut memiliki pola seperti Fibonacci, di mana koefisien a dan b mengikuti bilangan Fibonacci (F_n : 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...):

$$U_n = F_{n-2}a + F_{n-1}b$$

- Suku ke-2: $U_2 = b$
- Suku ke-5: $U_5 = 2a + 3b$
- Suku ke-9: $U_9 = 13a + 21b$ (menggunakan $F_7 = 13$ dan $F_8 = 21$)

Tentukan Nilai a dan b :

- Nilai b : Diketahui $U_2 = b = 74 \frac{2}{3} = \frac{224}{3}$

- Nilai a : Substitusikan b ke persamaan U_9 :

$$13a + 21b = 2023$$

$$13a + 21\left(\frac{224}{3}\right) = 2023$$

$$13a + 7(224) = 2023$$

$$13a + 1568 = 2023$$

$$13a = 2023 - 1568$$

$$13a = 455$$

$$a = \frac{455}{13} = 35$$

Substitusikan $a = 35$ dan $b = \frac{224}{3}$ ke rumus U_5 :

$$U_5 = 2a + 3b$$

$$U_5 = 2(35) + 3\left(\frac{224}{3}\right)$$

$$U_5 = 70 + 224$$





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



$$U_5 = 294$$

6. Jawaban: A

Kita mencari bilangan asli m yang memenuhi tiga syarat:

- $m \equiv 3 \pmod{4}$
- $m \equiv 4 \pmod{9}$
- $m \equiv 1 \pmod{3}$

Kondisi (2) $m \equiv 4 \pmod{9}$ secara otomatis menyiratkan bahwa m bersisa 1 ketika dibagi 3. $m = 9k + 4 \Rightarrow m \pmod{3} = (9k \pmod{3}) + (4 \pmod{3}) = 0 + 1 = 1$. Jadi, kondisi (3) tidak memberikan informasi baru. Kita hanya perlu menyelesaikan sistem:

- $m \equiv 3 \pmod{4}$
- $m \equiv 4 \pmod{9}$

Dari $m \equiv 4 \pmod{9}$, kita tahu m berbentuk:

$$m = 9k + 4 \quad (*)$$

Substitusikan ke $m \equiv 3 \pmod{4}$:

$$9k + 4 \equiv 3 \pmod{4}$$

Sederhanakan modulo 4 (ingat $9 \equiv 1$ dan $4 \equiv 0$):

$$\begin{aligned} (1k) + 0 &\equiv 3 \pmod{4} \\ k &\equiv 3 \pmod{4} \end{aligned}$$

Ini berarti k berbentuk $k = 4j + 3$ (dengan $j \geq 0$).

Substitusikan nilai k kembali ke persamaan (*):

$$\begin{aligned} m &= 9(4j + 3) + 4 \\ m &= 36j + 27 + 4 \\ m &= 36j + 31 \end{aligned}$$

Nilai m terkecil (untuk $j = 0$) adalah:

$$m = 31$$

Hitung $m - 6$:

$$m - 6 = 31 - 6 = 25$$

7. Jawaban: C

Cari Δ (Kolom Satuan):

$$3 - \Delta = 4$$

Karena $3 < 4$, kita harus meminjam 1 dari 4 di depannya, sehingga menjadi 13.

$$13 - \Delta = 4$$

$$\Delta = 13 - 4 = 9$$

(Angka 4 di kolom puluhan berkurang 1, menjadi 3).

Cari \square (Kolom Puluhan):

Angka di atas sekarang adalah $4 - 1 = 3$. Hasil pengurangannya adalah $\Delta = 9$.





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



$$3 - \square = 9$$

Karena $3 < 9$, kita harus meminjam 1 dari 9 di depannya, sehingga menjadi 13.

$$13 - \square = 9$$

$$\square = 13 - 9 = 4$$

(Angka 9 di kolom ratusan berkurang 1, menjadi 8).

Verifikasi di kolom ratusan: $9 - 1 = 8$ (Benar).

Sekarang hitung penjumlahannya:

$$\square + \Delta = 4 + 9 = 13$$

8. Jawaban: D

Jarak total adalah penjumlahan jarak yang ditempuh saat berjalan kaki dan jarak saat berlari.

$$\text{Jarak}_{\text{Total}} = \text{Jarak}_{\text{Jalan Kaki}} + \text{Jarak}_{\text{Berlari}}$$

Jarak Saat Berjalan Kaki:

- Kecepatan (v_1): 4 km/jam
- Waktu (t_1): 45 menit

Ubah waktu ke satuan jam:

$$t_1 = 45 \text{ menit} = \frac{45}{60} \text{ jam} = \frac{3}{4} \text{ jam}$$

Hitung jarak:

$$\text{Jarak}_{\text{Jalan Kaki}} = v_1 \times t_1 = 4 \text{ km/jam} \times \frac{3}{4} \text{ jam} = 3 \text{ km}$$

Jarak Saat Berlari:

- Kecepatan (v_2): 10 km/jam
- Waktu (t_2): 30 menit

Ubah waktu ke satuan jam:

$$t_2 = 30 \text{ menit} = \frac{30}{60} \text{ jam} = \frac{1}{2} \text{ jam}$$

Hitung jarak:

$$\text{Jarak}_{\text{Berlari}} = v_2 \times t_2 = 10 \text{ km/jam} \times \frac{1}{2} \text{ jam} = 5 \text{ km}$$

Jumlahkan kedua jarak tersebut:

$$\text{Jarak}_{\text{Total}} = 3 \text{ km} + 5 \text{ km} = 8 \text{ km}$$

9. Jawaban: C

Tentukan Persamaan:

- Total Anggota: $A + B = 40 \rightarrow B = 40 - A$
- Total Biaya: $60.000A + 70.000B = 2.580.000$





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



Gantikan B dalam persamaan biaya dengan $(40 - A)$:

$$60.000A + 70.000(40 - A) = 2.580.000$$

Bagi semua dengan 10.000 untuk menyederhanakan perhitungan:

$$6A + 7(40 - A) = 258$$

Buka kurung:

$$6A + 280 - 7A = 258$$

Gabungkan variable A :

$$280 - A = 258$$

Cari nilai A :

$$A = 280 - 258 = 22$$

Jumlah anggota Kelas A adalah 22 orang.

Total biaya sewa untuk seluruh anggota Kelas A adalah:

$$\text{Biaya}_A = \text{Jumlah Anggota A} \times \text{Harga Sewa A}$$

$$\text{Biaya}_A = 22 \times \text{Rp}60.000,00 = \text{Rp}1.320.000,00$$

10. Jawaban: B

Tabungan Bagiyo awalnya X . Perubahan total pada tabungan Bagiyo disebabkan oleh 3 transaksi:

- T1: Keluar $\frac{1}{5}X$
- T2: Keluar 0
- T3: Masuk $\frac{1}{10}$ dari Tabungan Rio (R_2).

Tabungan Rio saat ini (R_2) adalah tabungan awal (X) ditambah apa yang ia terima dari Gito.

- Gito memberi Rio $\frac{1}{2}$ dari tabungannya saat itu ($G_1 = X + \frac{1}{5}X = \frac{6}{5}X$).
- Rio menerima: $\frac{1}{2} \times \frac{6}{5}X = \frac{3}{5}X$
- Tabungan Rio (R_2): $X + \frac{3}{5}X = \frac{8}{5}X$

Pada T3, Bagiyo menerima $\frac{1}{10}$ dari R_2 :

- Bagiyo menerima: $\frac{1}{10} \times \frac{8}{5}X = \frac{8}{50}X = \frac{4}{25}X$

Perubahan bersih pada tabungan Bagiyo:

$$\text{Masuk} - \text{Keluar} = \frac{4}{25}X - \frac{1}{5}X = \frac{4}{25}X - \frac{5}{25}X = -\frac{1}{25}X$$

Diketahui tabungan Bagiyo berkurang Rp500.000,00.

$$\text{Penurunan Tabungan} = \frac{1}{25}X$$





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



$$\frac{1}{25}X = 500.000$$

$$X = 500.000 \times 25 = 12.500.000$$

Tabungan Gito saat ini ($G_{saat\ ini}$) adalah tabungan setelah T2.

- Gito awalnya X
- T1: Gito menerima $\frac{1}{5}X \rightarrow G_1 = \frac{6}{5}X$
- T2: Gito memberi $\frac{1}{2}$ dari G_1 kepada Rio. Berarti sisa tabungan Gito adalah $\frac{1}{2}$ dari G_1 .

$$G_{saat\ ini} = \frac{1}{2} \times G_1 = \frac{1}{2} \times \frac{6}{5}X = \frac{3}{5}X$$

Substitusikan $X = 12.500.000$:

$$G_{saat\ ini} = \frac{3}{5} \times 12.500.000 = 3 \times 2.500.000 = 7.500.000$$

Tabungan Gito saat ini adalah Rp7.500.000,00 (B).

11. Jawaban: D

Persamaan yang harus diselesaikan adalah:

$$\Delta \text{ } \bigcirc \text{ } \square \text{ } \bigcirc \text{ } \diamond = \Delta$$

Simbol:

- $\Delta, \square, \diamond$ adalah tiga bilangan berbeda dari $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.
- \bigcirc adalah operasi $(+, -, \times, \div)$.

Langkah 1: Menentukan Operasi Pertama (Op_1)

Agar Δ di sisi kiri sama dengan Δ di sisi kanan, operasi pada $(\square, \bigcirc, \diamond)$ harus “meniadakan” dirinya sendiri.

- Jika $Op_1 = +$ atau $-$ (misalnya $T +$ sesuatu $= T$), maka $(\square, \bigcirc, \diamond)$ harus sama dengan 0. Ini tidak mungkin karena $(\square$ dan \diamond adalah bilangan 1 sampai 9.
- Jika $Op_1 = \times$ atau \div (misalnya $T \times$ sesuatu $= T$ atau $T \div$ sesuatu $= T$), maka $(\square, \bigcirc, \diamond)$ harus sama dengan 1.

