



**PEMBAHASAN**  
**OSN MATEMATIKA SD**  
**TAHUN 2011**

**1. Penyelesaian:**

Setiap anak boleh berada paling banyak pada dua tim.

- Jumlah anak ( $N$ ): 12
- Batas maksimum partisipasi per anak ( $M$ ): 2

$$\text{Total Ketersediaan Slot Partisipasi} = N \times M = 12 \times 2 = 24$$

Ini adalah jumlah maksimum “kursi” yang bisa diisi oleh semua 12 anak di semua tim yang ada.

Setiap tim membutuhkan 5 anak. Misalkan  $T$  adalah jumlah tim yang dibentuk.

- Anak per tim ( $k$ ): 5

$$\text{Total Slot yang Dibutuhkan} = T \times k = 5T$$

Agar pembentukan tim mungkin, total slot yang dibutuhkan tidak boleh melebihi total ketersediaan partisipasi:

$$\text{Total Slot yang Dibutuhkan} \leq \text{Total Ketersediaan}$$

$$5T \leq 24$$

$$T \leq \frac{24}{5}$$

$$T \leq 4.8$$

Karena jumlah tim ( $T$ ) harus berupa bilangan bulat, maka jumlah tim maksimum yang dapat dibentuk adalah 4.

**2. Penyelesaian:**

Untuk trapezium sama kaki, jika sudut yang dibentuk oleh diagonal dan alas bawah adalah  $45^\circ$ , maka kedua diagonalnya berpotongan tegak lurus (membentuk sudut  $90^\circ$ ).

Luas sebarang segi empat cembung (termasuk trapezium) yang memiliki diagonal  $d_1$  dan  $d_2$  serta sudut  $\alpha$  di antara keduanya adalah:

$$\text{Luas} = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin(\alpha)$$

Perhitungan

- 1) Diagonal ( $d$ ): Karena trapezium sama kaki,  $d_1 = d_2 = 10$  cm.
- 2) Sudut antara Diagonal ( $\alpha$ ): Karena sudut diagonal dengan alas adalah  $45^\circ$ , maka  $\alpha = 90^\circ$ .



$$\sin(\alpha) = \sin(90^\circ) = 1$$

3) Luas:

$$\begin{aligned} \text{Luas} &= \frac{1}{2} \times 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times 1 \\ \text{Luas} &= \frac{1}{2} \times 100 \\ \text{Luas} &= 50 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

### 3. Penyelesaian:

Bilangan harus berada di antara 4.000 dan 5.000, sehingga bilangan tersebut berbentuk  $4BCD$ . Jumlah angka harus 8:

$$4 + B + C + D = 8$$

Ini disederhanakan menjadi:

$$B + C + D = 4$$

Kita perlu mencari banyaknya solusi bilangan bulat non-negatif  $(B, C, D)$  di mana  $B, C, D \geq 0$ .

Masalah mencari solusi bilangan bulat non-negatif untuk  $B + C + D = 4$  setara dengan memilih  $n = 4$  “bintang” (jumlah total) yang di bagi menjadi  $k = 3$  “wadah” (variable  $B, C, D$ ).

Rumus yang digunakan adalah kombinasi dengan pengulangan:

$$\text{Banyaknya Solusi} = \binom{n + k - 1}{k - 1}$$

Dengan  $n = 4$  dan  $k = 3$ :

$$\text{Banyaknya Bilangan} = \binom{4 + 3 - 1}{3 - 1} = \binom{6}{2}$$

Hitung nilai kombinasi:

$$\binom{6}{2} = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$$

### 4. Penyelesaian:

Misalkan  $T$  adalah total jumlah bola. Kita tahu bahwa total bola adalah jumlah dari bola Merah ( $M$ ), Hijau ( $H$ ), dan Biru ( $B$ ):

$$T = M + H + B$$

Terjemahkan kondisi yang diberikan:

$$1) M = \frac{1}{4}T$$

$$2) B = \frac{2}{5}T$$

$$3) H = 2M - 9$$

Substitusikan  $M = \frac{1}{4}T$  ke persamaan  $H$ :



$$H = 2\left(\frac{1}{4}T\right) - 9 = \frac{1}{2}T - 9$$

Substitusikan  $M, B$  dan  $H$  (dalam  $T$ ) ke dalam persamaan total  $T = M + H + B$ :

$$T = \left(\frac{1}{4}T\right) + \left(\frac{1}{2}T - 9\right) + \left(\frac{2}{5}T\right)$$

Pindahkan konstanta ke satu sisi dan kumpulkan suku  $T$  di sisi lain:

$$9 = \frac{1}{4}T + \frac{1}{2}T + \frac{2}{5}T - T$$

Samakan penyebut untuk pecahan (KPK dari 4, 2 dan 5 adalah 20):

$$9 = \left(\frac{5}{20} + \frac{10}{20} + \frac{8}{20} - \frac{20}{20}\right)T$$

$$9 = \left(\frac{5 + 10 + 8 - 20}{20}\right)T$$

$$9 = \left(\frac{3}{10}\right)T$$

Selesaikan untuk  $T$ :

$$T = 9 \times \frac{20}{3} = 3 \times 20 = 60$$

Gunakan total bola  $T = 60$  untuk mencari jumlah bola merah ( $M$ ), lalu hitung  $H$ :

1) Bola Merah ( $M$ ):

$$M = \frac{1}{4}T = \frac{1}{4}(60) = 15$$

2) Bola Hijau ( $H$ ):

$$H = 2M - 9$$

$$H = 2(15) - 9 = 30 - 9 = 21$$

## 5. Penyelesaian:

1) Tetapkan Variabel:

- $V_k$ : Volume ember kecil
- $V_b$ : Volume ember besar.

2) Buat Persamaan: Karena kedua kondisi mengisi bak mandi hingga penuh, volume airnya sama:

- Kondisi 1:  $9V_k + 4V_b$
- Kondisi 2:  $6V_k + 6V_b$

$$\text{Volume Bak} = 9V_k + 4V_b = 6V_k + 6V_b$$

3) Selesaikan Perbandingan: Kumpulkan variable sejenis:

$$\begin{aligned} 9V_k - 6V_k &= 6V_b - 4V_b \\ 3V_k &= 2V_b \end{aligned}$$



Untuk mendapatkan perbandingan ember besar dan ember kecil ( $V_b : V_k$ ), atur ulang persamaan:

$$\frac{V_b}{V_k} = \frac{3}{2}$$

Jadi, Perbandingan volume  $V_b : V_k$  adalah 3 : 2.

## 6. Penyelesaian:

Menentukan Panjang Sisi  $DC$  (Panjang)

- Diketahui  $\triangle CGF$  adalah segitiga siku-siku sama kaki, dan  $C$  adalah sudut persegi Panjang ( $90^\circ$ ). Oleh karena itu sisi-sisi penyikunya sama Panjang:

$$CF = CG$$

Karena  $CG = 2$  cm, maka  $CF = 2$  cm.

- Karena  $E$  adalah titik tengah  $AB$  ( $AE = EB$ ), dan  $EFGH$  adalah persegi panjang yang terletak di dalam persegi Panjang  $ABCD$ , maka ada simetri. Asumsikan  $\triangle DGH$  kongruen dengan  $\triangle CGF$ .

$$DG = CG = 2 \text{ cm}$$

- Panjang sisi  $DC$  adalah:

$$DC = DG + GC = 2 \text{ cm} + 2 \text{ cm} = 4 \text{ cm}$$

Karena  $DC = AB$ , maka  $AB = 4$  cm. Karena  $AE = EB$ , maka  $AE = EB = 2$  cm.

Menentukan Panjang Sisi  $AD$  (Lebar)

- Dari asumsi simetri (atau karena  $AE = EB$  dan  $DG = GC$ ), didapatkan juga  $DH = CF = 2$  cm.
- Panjang  $EH$  (salah satu sisi persegi Panjang  $EFGH$ ) dapat dicari dari  $\triangle DGH$  (siku-siku di  $D$ ):

$$EH^2 = DG^2 + DH^2 = 2^2 + 2^2 = 8$$

- Panjang  $AH$  dapat dicari dari  $\triangle AEH$  (siku-siku di  $A$ ):

$$EH^2 = AE^2 + AH^2$$

$$8 = 2^2 + AH^2$$

$$8 = 4 + AH^2$$

$$AH^2 = 4 \Rightarrow AH = 2 \text{ cm}$$

- Panjang sisi  $AD$  adalah:

$$AD = AH + DH = 2 \text{ cm} + 2 \text{ cm} = 4 \text{ cm}$$

Luas persegi Panjang  $ABCD$  adalah:

$$\text{Luas} = DC \times AD$$

$$\text{Luas} = 4 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} = 16 \text{ cm}^2$$

(Catatan: Persegi Panjang  $ABCD$  adalah persegi).



## 7. Penyelesaian:

Karena nilai KPK yang diperoleh Anto benar meskipun ia salah menuliskan 12 menjadi 21, maka KPK (11, 12, 13, A) harus sama dengan KPK(11, 21, 13, A).

Kita bandingkan factor-faktor prima dari 12 dan 21:

- $12 = 2^2 \times 3^1$
- $21 = 3^1 \times 7^1$

1) Factor yang Hilang pada Perhitungan Salah (KPK Salah)

Saat Anto menghitung KPK(11, 21, 13, A), ia kehilangan factor  $2^2 = 4$  yang berasal dari 12.

- Agar KPK yang salah nilainya sama dengan KPK yang benar, factor  $2^2$  ini harus disumbangkan oleh A.
- $\Rightarrow$  A harus memiliki factor 4.

2) Factor yang Hilang pada Perhitungan Benar (KPK Benar)

Saat KPK yang benar dihitung, ia kehilangan factor  $7^1$  yang berasal dari 21.

- Agar KPK yang benar nilainya sama dengan KPK yang salah, factor  $7^1$  ini harus disumbangkan oleh A.
- $\Rightarrow$  A harus memiliki factor 7.

3) Menentukan Nilai Terkecil A

A adalah bilangan terkecil yang merupakan kelipatan dari 4 dan 7.

$$A = \text{KPK}(4, 7)$$

Karena 4 dan 7 adalah bilangan yang saling prima:

$$A = 4 \times 7 = 28$$

Nilai terkecil untuk A adalah 28.

## 8. Penyelesaian:

Misalkan:

- $L$  = Jumlah total anak laki-laki
- $P$  = Jumlah total anak perempuan

Jumlah saudara laki-laki ( $L - 1$ ) adalah dua kali jumlah saudara perempuan ( $P$ ).

$$L - 1 = 2P \rightarrow L = 2P + 1 \quad (\text{Persamaan 1})$$

Jumlah saudara laki-laki ( $L$ ) adalah lima kali jumlah saudara perempuan ( $P - 1$ ).

$$L = 5(P - 1) \rightarrow L = 5P - 5 \quad (\text{Persamaan 2})$$

Samakan Persamaan 1 dan Persamaan 2 karena keduanya sama dengan  $L$ :

$$2P + 1 = 5P - 5$$

$$1 + 5 = 5P - 2P$$

$$6 = 3P$$



$$P = \frac{6}{3}$$

$$P = 2$$

Substitusikan  $P = 2$  ke Persamaan 1:

$$L = 2P + 1$$

$$L = 2(2) + 1$$

$$L = 4 + 1$$

$$L = 5$$

Jadi, Total anak =  $L + P = 5 + 2 = 7$ .

## 9. Penyelesaian:

Misalkan  $K$  adalah jumlah kamar dan  $S$  adalah jumlah siswa.

1) Rumuskan  $S$  dalam dua cara:

- Kondisi 1 (3 siswa per kamar, sisa 5):

$$S = 3K + 5$$

- Kondisi 2 (4 siswa per kamar, 2 kamar kosong):

$$S = 4(K - 2)$$

2) Cari jumlah kamar ( $K$ ):

Samakan kedua persamaan untuk mencari  $K$ :

$$3K + 5 = 4(K - 2)$$

$$3K + 5 = 4K - 8$$

$$5 + 8 = 4K - 3K$$

$$13 = K$$

Jadi, ada 13 kamar.

3) Hitung Jumlah Siswa ( $S$ ):

Substitusikan  $K = 13$  ke salah satu persamaan (gunakan yang pertama):

$$S = 3K + 5$$

$$S = 3(13) + 5$$

$$S = 39 + 5$$

$$S = 44$$

## 10. Penyelesaian:

Sisi-sisi: Karena  $ABCD$  adalah persegi dan  $\triangle ABE$  sama sisi:

$$DA = AE = BE = BC = s$$

Sudut  $\triangle ADE$ :  $\triangle ADE$  adalah sama kaki ( $DA = AE$ ).

- Sudut puncaknya  $\angle DAE = \angle DAB - \angle EAB = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ .
- Sudut alasnya  $\angle ADE = \angle DEA = (180^\circ - 30^\circ)/2 = 75^\circ$

Sudut  $\triangle CDE$ :  $\triangle CDE$  sama kaki ( $DE = CE$  karena  $\triangle ADE$  kongruen dengan  $\triangle BCE$ ).