Jadi, operasi pertama (Op_1) harus Perkalian (\times) atau Pembagian (\div).

Langkah 2: Menentukan Operasi Kedua (Op_2)

Kita harus mencari operasi dan pasangan bilangan (Q, J) yang berbeda sehingga hasilnya adalah 1:

$$Q \text{ } Op_2 \text{ } J = 1$$

(Q adalah \square, J adalah \diamond)

- $Q + J = 1$: Tidak mungkin karena $Q, J \geq 1$.
- $Q \times J = 1$: Tidak mungkin karena $Q \neq J$.





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



- $Q \div J = 1$: Tidak mungkin karena $Q \neq J$.
- $Q - J = 1$: Ini mungkin!

Ini berarti operasi kedua (Op_2) harus Pengurangan (-).

Langkah 3: Mencari Kemungkinan Bilangan Δ

Persamaan yang valid adalah: $\Delta \times (\square - \diamond) = \Delta$ atau $\Delta \div (\square - \diamond) = \Delta$.

Pasangan (\square, \diamond) yang memenuhi $\square - \diamond = 1$ adalah:

$(2, 1), (3, 2), (4, 3), (5, 4), (6, 5), (7, 6), (8, 7), (9, 8)$

Ini memberikan 8 pasangan yang mungkin untuk \square dan \diamond .

Untuk setiap pasangan (\square, \diamond) :

- Dua bilangan telah digunakan.
- Bilangan Δ harus berbeda dari keduanya.

Contoh: Jika $\square = 2$ dan $\diamond = 1$ (angka yang digunakan adalah $\{1, 2\}$), maka Δ dapat berupa bilangan yang tersisa: $\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. (7 kemungkinan).

Karena kita bisa memilih Δ dari 7 angka yang tersisa, ini menunjukkan bahwa semua bilangan dari $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ dapat menjadi Δ .

- $\Delta = 1$ (misalnya, menggunakan $\square = 2, \diamond = 3$ TIDAK BISA)
- Contoh $\Delta = 1$: $\Delta = 1$. Gunakan pasangan $(\square, \diamond) = (3, 2)$. Angka yang dipakai $\{1, 2, 3\}$. Persamaan: $1 \times (3 - 2) = 1$. \rightarrow Benar.
- Contoh $\Delta = 9$: $\Delta = 9$. Gunakan pasangan $(\square, \diamond) = (2, 1)$. Angka yang dipakai $\{9, 2, 1\}$. Persamaan: $9 \div (2 - 1) = 9$. \rightarrow Benar.

Karena kita bisa menemukan konfigurasi valid untuk setiap bilangan dari 1 hingga 9, maka jumlah bilangan yang mungkin dipasang pada segitiga (Δ) adalah 9.

12. Jawaban: C

Tujuan: Memaksimalkan fungsi $F = AC + BD - \frac{A}{B}$.

Kendala: A, B, C, D adalah bilangan bulat positif yang berbeda dan $A + B + C + D = 15$.

Untuk memaksimalkan F , kita perlu:

- Maksimalkan hasil perkalian $AC + BD$
- Minimalkan hasil pembagian $\frac{A}{B}$

Untuk meminimalkan $\frac{A}{B}$, kita harus memilih A sekecil mungkin (paling ideal $A = 1$) dan B sebesar mungkin.

Kombinasi 4 bilangan bulat positif berbeda yang berjumlah 15:

$$S_1 = \{1, 2, 3, 9\}$$

$$S_2 = \{1, 2, 4, 8\}$$

$$S_3 = \{1, 2, 5, 7\}$$





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



$$S_4 = \{1, 3, 4, 7\}$$

$$S_5 = \{1, 3, 5, 6\}$$

$$S_6 = \{2, 3, 4, 6\}$$

Nilai $AC + BD$ terbesar akan didapatkan dari himpunan S_3 (yang memiliki angka besar 7 dan 5).

Kasus Terbaik: Himpunan $\{1, 2, 5, 7\}$

1. Maksimalkan $AC + BD$: Pasangkan angka terbesar (7 dan 5) dengan angka terbesar yang tersisa (2 dan 1).
 - A, C dan B, D harus menampung 7 dan 5.
 - Nilai maksimum $AC + BD = (7 \times 5) + (2 \times 1) = 35 + 2 = 37$.
2. Minimalkan $\frac{A}{B}$: Kita harus membuat A sekecil mungkin ($A = 1$) dan B sebesar mungkin ($B = 7$).
 - $\frac{A}{B} = \frac{1}{7} \approx 0,1428$
3. Tentukan A, B, C, D :
 - Ambil $A = 1$ (terkecil), $B = 7$ (terbesar).
 - Sisa angka: $C, D \in \{2, 5\}$
 - Untuk $AC + BD = 37$: $A \times C + B \times D = (1 \times C) + (7 \times D) = 37$
 - Jika $D = 5$ dan $C = 2$: $(1 \times 2) + (7 \times 5) = 2 + 35 = 37$. Benar.

Konfigurasi Optimal:

$$A = 1, B = 7, C = 2, D = 5$$

Hitung Nilai Maksimum F :

$$\begin{aligned} F &= A \times C + B \times D - \frac{A}{B} \\ F &= (1 \times 2) + (7 \times 5) - \frac{1}{7} \\ F &= 2 + 35 - \frac{1}{7} \\ F &= 37 - \frac{1}{7} \\ F &\approx 37 - 0,142857 \\ F &\approx 36,857143 \end{aligned}$$

Dibulatkan sampai dua angka di belakang koma, nilai maksimumnya adalah 36, 86.

13. Jawaban: A

Misalkan jari-jari lingkaran besar adalah R . Misalkan jari-jari lingkaran kecil adalah r . Dari soal: Jari-jari lingkaran besar (R) adalah diameter lingkaran kecil ($2r$).

$$R = 2r \quad \text{atau} \quad r = \frac{1}{2}R$$





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara

Daerah yang diarsir terdiri dari 4 busur yang membentuk pola seperti “daun” atau “kupu-kupu” di tengah. Secara geometris, luas diarsir setara dengan dua kali luas setengah lingkaran kecil yang diarsir penuh, atau satu lingkaran kecil penuh (L_{kecil}).

$$L_A = \pi r^2$$

Ganti $r = \frac{1}{2}R$:

$$L_A = \pi \left(\frac{1}{2}R\right)^2 = \frac{1}{4}\pi R^2$$

Luas total adalah luas lingkaran besar.

$$L_{Total} = \pi R^2$$

Luas tidak diarsir adalah Luas Total dikurangi Luas Diarsir.

$$\begin{aligned} L_{TA} &= L_{Total} - L_A \\ L_{TA} &= \pi R^2 - \frac{1}{4}\pi R^2 \\ L_{TA} &= \left(1 - \frac{1}{4}\right)\pi R^2 = \frac{3}{4}\pi R^2 \end{aligned}$$

Tentukan Perbandingan:

$$\text{Perbandingan} = L_{arsir} : L_{tidak_arsir}$$

$$\text{Perbandingan} = \frac{1}{4}\pi R^2 : \frac{3}{4}\pi R^2$$

Coret πR^2 dan kalikan dengan 4:

$$\text{Perbandingan} = \frac{1}{4} : \frac{3}{4} = 1 : 3$$

Nilai yang benar berdasarkan seluruh gambar adalah 1:3.

14. Jawaban: B

Rasio $p : l : t = 1 : 5 : 2$. Misalkan faktor pengali adalah x .

$$p = x, \quad l = 5x, \quad t = 2x$$

Luas Permukaan (L) = 9.826 cm^2 . Rumus $L = 2(pl + pt + lt)$:

$$9.826 = 2((x)(5x) + (x)(2x) + (5x)(2x))$$

Hitung Nilai x :

$$9.826 = 2(5x^2 + 2x^2 + 10x^2)$$

$$9.826 = 2(17x^2)$$

$$9.826 = 34x^2$$

$$x^2 = \frac{9.826}{34} = 289$$

$$x = \sqrt{289}$$

$$x = 17$$

Hitung Volume (V):

$$V = p \times l \times t = (x) \times (5x) \times (2x)$$





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



$$V = 10x^3$$

Gantikan nilai $x = 17$:

$$V = 10 \times (17)^3$$

$$V = 10 \times 4913$$

$$V = 49.130 \text{ cm}^3$$

Volume balok tersebut adalah 49.130 cm^3 .

15. Jawaban: C

Kita menghitung luas kedua bangun di atas kotak-kotak (kisi) yang ada di gambar.

- Luas B (L_B): B adalah persegi 2×2 unit.

$$L_B(\text{kisi}) = 2 \times 2 = 4 \text{ unit persegi}$$

- Luas A (L_A): A adalah polygon ireguler. Menggunakan rumus Shoelace (atau metode pembagian/kotak batas yang akurat) didapatkan:

$$L_A(\text{kisi}) = 14 \text{ unit persegi}$$

(Titik-titik $P_1(1, 2)$, $P_2(3, 5)$, $P_3(5, 3)$, $P_4(7, 4)$, $P_5(6, 1)$, $P_6(2, 1)$ menghasilkan luas 14).

Rasio luas di atas kisi adalah:

$$\frac{L_B}{L_A} = \frac{4}{14} = \frac{2}{7}$$

Luas sebenarnya L_A diberikan adalah $2,5 \text{ cm}^2$. Jika kita gunakan data ini, luas B seharusnya: $L_B = 2,5 \times \frac{2}{7} \approx 0,71 \text{ cm}^2$.

Untuk menghasilkan $L_B = 25 \text{ cm}^2$ dengan rasio $\frac{L_B}{L_A} = \frac{2}{7}$, maka L_A yang benar seharusnya:

$$L_A = (\text{benar}) = 25 \times \frac{7}{2} = 87,5 \text{ cm}^2$$

Jika kita berasumsi bahwa ada kesalahan pengetikan dan seharusnya L_A di soal adalah $87,5 \text{ cm}^2$, maka:

$$L_B = 87,5 \times \frac{4}{14} = 87,5 \times \frac{2}{7} = 25 \text{ cm}^2$$

16. Jawaban: D

Perhatikan susunan sisi yang berurutan pada jaring-jaring tersebut:

Sisi	Pasangan	Alasan
W	U	Berhadapan

W U W, V, U berada dalam satu baris. Sisi W dipisahkan oleh V untuk berhadapan dengan U.