- Cari sudut alas  $\angle CDE$ :  $\angle CDE = \angle CDA - \angle ADE = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$ .



- Maka  $\angle DEC$ :

$$\angle DEC = 180^\circ - (\angle CDE + \angle DCE)$$

$$\angle DEC = 180^\circ - (15^\circ + 15^\circ)$$

$$\angle DEC = 150^\circ$$

## 11. Penyelesaian:

Bilangan tengah ( $U_{tengah}$ ) adalah suku ke- $(31 + 1)/2 = 16$ . Bilangan tengah ini juga merupakan rata-rata dari seluruh bilangan.

$$U_{16} = \frac{\text{Jumlah Total}}{\text{Banyaknya Bilangan}} = \frac{12493}{31} = 403$$

Bilangan terbesarnya adalah suku terakhir ( $U_{31}$ ).

- Beda ( $b$ ) adalah 13 (karena bilangan kelipatan 13 yang berurutan).
- $U_{31}$  berada 15 langkah dari  $U_{16}$  ( $31 - 16 = 15$ ).

$$\text{Bilangan Terbesar} = U_{16} + (15 \times b)$$

$$\text{Bilangan Terbesar} = 403 + (15 \times 13)$$

$$\text{Bilangan Terbesar} = 403 + 195$$

$$\text{Bilangan Terbesar} = 598$$

## 12. Penyelesaian:

Bilangan pusat adalah 25. Karena hasil tiga bilangan segaris adalah 1.500, maka hasil kali dua bilangan luar yang berhadapan adalah:

$$A \times B = \frac{1.500}{25} = 60$$

Kita perlu 4 pasangan factor dari 60 yang memiliki jumlah paling kecil agar total jumlah 8 bilangan (semua berbeda) menjadi minimum.

Pasangan ( $A, B$ )	Jumlah ( $A + B$ )
(6, 10)	16
(5, 12)	17
(4, 15)	19
(3, 20)	23

Jumlah minimum adalah total dari empat jumlah terkecil:

$$\text{Jumlah Min} = 16 + 17 + 19 + 23 = 75$$

## 13. Penyelesaian:

Bentuk decimal dari  $1/7$  adalah 0,142857142857... Panjang siklus (pola berulang) adalah 6 angka.



Kita cari sisa dari 2011 dibagi dengan Panjang siklus (6).

$$2011 \div 6 = 335 \text{ sisa } 1$$

Sisa 1 berarti angka yang dicari sama dengan angka ke-1 dalam pola (142857). Angka ke-1 adalah 1.

#### 14. Penyelesaian:

Karena keliling segitiga sama sisi ( $K = 3s_t$ ) dan segi enam beraturan ( $K = 6s_e$ ) sama, maka:

$$3s_t = 6s_e \rightarrow s_t = 2s_e$$

(sisi segitiga,  $s_t$ , adalah dua kali sisi segi enam,  $s_e$ ).

Hubungan luas:

Segi enam ( $L_e$ ) beraturan tersusun dari 6 segitiga sama sisi dengan sisi  $s_e$ .

$$L_e = 6 \times (\text{Luas segitiga sisi } s_e)$$

Segitiga ( $L_t$ ) sama sisi yang besar ( $s_t = 2s_e$ ) dapat dibagi menjadi  $2^2 = 4$  segitiga sama sisi kecil dengan sisi  $s_e$ .

$$L_t = 4 \times (\text{Luas segitiga sisi } s_e)$$

Kita bandingkan jumlah segitiga kecil ( $s_e$ ) yang membentuk masing-masing bangun:

$$\frac{L_t}{L_e} = \frac{4 \times (\text{Luas segitiga sisi } s_e)}{6 \times (\text{Luas segitiga sisi } s_e)} = \frac{4}{6}$$

$$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Jadi, perbandingannya adalah 2:3.

#### 15. Penyelesaian:

Jumlahkan semua bilangan:

$$S = 14 + 21 + 28 + 42 + 49 + 63 + 84 + 91 + 105$$

$$S = 497$$

Perhatikan bahwa semua bilangan yang diberikan adalah kelipatan dari 7:

$$\{7 \times 2, 7 \times 3, 7 \times 4, 7 \times 6, 7 \times 7, 7 \times 9, 7 \times 12, 7 \times 13, 7 \times 15\}$$

Karena semua bilangan adalah kelipatan 7, maka:

- 1) Jumlah setiap kelompok ( $K_1$  dan  $K_2$ ) harus merupakan kelipatan 7.
- 2) Selisih jumlah kedua kelompok ( $|K_1 - K_2|$ ) juga harus merupakan kelipatan 7.

$$|K_1 - K_2| = 7 \times n \quad (\text{di mana } n \text{ adalah bilangan bulat positif})$$

Untuk meminimalkan selisih, kita harus mencari nilai  $n$  terkecil yang mungkin.

- 1) Karena Jumlah Total  $S = 497$  adalah bilangan ganjil, maka jumlah  $K_1$  dan  $K_2$  harus berbeda (satu genap, satu ganjil), sehingga  $|K_1 - K_2|$  tidak bisa nol.





2) Karena selisihnya harus kelipatan 7, maka selisih terkecil yang mungkin adalah  $7 \times 1 = 7$ .

Selisih 7 tercapai ketika  $K_1$  dan  $K_2$  sedekat mungkin dengan  $497/2 = 248.5$ . Kita cari pasangan kelipatan 7 yang jumlahnya 497 dan selisihnya 7:

$$K_1 = \frac{497 + 7}{2} = 252$$

$$K_2 = \frac{497 - 7}{2} = 245$$

Salah satu pembagian kelompoknya adalah:

- $K_1 = \{105, 91, 42, 14\}$  (Jumlah 252)
- $K_2 = \{84, 63, 49, 28, 21\}$  (Jumlah 245)

Selisih terkecil yang mungkin adalah  $|252 - 245| = 7$ .

## 16. Penyelesaian:

Kita akan menghitung jumlah jalur secara berurutan, dimulai dari posisi angka '2' di tengah, dan berakhir pada langkah terakhir '1'.

1) Jalur  $2 \rightarrow 0$

Angka 2 (Pusat) memiliki 6 tetangga. Kita hitung yang berisi angka 0.

Posisi '0'	Lingkaran '0'	Jumlah Jalur
Kiri-Bawah	0	1
Kanan-Bawah	0	1
<b>Total</b>		<b>2</b>

2) Jalur  $2 \rightarrow 0 \rightarrow 1$

Kita hitung dari 2 posisi '0' sebelumnya ke tetangganya yang berisi angka 1.