V X V, Y, X berada dalam satu kolom. Sisi V dipisahkan oleh Y untuk berhadapan dengan X.

Y Z Y, V, X, Z berada dalam kolom yang berdekatan. Y dan Z berada pada ujung-ujung kolom dan dipisahkan oleh V dan X, namun V sudah berhadapan dengan X.





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



Aturan Baris/Kolom:

Baris Tengah (W, V, U):

- W berhadapan dengan U (dipisahkan oleh V)

Kolom Tengah (Y, V, X, Z):

- V berhadapan dengan X (dipisahkan oleh Y)

Pasangan Sisa: Sisi yang tersisa harus berhadapan.

- Karena W berhadapan dengan U, dan V berhadapan dengan X, maka sisi yang tersisa adalah Y dan Z.

Oleh karena itu, sisi Y akan berhadapan dengan sisi Z.

17. Jawaban: D

Masalah ini didasarkan pada prinsip kesebangunan dalam geometri 3 dimensi.

Meskipun detail geometri dalam soal ($AB : CE = 3 : 2$) agak membingungkan, dalam konteks soal kerucut sebangun, perbandingan ini harus merujuk pada perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian, seperti tinggi atau jari-jari.

Kita mengasumsikan perbandingan Sisi Kecil : Sisi Besar adalah kebalikan dari $\frac{3}{2}$, yaitu $2 : 3$, karena kerucut kecil harus lebih kecil daripada kerucut besar.

$$\text{Perbandingan Sisi } (k) = \frac{\text{Sisi Kecil}}{\text{Sisi Besar}} = \frac{2}{3}$$

Untuk bangun ruang yang sebangun, perbandingan volume (V) adalah kubik (pangkat tiga) dari perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian:

$$\begin{aligned}\frac{V_{\text{kecil}}}{V_{\text{besar}}} &= \left(\frac{\text{Sisi Kecil}}{\text{Sisi Besar}}\right)^3 \\ \frac{V_{\text{kecil}}}{V_{\text{besar}}} &= \left(\frac{2}{3}\right)^3 \\ \frac{V_{\text{kecil}}}{V_{\text{besar}}} &= \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}\end{aligned}$$

Perbandingan volume kerucut kecil dan kerucut besar adalah $8 : 27$.

18. Jawaban: B

Hitung Keliling dan Sisi Persegi:

- Keliling Segitiga (K_{Δ}) = $5 \text{ cm} + 8 \text{ cm} + 5 \text{ cm} = 18 \text{ cm}$.
- Keliling Persegi (K_{\square}) sama dengan K_{Δ} , yaitu 18 cm.
- Sisi Persegi (s) = $K_{\square}/4 = \frac{18}{4} = 4,5 \text{ cm}$

Hitung Luas Kedua Bangun:

- Luas Persegi (L_{\square}):

$$L_{\square} = s \times s = 4,5 \times 4,5 = 20,25 \text{ cm}^2$$





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara

- Luas Segitiga (L_{Δ}): Segitiga sama kaki (5, 8, 5) memiliki tinggi (t) yang dihitung dengan Pythagoras (sisi miring 5, setengah alas 4):

$$t^2 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9 \Rightarrow t = 3 \text{ cm}$$

$$L_{\Delta} = \frac{1}{2} \times \text{alas} \times t = \frac{1}{2} \times 8 \times 3 = 12 \text{ cm}^2$$

Hitung Jumlah Luas:

$$\text{Luas Total} = L_{\square} + L_{\Delta}$$

$$\text{Luas Total} = 20,25 + 12 = 32,25 \text{ cm}^2$$

Jumlah luas kedua bangun adalah $32,25 \text{ cm}^2$.

19. Jawaban: C

Hitung Total Penjualan TW 1 – TW 3:

- TW 1 = 4, 5 ton
- TW 2 = 5 ton
- TW = 4 ton

$$\text{Total TW 1,2,3} = 4,5 + 5 + 4 = 13,5 \text{ ton}$$

Diketahui TW 3 (4 ton) adalah 20% dari T_{Tahun} .

$$T_{Tahun} = \frac{\text{Penjualan TW 3}}{20\%} = \frac{4}{0,20}$$
$$T_{Tahun} = 20 \text{ ton}$$

Penjualan TW 4 adalah sisanya dari total penjualan setahun.

$$\text{TW 4} = T_{Tahun} - \text{Total TW 1,2,3}$$

$$\text{TW 4} = 20 - 13,5$$

$$\text{TW 4} = 6,5 \text{ ton}$$

Penjualan makanan ringan pada TW 4 adalah 6,5 ton.

20. Jawaban: C

Kita asumsikan bahwa setiap Kepala Keluarga (KK) yang terdaftar juga merupakan Pemilih. Oleh karena itu, jumlah pemilih yang bukan KK di setiap RW adalah selisih antara total Pemilih dan total KK.

RW	Banyak KK (N_{KK})	Banyak Pemilih (N_P)	Pemilih Bukan KK (N_{BKK})
01	95	210	$210 - 95 = 115$
02	153	200	$200 - 153 = 47$
03	120	280	$280 - 120 = 160$
04	135	165	$165 - 135 = 30$
Total			352

Rata-rata dihitung dengan membagi total jumlah Pemilih Bukan KK dengan jumlah RW (yaitu 4).





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



$$\text{RataRata} = \frac{\text{Total Pemilih Bukan KK}}{\text{Banyak RW}}$$

$$\text{RataRata} = \frac{352}{4}$$

$$\text{RataRata} = 88 \text{ orang}$$

Rata-rata banyak pemilih di setiap RW yang bukan kepala keluarga (KK) adalah 88 orang.

21. Jawaban: D

Mencari Panjang kabel BC.

Menyamakan Satuan Kecepatan

Kecepatan meluncur v_{BC} :

$$v_{BC} = 15 \frac{\text{km}}{\text{jam}} = \frac{15 \times 1000 \text{ meter}}{60 \text{ menit}} = 250 \frac{\text{meter}}{\text{menit}}$$

Jarak AB = 3 meter, $v_{AB} = 2 \frac{\text{m}}{\text{menit}}$.

$$T_{AB} = \frac{3}{2} = 1.5 \text{ menit}$$

Jarak CD = 3 meter, $v_{CD} = 3 \frac{\text{m}}{\text{menit}}$.

$$T_{CD} = \frac{3}{3} = 1.0 \text{ menit}$$

Total waktu $T_{total} = 5$ menit.

$$T_{BC} = T_{total} - T_{AB} - T_{CD}$$

$$T_{BC} = 5 - 1.5 - 1.0 = 2.5 \text{ menit}$$

Jarak BC = $v_{BC} \times T_{BC}$.

$$\text{BC} = 250 \frac{\text{m}}{\text{menit}} \times 2.5 \text{ menit} = 625 \text{ meter}$$

22. Jawaban: B

Siswa yang nilainya sama di kedua tes berada di diagonal tabel (A-A, B-B, C-C, D-D, E-E).

Jumlah Nilai Sama = 12 Siswa

Jumlahkan semua angka di dalam tabel.

$$\begin{aligned} \text{Total Siswa} &= (3 + 1 + 1 + 0 + 0) + (1 + 4 + 3 + 0 + 0) + (2 + 3 + 3 + 2 + 0) \\ &\quad + (0 + 0 + 1 + 2 + 1) + (0 + 0 + 2 + 1 + 0) \end{aligned}$$

$$\text{Total Siswa} = 5 + 8 + 10 + 4 + 3 = 30 \text{ siswa}$$

Hitung Persentase:

$$\text{Persentase} = \frac{12}{30} \times 100\%$$

$$\text{Persentase} = \frac{2}{5} \times 100\%$$





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



Persentase = 40%

23. Jawaban: B

Data yang diberikan: 96, A, 64, 78, 78, 90, 60, 60, 70, 80, B. ($n = 11$) Diketahui:
Median (M) = 76, Rata-rata (\bar{x}) = 75.

Total Jumlah Data:

$$\sum x = \bar{x} \times n = 75 \times 11 = 825$$

Jumlah Data yang Diketahui:

$$96 + 64 + 78 + 78 + 90 + 60 + 60 + 70 + 80 = 676$$

Jumlah A dan B:

$$A + B = 825 - 676$$

$$A + B = 149$$

Mencari Nilai B (Dari Median):

- Urutan Data: Untuk $n = 11$, median adalah data ke-6.
- Urutkan data yang diketahui: 60, 60, 64, 70, 78, 78, 80, 90, 96 (9 data).
- Agar data ke-6 menjadi 76, kita masukkan A dan B ke dalam urutan.
- Urutan data dengan A dan B haruslah: 60, 60, 64, 70, A, B, 78, ... (jika $A \leq B$).
- Karena Median (M) adalah data ke-6, maka B = 76.

Mencari Nilai A:

- Gunakan hasil dari Langkah 1: $A + B = 149$.
- Substitusikan $B = 76$:

$$A + 76 = 149$$

$$A = 73$$

Data yang tidak terbaca adalah 76 dan 73.