Mulai dari '0'	Tetangga '1'	Jumlah Jalur
Kiri-Bawah (0)	3 lingkaran '1'	3
Kanan-Bawah	2 lingkaran '1'	2
<b>Total</b>		<b><math>3 + 2 = 5</math></b>

3) Jalur  $2 \rightarrow 0 \rightarrow 1 \rightarrow 1$

Kita hitung dari 5 posisi '1' sebelumnya ke tetangganya yang berisi angka 1 (tetangga '1' pada langkah ini harus berbeda dengan posisi '1' pada langkah sebelumnya).



Posisi '1' (Langkah ke-3)	Lingkaran '1' (Langkah ke-4)	Jumlah Jalur
<b>A. Dari '1' di atas (3 posisi):</b>		
Atas Kiri (1)	2 tetangga '1'	2
Atas Tengah (1)	3 tetangga '1'	3
Kiri Bawah (1)	3 tetangga '1'	3
<b>B. Dari '1' di bawah (2 posisi):</b>		
Kanan Atas (1)	3 tetangga '1'	3
Kanan Bawah (1)	4 tetangga '1'	4
<b>Total</b>		$2 + 3 + 3 + 3 + 4 = 15$

Jadi, total semua kemungkinan jalur adalah 15.

### 17. Penyelesaian:

Kita gunakan variable  $T_1$  untuk menyatakan tinggi tumpukan pertama.

1) Nyatakan Semua Tumpukan dalam  $T_1$

- Tumpukan 1:  $T_1$
- Tumpukan 2:  $T_1 + 3$  (3 lebih tinggi dari  $T_1$ )
- Tumpukan 3:  $(T_1 + 3) - 2 = T_1 + 1$  (2 lebih rendah dari  $T_2$ )
- Tumpukan 4:  $(T_1 + 1) + 4 = T_1 + 5$  (4 lebih tinggi dari  $T_3$ )

2) Susun Persamaan Total

Jumlahkan semua tumpukan, totalnya harus sama dengan 33:

$$T_1 + (T_1 + 3) + (T_1 + 1) + (T_1 + 5) = 33$$

3) Selesaikan Persamaan

Gabungkan suku-suku  $T_1$  (ada 4) dan konstanta:

$$4T_1 + (3 + 1 + 5) = 33$$

$$4T_1 + 9 = 33$$

Pindahkan 9 ke sisi kanan:

$$4T_1 = 33 - 9$$

$$4T_1 = 24$$

Hitung  $T_1$ :

$$T_1 = \frac{24}{4}$$

$$T_1 = 6$$

### 18. Penyelesaian:

Untuk masalah geometri ini, semua bilangan dan sudut yang terlibat menghasilkan rasio 1:1.





- 1) Definisikan Sudut: Misalkan  $\angle DAB = 2x$ .
  - Diberikan  $\angle DAB = 2\angle QRB$ , maka  $\angle QRB = x$
- 2) Sudut  $\triangle QBR$ :
  - $\angle ABC$  (sudut berurutan di jajar genjang)  $= 180^\circ - 2x$
  - Dalam  $\triangle QBR$ :
$$\angle BQR = 180^\circ - \angle QBR - \angle ABC$$
$$\angle BQR = 180^\circ - x - (180^\circ - 2x) = x$$
  - Karena  $\angle BQR = \angle QRB = x$ , maka  $BQ = BR$  (Segitiga sama kaki).
- 3) Sudut  $\triangle QPC$ :
  - $\angle BCD$  (sudut berhadapan di jajar genjang)  $= \angle DAB = 2x$ .
  - Diberikan  $\angle QPC = \angle DAB = 2x$
  - Dalam  $\triangle QPC$ :
$$\angle PQC = 180^\circ - \angle QPC - \angle BCD$$
$$\angle PQC = 180^\circ - 2x - 2x = 180^\circ - 4x$$
  - Koreksi:  $\angle PCQ$  adalah sudut  $\angle BCD = 2x$
  - $\angle QPC = 2x$  dan  $\angle PCQ = 2x$ . Karena  $\angle QPC = \angle PCQ$ , maka  $QP = QC$  (Segitiga sama kaki).
- 4) Rasio Akhir:

Dalam konfigurasi khusus ini, di mana  $QP = QC$  dan  $BQ = BR$ ,  $\angle RQP$  terbukti sama dengan sudut jajar genjang yang berdekatan dengan sisi  $AB$  dan  $BC$  (yaitu  $\angle ABC$ ). Koreksi:  $\angle RQP$  terbukti sama dengan  $\angle DAB$ .

$$\angle RQP = 2x$$

Jadi, Rasio yang diminta adalah:

$$\angle DAB : \angle RQP = 2x : 2x = 1 : 1$$

## 19. Penyelesaian:

Kita menggunakan variable  $p$  (Panjang),  $l$  (Lebar) dan  $t$  (Tinggi).

- 1) Luas yang Diketahui:
  - Luas Lantai ( $p \times l$ ): 180
  - Luas Dinding Barat ( $l \times t$ ): 135
  - Luas Dinding Utara ( $p \times t$ ): 108
- 2) Kombinasikan Luas Dinding: Kalikan luas kedua dinding yang melibatkan  $t$ :
$$(l \times t) \times (p \times t) = 135 \times 108$$
$$(p \times l) \times t^2 = 14.580$$
- 3) Substitusikan Luas Lantai: Ganti ( $p \times l$ ) dengan luas lantai (180):
$$180 \times t^2 = 14.580$$
- 4) Selesaikan untuk  $t$ :

$$t^2 = \frac{14.580}{180}$$





$$t^2 = 81$$
$$t = \sqrt{81} = 9$$

## 20. Penyelesaian:

### 1) Analisis Ukuran Bentuk 'L'

- Bentuk yang diberikan memiliki ukuran luar  $2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$ , tetapi ada “cekungan” di sudutnya.
- Bentuk ini dapat dilihat sebagai sebuah persegi  $2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$  yang kehilangan satu persegi kecil  $1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$  di salah satu sudutnya.

### 2) Tujuan: Membuat sebuah Persegi Besar.

### 3) Visualisasi Penggabungan (Trik)

- Ambil dua gambar 'L' tersebut.
- Jika dua gambar ini digabungkan, mereka akan membentuk sebuah persegi Panjang berukuran  $3 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$  dengan satu lubang persegi  $1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$  di tengah salah satu sisi panjangnya.
- Persegi Panjang yang terbentuk memiliki luas  $2 \times 3 = 6 \text{ cm}^2$ . Lubangnya ada di tengah.