24. Jawaban: B

Hitung Total Tabungan di Bank M (T_M):

- Perbandingan tabungan Ati (2) setara dengan Rp2.400.000,00.
- Total perbandingan di Bank M adalah $2 + 3 + 5 = 10$.

$$\begin{aligned} T_M &= \frac{\text{Total Perbandingan}}{\text{Perbandingan Ati}} \times \text{Tabungan Ati} \\ &= \frac{10}{2} \times \text{Rp}2.400.000,00 \\ &= 5 \times \text{Rp}2.400.000,00 \\ &= \text{Rp}12.000.000,00 \end{aligned}$$

Hitung Rata-rata dan Total Tabungan di Bank N (T_N):

- Rata-rata Bank M (\bar{x}_M): $\frac{\text{Rp}12.000.000,00}{3} = \text{Rp}4.000.000,00$





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



- Rata-rata Bank N (\bar{x}_N): $2 \times \bar{x}_M = 2 \times \text{Rp}4.000.000,00 = \text{Rp}8.000.000,00$
- Total Bank N (T_N): $\bar{x}_N \times 3 = \text{Rp}8.000.000,00 \times 3 = \text{Rp}24.000.000,00$

Hitung Tabungan Ati di Bank N (A_N):

- Perbandingan Ati di Bank N adalah 5, dari total perbandingan $5 + 4 + 3 = 12$.

$$\begin{aligned} A_N &= \frac{\text{Perbandingan Ati}}{\text{Total Perbandingan}} \times T_N \\ &= \frac{5}{12} \times \text{Rp}24.000.000,00 \\ &= 5 \times \text{Rp}2.000.000,00 \\ &= \text{Rp}10.000.000,00 \end{aligned}$$

Tabungan Ati di Bank N adalah Rp10.000.000,00.

25. Jawaban: D

Soal ini adalah kasus di mana Felly harus memilih (kombinasi) buku dan bolpoin dari dua kelompok yang berbeda. Kedua pemilihan ini adalah kejadian independent, jadi hasilnya harus dikalikan.

Kita gunakan rumus Kombinasi: $C(n, k) = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

$$\text{Pilihan Buku} = C(5, 3) = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1}$$

$$\text{Pilihan Buku} = \frac{60}{6} = 10 \text{ cara}$$

Memilih Bolpoin (2 dari 7 Merek):

$$\text{Pilihan Bolpoin} = C(7, 2) = \frac{7 \times 6}{2 \times 1}$$

$$\text{Pilihan Bolpoin} = \frac{42}{2} = 21 \text{ cara}$$

Kalikan hasil kedua pemilihan:

$$\text{Total} = \text{Pilihan Buku} \times \text{Pilihan Bolpoin}$$

$$\text{Total} = 10 \times 21 = 210$$

Felly memiliki 210 pilihan berbeda.

26. Jawaban: C

Misalkan susunan bilangan tersebut adalah (x, y, z) , dengan x dan z genap, dan y ganjil. Hasil kali $x \cdot y \cdot z$ harus merupakan kelipatan 8 dan kurang dari 30, yaitu $\in \{8, 16, 24\}$.

Karena y ganjil, kelipatan 8 harus dipenuhi oleh hasil kali $x \cdot z$. Jadi, $x \cdot z$ harus merupakan kelipatan dari 8, 16, ... yang memenuhi batasan total hasil kali.

Hasil Kali = 8

$x \cdot y \cdot z = 8$. Karena y ganjil, maka y hanya bisa 1.

- $x \cdot z = 8$.





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



- Pasangan (x, z) genap: (2, 4) dan (4, 2)
- Tripel (x, y, z) : (2, 1, 4) dan (4, 1, 2). \rightarrow 2 cara

Hasil Kali = 16

$x \cdot y \cdot z = 16$. Karena y ganjil, maka y hanya bisa 1.

- $x \cdot z = 16$.
- Pasangan (x, z) genap: (2, 8), (4, 4), dan (8, 2)
- Tripel (x, y, z) : (2, 1, 8), (4, 1, 4) dan (8, 1, 2). \rightarrow 3 cara

Hasil Kali = 24

$x \cdot y \cdot z = 24$. Karena y ganjil, y bisa 1 atau 3.

- Jika $y = 1$: $x \cdot z = 24$.
Pasangan (x, z) genap: (2, 12), (4, 6), (6, 4) dan (12, 2). \rightarrow 4 cara
Tripel: (2, 1, 12), (4, 1, 6), (6, 1, 4), (12, 1, 2).
- Jika $y = 3$: $x \cdot z = \frac{24}{3} = 8$.
Pasangan (x, z) genap: (2, 4) dan (4, 2). \rightarrow 2 cara
Tripel: (2, 3, 4) dan (4, 3, 2).

Jumlahkan semua cara dari setiap kasus:

$$\text{Total Cara} = 2 + 3 + 6 = 11$$

Banyak cara menyusun tiga bilangan asli tersebut adalah 11.

27. Jawaban: B

Aturan yang paling membatasi adalah bahwa semua 4 petak dalam satu baris harus memiliki huruf yang berbeda.

$$\text{Minimum Huruf} \geq 4$$

Bukti: 4 Huruf (A, B, C, D) GAGAL:

Jika kita coba menyusun 4 huruf (A, B, C, D) dalam petak 3×4 untuk memenuhi aturan baris dan kolom:

$$\begin{pmatrix} A & B & C & D \\ C & D & A & B \\ B & A & D & C \end{pmatrix}$$

Ambil diagonal 3 petak, misalnya yang melalui posisi (1, 4), (2, 3) dan (3, 2).

- Hurufnya adalah: D, A, A.
- Karena huruf A muncul dua kali pada diagonal yang sama, aturan diagonal dilanggar.