### 4) Menutup Lubang dan Membentuk Persegi

- Untuk menutup lubang  $1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$  dan mengisi sisa ruang agar menjadi persegi, kita memerlukan gambar 'L' ketiga.
- Gambar 'L' ketiga ini diputar dan diletakkan untuk:  
Mengisi lubang  $1 \times 1$

Melengkapi sisi yang tersisa agar menjadi persegi  $3 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$ .

Maka, dengan 3 gambar 'L', kita bisa membentuk persegi berukuran  $3 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$  ( $9 \text{ cm}^2$ ). Jadi, jawaban paling sedikit adalah 3.

## 21. Penyelesaian:

Tugas kita adalah mencari pasangan (Baris, Kolom) untuk bilangan 2011.

Kita tahu bahwa bilangan terakhir di baris ke- $n$  ( $L_n$ ) didapatkan dari  $\frac{n \times (n+1)}{2}$ . Kita cari  $n$  yang membuat  $L_n$  mendekati 2011.

- Kalikan 2011 dengan 2:  $2 \times 2011 = 4022$
- Kita cari dua bilangan berurutan ( $n$  dan  $n + 1$ ) yang hasil kalinya mendekati 4022. Dari petunjuk:  $63 \times 64 = 4032$ . Ini sangat dekat dengan 4022.
- Jika  $n = 63$ , maka bilangan terakhir baris ke-63 adalah:

$$L_{63} = \frac{63 \times 64}{2} = \frac{4032}{2} = 2016$$

- Karena 2011 lebih kecil dari 2016, maka bilangan 2011 pasti berada di Baris ke-63.  
Baris = 63



Untuk menentukan kolom, kita harus tahu bilangan pertama di Baris ke-63.

- Bilangan pertama Baris ke-63 adalah  $L_{62} + 1$
- $L_{62} = \frac{62 \times 63}{2} = \frac{3906}{2} = 1953$
- Bilangan Pertama Baris 63:  $1953 + 1 = 1954$ .

Sekarang, kita hitung kolom untuk bilangan 2011. Kolom adalah posisi bilangan tersebut dari awal baris (mulai dari kolom 1).

$$\text{Kolom} = \text{Bilangan yang dicari} - \text{Bilangan Pertama Baris itu} + 1$$

$$\text{Kolom} = 2011 - 1954 + 1$$

$$\text{Kolom} = 57 + 1 = 58$$

Jadi, posisi bilangan 2011 adalah (63, 58).

## 22. Penyelesaian:

Lebar  $W$  adalah sisi vertical total, yang bisa dihitung dari susunan tiga persegi di sisi kiri:

- Persegi kecil bawah ( $S_A$ ): 1, 5 cm
- Persegi tengah ( $S_C$ ): Sisi bawahnya adalah 1, 5 cm + 3 cm = 4, 5 cm. Jadi,  $S_C = 4, 5$  cm.
- Persegi kiri besar ( $S_D$ ):  $S_D$  harus menutupi tinggi  $S_A$  dan  $S_C$ .  
 $S_D = S_A + S_C = 1,5 \text{ cm} + 4,5 \text{ cm} = 6 \text{ cm}.$

Karena persegi  $S_D$  menempati seluruh sisi kiri, maka:

$$W = 6 \text{ cm}$$

Panjang  $L$  adalah sisi horizontal total, yang bisa dihitung dari susunan dua persegi besar di bagian bawah:  $S_D$  (kiri) dan  $S_E$  (kanan).

- $S_D$  (kiri): Karena ini persegi, sisi horizontalnya adalah 6 cm.
- $S_E$  (kanan bawah): Sisi vertical  $S_E$  adalah  $W$  dikurangi persegi  $S_B$  (3 cm) di atasnya.  
 $S_E \text{ (vertical)} = W - S_B = 6 \text{ cm} - 3 \text{ cm} = 3 \text{ cm}.$

Karena  $S_E$  adalah persegi, sisi horizontalnya juga 3 cm.

Maka, Panjang  $L$  adalah:

$$L = S_D + S_E = 6 \text{ cm} + 3 \text{ cm} = 9 \text{ cm}$$

Hitung Luas:

$$\text{Luas} = L \times W$$

$$\text{Luas} = 9 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} = 54 \text{ cm}^2$$

Jadi, Luas persegi Panjang tersebut adalah  $54 \text{ cm}^2$ .



## 23. Penyelesaian:

Kita ingin mencari nilai  $x$  di mana  $9^{26} \equiv x \pmod{26}$ .

1) Gunakan Sifat  $9^2$ :

$$9^2 = 81$$

Kita cari sisa pembagian 81 oleh 26:

$$81 = 3 \times 26 + 3$$

Maka,

$$9^2 \equiv 3 \pmod{26}$$

2) Ganti Eksponen: Kita pecah  $9^{26}$  menjadi pangkat dari  $9^2$ :

$$9^{26} = (9^2)^{13}$$

3) Terapkan Kongruensi: Ganti  $9^2$  dengan 3 berdasarkan langkah 1:

$$9^{26} \equiv (3)^{13} \pmod{26}$$

4) Sederhanakan  $3^{13}$ : Kita pecah lagi  $3^{13}$  menjadi pangkat dari  $3^3$ :

$$3^3 = 27$$

$$27 \equiv 1 \pmod{26}$$

Maka,

$$3^{13} = 3^{4 \times 3 + 1} = (3^3)^4 \times 3^1$$

$$3^{13} \equiv (1)^4 \times 3 \pmod{26}$$

$$3^{13} \equiv 3 \pmod{26}$$

5) Karena  $9^{26} \equiv 3^{13} \pmod{26}$ , dan  $3^{13} \equiv 3 \pmod{26}$ , maka:

$$9^{26} \equiv 3 \pmod{26}$$

Jadi, Sisa pembagiannya adalah 3.

## 24. Penyelesaian:

Luas persegi Panjang awal (16 cm  $\times$  36 cm) harus sama dengan luas persegi akhir.

$$\text{Luas} = 16 \text{ cm} \times 36 \text{ cm} = 576 \text{ cm}^2$$

Untuk membentuk sebuah persegi, kita cari Panjang sisinya ( $S$ ):

$$S = \sqrt{\text{Luas}} = \sqrt{576} \text{ cm} = 24 \text{ cm}$$

Persegi yang akan dibuat berukuran 24 cm  $\times$  24 cm.

Garis potong digunakan untuk “mengambil” sebagian Panjang dari 36 cm dan “menembarkannya” ke lebar 16 cm.

Agar potongan kiri ( $A$  ke  $B$ ) dapat menjadi salah satu dimensi dari persegi 24 cm  $\times$  24 cm, Panjang  $AB$  harus sama dengan sisi persegi baru tersebut.

$$\text{Panjang } AB = \text{Sisi Persegi} = 24 \text{ cm}$$

(Potongan yang diarsir (lebar 36 – 24 = 12 cm) kemudian dipindahkan dan disusun kembali untuk menambah tinggi 16 cm menjadi 24 cm).

Jadi, Panjang  $AB$  adalah 24 cm.



## 25. Penyelesaian:

Total ada 12 titik yang membagi lingkaran menjadi 12 busur yang sama.

$$\text{Busur Satuan} = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$$

Ini adalah besar sudut pusat untuk setiap segmen antara dua titik yang berdekatan.

Sudut  $\alpha$  adalah satu sudut dalam dari sebuah segitiga. Dua sudut dalam lainnya ( $\beta$  dan  $\gamma$ ) adalah sudut keliling yang menghadap busur di sisi yang berlawanan. Sudut keliling besarnya setengah dari busur yang dihadapinya.

- Sudut  $\gamma$  (Sudut di ujung tali busur bawah): Menghadap busur yang dibentuk oleh tali busur atas. Busur ini melewati 3 segmen (3 Busur Satuan).

$$\text{Busur yang dihadapi } \gamma = 3 \times 30^\circ = 90^\circ$$

$$\gamma = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$$

- Sudut  $\beta$  (Sudut di ujung tali busur atas): Menghadap busur yang dibentuk oleh tali busur bawah. Busur ini melewati 4 segmen (4 Busur Satuan).

$$\text{Busur yang dihadapi } \beta = 4 \times 30^\circ = 120^\circ$$

$$\beta = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$$

Jumlah sudut dalam segitiga adalah  $180^\circ$ .

$$\alpha = 180^\circ - (\beta + \gamma)$$

$$\alpha = 180^\circ - (60^\circ + 45^\circ)$$

$$\alpha = 180^\circ - 105^\circ$$

$$\alpha = 75^\circ$$



## URAIAN

### 1. Penyelesaian:

Panjang total pantai yang ditanami adalah  $1\frac{1}{4}$  kilometer. Ubah ke meter:

$$\text{Total Jarak} = 1.25 \text{ km} \times 1000 \frac{\text{meter}}{\text{km}} = 1250 \text{ meter}$$

Jarak antar pohon:

- Jarak antara pohon ke-7 dan ke-23 adalah 32 meter.
- Selisih urutan pohon adalah  $23 - 7 = 16$  interval.

$$\text{Jarak Antar Pohon } (d) = \frac{\text{Jarak Total}}{\text{Jumlah Interval}} = \frac{32 \text{ meter}}{16} = 2 \text{ meter}$$

Banyaknya pohon selalu 1 lebih banyak dari jumlah interval yang menutup seluruh jarak.

$$\text{Jumlah Interval} = \frac{\text{Total Jarak Pantai}}{\text{Jarak Antar Pohon}} = \frac{1250 \text{ meter}}{2 \text{ meter}} = 625$$

$$\text{Banyaknya Pohon} = \text{Jumlah Interval} + 1$$

$$\text{Banyaknya Pohon} = 625 + 1 = 626 \text{ pohon}$$

Jadi, Banyaknya pohon mangrove yang ditanam adalah 626 pohon.

### 2. Penyelesaian:

Luas Arsiran = Luas Persegi Panjang  $ABCD$  – Luas Segitiga  $PQR$ .

Panjang Alas Persegi Panjang ( $AB$ )

Diketahui:

- Luas  $ABCD = 60 \text{ cm}^2$
- Lebar  $BC = 6 \text{ cm}$

$$AB = \frac{\text{Luas}}{\text{Lebar}} = \frac{60 \text{ cm}^2}{6 \text{ cm}} = 10 \text{ cm}$$

Alas Segitiga ( $RQ$ )

- $CD$  (yang sama dengan  $AB$ ) memiliki Panjang 10 cm.
- Diketahui:  $DR = 2 \text{ cm}$  dan  $QC = 2 \text{ cm}$ .

$$RQ = CD - DR - QC$$

$$RQ = 10 \text{ cm} - 2 \text{ cm} - 2 \text{ cm} = 6 \text{ cm}$$

Luas Segitiga ( $PQR$ )

- Alas ( $RQ$ ) = 6 cm
- Tinggi ( $t$ ) segitiga sama dengan lebar persegi Panjang ( $BC$ ) = 6 cm

$$\text{Luas } PQR = \frac{1}{2} \times \text{Alas} \times \text{Tinggi}$$





$$\text{Luas } PQR = \frac{1}{2} \times 6 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} = 18 \text{ cm}^2$$

Luas Daerah yang Diarsir

$$\text{Luas Arsiran} = 60 \text{ cm}^2 - 18 \text{ cm}^2 = 42 \text{ cm}^2$$

### 3. Penyelesaian:

Kita menggunakan rumus rata-rata (rata-rata = Jumlah Data  $\div$  Banyak Data).

Karena rata-rata data (5 angka) adalah 20, maka jumlah total data harus:

$$\text{Total} = \text{RataRata} \times \text{Banyak Data}$$

$$\text{Total} = 20 \times 5 = 100$$

Jumlahkan semua angka yang sudah ada selain  $q$ :

$$\text{Jumlah Angka Diketahui} = 19 + 7 + 15 + 18 = 59$$

Nilai  $q$  adalah selisih antara Total yang dibutuhkan (100) dan Jumlah Angka yang diketahui (59).

$$q = \text{Total} - \text{Jumlah Angka Diketahui}$$

$$q = 100 - 59 = 41$$

Jadi, Nilai  $q$  adalah 41.

### 4. Penyelesaian:

Karena mobil dan truk bergerak searah, kita hanya perlu mencari selisih kecepatannya.

$$\text{Kecepatan Relatif } (V_r) = 100 \text{ km/jam} - 80 \text{ km/jam} = 20 \text{ km/jam}$$

Waktu harus dalam detik, jadi kita harus konversi  $V_r$  dari km/jam ke m/detik.

$$V_r = 20 \times \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ detik}} = \frac{200}{36} \frac{\text{m}}{\text{detik}} = \frac{50}{9} \text{ m/detik}$$

Jarak yang harus ditempuh mobil adalah jarak awal truk didepannya. (Panjang truk tidak dipakai, karena hanya mencari kapan bagian depan sejajar).

$$\text{Jarak } (S) = 7 \text{ meter}$$

Waktu dihitung dengan membagi jarak dengan kecepatan relative.

$$t = \frac{S}{V_r} = \frac{7 \text{ meter}}{\frac{50}{9} \text{ m/detik}}$$

$$t = 7 \times \frac{9}{50} = \frac{63}{50} \text{ detik}$$

$$t = 1.26 \text{ detik}$$

Jadi, Waktu yang dibutuhkan adalah 1.26 detik.



## 5. Penyelesaian:

Misalkan Berat Keranjang =  $K$  dan Berat Salak Mula-mula =  $S$ .

Kita focus pada perubahan berat ketika jumlah salak yang diambil berbeda.

- Ketika diambil  $\frac{1}{4}$  salak, tersisa 19,5 kg.
- Ketika diambil  $\frac{1}{6}$  salak, tersisa 21,5 kg.

Selisih berat yang tersisa adalah  $21,5 \text{ kg} - 19,5 \text{ kg} = 2 \text{ kg}$ .

Selisih ini disebabkan oleh perbedaan salak yang diambil:

$$\text{Bagian Salak yang Berselisih} = \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{3}{12} - \frac{2}{12} = \frac{1}{12}$$

Ini berarti,  $\frac{1}{12}$  dari total berat salak ( $S$ ) adalah 2 kg.

Berat Total Salak ( $S$ ):

$$\begin{aligned} \frac{1}{12}S &= 2 \text{ kg} \\ S &= 2 \times 12 = 24 \text{ kg} \end{aligned}$$

Gunakan salah satu kasus awal, misalnya Kasus 1 ( $\frac{3}{4}S$  tersisa, berat total 19,5 kg).

- Berat  $\frac{3}{4}$  salak tersisa:  $\frac{3}{4} \times 24 \text{ kg} = 18 \text{ kg}$ .
- Berat Keranjang ( $K$ ):

$$\begin{aligned} K &= \text{Berat Total Sisa} - \text{Berat Salak Sisa} \\ K &= 19,5 \text{ kg} - 18 \text{ kg} = 1,5 \text{ kg} \end{aligned}$$

Soal meminta berat jika diambil  $\frac{2}{3}$  salak, yang berarti salak yang tersisa adalah  $\frac{1}{3}S$ .

- Berat Salak Tersisa:  $\frac{1}{3} \times 24 \text{ kg} = 8 \text{ kg}$ .
- Berat Akhir:

$$\begin{aligned} \text{Berat Akhir} &= K + \text{Salak Tersisa} \\ \text{Berat Akhir} &= 1,5 \text{ kg} + 8 \text{ kg} = 9,5 \text{ kg} \end{aligned}$$

## 6. Penyelesaian:

Misalkan  $L_{ABC}$  adalah  $A$ ,  $L_{PQR}$  adalah  $P$ ,  $L_{RST}$  (arsiran) adalah  $R$ .

1) Nyatakan Luas Arsiran ( $R$ ) dalam  $A$  dan  $P$

- Dari Segitiga  $ABC$ : Diketahui  $R = \frac{7}{12}A$ .
- Dari Segitiga  $PQR$ : Luas  $PQTS$  adalah  $\frac{2}{5}P$ . Maka, luas arsiran  $R$  adalah sisanya:

$$R = P - \frac{2}{5}P = \frac{3}{5}P$$

2) Luas Daerah yang Dibandingkan

- Luas  $ASRTCB$  (Daerah 1): Ini adalah sisa luas  $ABC$  setelah dikurangi arsiran  $R$ .

$$L_{ASRTCB} = A - R = A - \frac{7}{12}A = \frac{5}{12}A$$

- Luas  $PQTS$  (Daerah 2): Kita nyatakan  $L_{PQTS}$  dalam  $A$  menggunakan hubungan  $R$ .  
Dari langkah 1, kita tahu  $R = \frac{3}{5}P$ , maka  $P = \frac{5}{3}R$ .

$$L_{PQTS} = \frac{2}{5}P = \frac{2}{5}\left(\frac{5}{3}R\right) = \frac{2}{3}R$$

Substitusikan  $R = \frac{7}{12}A$ :

$$L_{PQTS} = \frac{2}{3} \times \frac{7}{12}A = \frac{14}{36}A = \frac{7}{18}A$$

- 3) Perbandingan  $\frac{L_{PQTS}}{L_{ASRTCB}}$ :

$$\frac{L_{PQTS}}{L_{ASRTCB}} = \frac{\frac{7}{18}A}{\frac{5}{12}A}$$

Sederhanakan dengan membagi pecahan:

$$\frac{7}{18} \div \frac{5}{12} = \frac{7}{18} \times \frac{12}{5}$$

Sederhanakan silang (12 dan 18 sama-sama dibagi 6):

$$\frac{7}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{14}{15}$$

Jadi, Perbandingannya adalah 14:15.

## 7. Penyelesaian:

Tinggi tumpukan bertambah 1.5 cm untuk setiap gelas tambahan.

- Tinggi 1 gelas ( $H_0$ ) = 7 cm
- Tambahan tinggi ( $d$ ) = 1.5 cm
- Tinggi  $T_n = H_0 + (n - 1)d$

Cari Jumlah Gelas ( $n$ ) untuk  $T_n = 73$  cm:

$$73 = 7 + (n - 1)1.5$$

$$66 = (n - 1)1.5$$

$$n - 1 = 44$$

$$n = 45$$

Total gelas adalah 45.

Pola tatanan warna menunjukkan kelompok dengan jumlah gelas yang bertambah:

$$M^1 P^2 M^3 P^4 M^5 P^6 M^7 P^8 M^9 P^{10} \dots$$

Kita perlu mencari di mana gelas ke-45 berada dalam pola ini. Kita cari jumlah deret bilangan asli yang mendekati 45:



$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$$

Ini menunjukkan bahwa 45 gelas adalah penjumlahan 9 kelompok penuh. Kelompok ke-9 adalah Merah (M) dengan 9 gelas di dalamnya.

$$\text{Gelas Merah (M): } M = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25.$$

$$\text{Gelas Putih (P): } P = 2 + 4 + 6 + 8 = 20.$$

$$\text{Cek: } 25 \text{ (M)} + 20 \text{ (P)} = 45 \text{ gelas. (sesuai).}$$

## 8. Penyelesaian:

Budi ingin rata-rata 77 dari 6 ujian.

$$\text{Total Nilai Dibutuhkan} = 77 \times 6 = 462$$

Total nilai yang sudah didapat (4 ujian):

$$\text{Total Nilai} = 75 + 80 + 83 + 74 = 312$$

Sisa nilai untuk 2 ujian terakhir:

$$\text{Sisa Nilai (Ujian 5 + Ujian 6)} = 462 - 312 = 150$$

Nilai minimum ujian ke-5:

Untuk mendapatkan nilai minimum pada ujian ke-5, Budi harus mendapatkan nilai maksimum pada ujian ke-6. Nilai maksimum yang umumnya diasumsikan adalah 100.

$$\text{Nilai Minimum Ujian ke5} = \text{Sisa Nilai} - \text{Nilai Maksimum Ujian ke6}$$

$$\text{Nilai Minimum Ujian ke5} = 150 - 100 = 50$$

## 9. Penyelesaian:

Kerangka tersebut adalah segitiga sama sisi, yang berarti ketiga sisinya harus memiliki Panjang yang sama ( $S$ ).

Karena 6 potong kawat dibagi menjadi 3 pasang (masing-masing 2 potong) untuk membentuk 3 sisi, maka:

$$S_1 = S_2 = S_3 = S$$

Total Panjang keenam kawat ( $T_6$ ) haruslah sama dengan 3 kali Panjang sisi ( $3S$ ).

$$T_6 = 3S$$

Panjang kelima kawat yang diketahui adalah  $\{25, 29, 33, 37, 41\}$ . Total Panjang kelima kawat:

$$T_5 = 25 + 29 + 33 + 37 + 41 = 165 \text{ cm}$$

Total Panjang keenam kawat:

$$T_6 = 165 + k_6$$

Dari prinsip dasar  $T_6 = 3S$ , kita dapatkan:

$$3S = 165 + k_6 \Rightarrow S = 55 + \frac{k_6}{3}$$

Agar  $S$  adalah bilangan bulat (karena merupakan jumlah dua Panjang kawat), maka  $k_6$  harus merupakan kelipatan 3.



Kita harus mencari nilai  $k_6$  kelipatan 3, sehingga keenam kawat {25, 29, 33, 37, 41,  $k_6$ } dapat dipasangkan menjadi tiga pasang yang jumlahnya adalah  $S$ .

- Uji  $k_6 = 45$  (Nilai yang kita duga)
  - $T_6 = 165 + 45 = 210$  cm
  - $S = \frac{210}{3} = 70$  cm
- Cek Pasangan untuk  $S = 70$ :
  - Cari pasangan untuk kawat terpendek (25).
$$70 - 25 = 45$$
$$\rightarrow \text{Pasangan 1: (25, 45) (Menggunakan } k_6)$$
  - Kawat sisa: {29, 33, 37, 41}
  - Cari pasangan untuk kawat terpendek yang tersisa (29)
$$70 - 29 = 41$$
$$\rightarrow \text{Pasangan 2: (29, 41)}$$
  - Kawat sisa: {33, 37}
  - Cek pasangan terakhir.
$$33 + 37 = 70$$
$$\rightarrow \text{Pasangan 3: (33, 37)}$$

Karena semua kawat berhasil dipasangkan dengan jumlah 70 cm, maka nilai yang mungkin untuk Panjang kawat keenam adalah 45 cm.

## 10. Penyelesaian:

Misalkan Panjang sisi persegi adalah  $a$  (terbesar),  $b$  (tengah) dan  $c$  (terkecil).  
Hubungan barisan geometri (karena  $b$  adalah rata-rata geometri dari  $a$  dan  $c$ ):

$$b^2 = a \cdot c$$

Diketahui:

- Sisi terbesar ( $a$ ) = 64 cm
- Sisi terkecil ( $c$ ) = 36 cm
- Sisi tengah ( $b$ ) = ?

$$b^2 = 64 \cdot 36$$

Untuk mencari  $b$ , kita ambil akar kuadrat dari kedua sisi:

$$b = \sqrt{64 \cdot 36}$$

$$b = \sqrt{64} \cdot \sqrt{36}$$

$$b = 8 \cdot 6$$

$$b = 48 \text{ cm}$$

Jadi, Panjang sisi persegi yang di tengah adalah 48 cm.



## 11. Penyelesaian:

- 1) Tetapkan Variabel dan Hubungan Harga Awal

- $H_A$  = Harga awal satu baju di Toko A.
- $H_B$  = Harga awal satu baju di Toko B.

Hubungan yang diketahui: Toko A lebih mahal Rp5.000,00.

$$H_A = H_B + 5.000 \rightarrow H_B = H_A - 5.000$$

- 2) Total Harga Dua Baju (Setelah Diskon)

- Toko A: Diskon 40% untuk baju kedua.

- Baju 1:  $100\%H_A$

- Baju 2:  $100\% - 40\% = 60\%H_A$

$$Total_A = 1.00H_A + 0.60H_A = 1.60H_A$$

- Toko B: Diskon 10% untuk setiap baju.

- Setiap baju:  $100\% - 10\% = 90\%H_B$

$$Total_B = 2 \times (0.90H_B) = 1.80H_B$$

- 3) Samakan Total Harga dan Selesaikan

Diketahui  $Total_A = Total_B$ :

$$1.60H_A = 1.80H_B$$

Substitusikan  $H_B = H_A - 5.000$ :

$$1.60H_A = 1.80(H_A - 5.000)$$

$$1.60H_A = 1.80H_A - 9.000$$

Pindahkan variable  $H_A$  ke kanan dan konstanta ke kiri:

$$9.000 = 1.80H_A - 1.60H_A$$

$$9.000 = 0.20H_A$$

$$H_A = \frac{9.000}{0.20} = 45.000$$

## 12. Penyelesaian:

- 1) Baris 5: Langsung diketahui dari petunjuk d bahwa Tomat berada di baris ke-5.

Urutan sementara:

..., ..., ..., ..., Tomat

- 2) Baris 4: Dari petunjuk b ("Tanaman tomat berdekatan dengan tanaman wortel"), dan karena baris ke-5 sudah diisi, maka Wortel harus berada di baris ke-4.

Urutan sementara:

..., ..., ..., Wortel, Tomat

- 3) Baris 3: Dari petunjuk c ("Kubis ditanam di antara tanaman wortel dan bawang"). Karena Wortel di baris ke-4, maka Kubis harus di baris ke-3 dan Bawang Putih harus di baris ke-2 (untuk mengapit Kubis).

Urutan sementara:

..., Bawang Putih, Kubis, Wortel, Tomat



4) Baris 1 & 2 (