\Rightarrow 4 huruf tidak cukup.





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



Bukti: 5 Huruf (A, B, C, D, E) CUKUP:

Karena 4 huruf gagal, minimumnya harus 5. Kita tunjukkan bahwa 5 huruf bisa berhasil:

$$\begin{pmatrix} A & B & C & D \\ C & D & E & A \\ E & A & B & C \end{pmatrix}$$

Pengecekan:

- Baris: Tiap baris berisi 4 huruf berbeda.
 - Kolom: Tiap kolom berisi 3 huruf berbeda (misalnya K1: A, C, E).
 - Diagonal: Semua diagonal (misalnya A, D, B atau D, E, A) berisi huruf berbeda.
- Karena 4 huruf gagal dan 5 huruf berhasil, minimum huruf yang berbeda adalah 5.

28. Jawaban:

Kita akan mencari banyak bilangan bulat N dalam rentang 101 sampai 399 yang memuat angka 2 dengan menghitung total bilangan dikurangi bilangan yang tidak memuat angka 2.

Total Bilangan:

$$\text{Total Bilangan} = 399 - 101 + 1 = 299 \text{ bilangan}$$

Bilangan yang TIDAK Memuat Angka 2 ($N = xyz$)

Bilangan yang dicari adalah bilangan 3 digit. Posisi ratusan (x) hanya bisa diisi oleh angka $\{1, 2, 3\}$. Agar angka 2 tidak muncul, maka posisi ratusan hanya bisa diisi oleh $\{1, 3\}$.

Posisi	Ratusan (x)	Puluhan (y)	Satuan (z)
Pilihan Angka	$\{1, 3\}$ (2 pilihan)	$\{0, 1, 3, \dots, 9\}$ kecuali 2 (9 pilihan)	$\{0, 1, 3, \dots, 9\}$ kecuali 2 (9 pilihan)

$$\text{Bilangan tanpa angka } 2 = 2 \times 9 \times 9 = 2 \times 81 = 162 \text{ bilangan}$$

Bilangan yang Memuat Angka 2:

$$\begin{aligned}\text{Bilangan memuat } 2 &= \text{Total Bilangan} - \text{Bilangan tanpa angka } 2 \\ &= 299 - 162 \\ &= 137 \text{ bilangan}\end{aligned}$$

29. Jawaban:

Kita hitung jumlah rute yang mungkin dari M ke setiap titik, mengikuti arah panah:

1. M ke A, B dan D:

- Rute(A) = 1 ($M \rightarrow A$)
- Rute(D) = Rute(A) = 1 ($A \rightarrow D$)





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara

- Rute(B) = Rute(A) = 1 ($A \rightarrow B$)
- 2. Rute ke C: C menerima rute dari A dan D.
 - Rute(C) = Rute(A) + Rute(D)
 - Rute(C) = 1 + 1 = 2
- 3. Rute ke N: N menerima rute dari B dan C.
 - Rute(N) = Rute(B) + Rute(C)
 - Rute(N) = 1 + 2 = 3

Kesimpulan dari Gambar: Berdasarkan semua panah yang terlihat, jumlah rute adalah 3.

30. Jawaban: C

Keliling bangun baru adalah Keliling Awal dikurangi $2 \times$ (Total Panjang Sisi yang Berimpit).

$$\text{Keliling} = 50 \text{ cm} - 2 \times (\text{Sentuhan Sisi } 2 \text{ cm} + \text{Sentuhan Sisi } 3 \text{ cm})$$

Kita hanya perlu mencari Total Panjang Sisi yang Berimpit (TPB) yang berbeda. Untuk 5 bangun, jumlah sentuhan (berimpit) minimal 4 dan maksimal 6 atau 7.

Mencari Nilai Total Panjang Berimpit (TPB) yang Berbeda:

Jumlah Sentuhan	Sentuhan Sisi 2 cm (S2)	Sentuhan Sisi 3 cm (S3)	Total Panjang Berimpit (TPB)	Keliling (K)
4 (Garis Lurus)	4	0	$4 \times 2 = 8 \text{ cm}$	$50 - 2(8) = 34 \text{ cm}$
4 (Garis Lurus)	0	4	$4 \times 3 = 12 \text{ cm}$	$50 - 2(12) = 26 \text{ cm}$
5 (Bentuk L)	3	2	$3 \times 2 + 2 \times 3 = 12 \text{ cm}$	$50 - 2(12) = 26 \text{ cm}$
5 (Pola Tangga)	2	3	$2 \times 2 + 3 \times 3 = 13 \text{ cm}$	$50 - 2(13) = 24 \text{ cm}$
6 (Pola Kotak)	4	2	$4 \times 2 + 2 \times 3 = 14 \text{ cm}$	$50 - 2(14) = 22 \text{ cm}$
6 (Pola Padat)	2	4	$2 \times 2 + 4 \times 3 = 16 \text{ cm}$	$50 - 2(16) = 18 \text{ cm}$

Keliling yang berbeda yang berhasil kita peroleh adalah: 34, 26, 24, 22 dan 18. Total ada 5 bangun datar dengan keliling berbeda.

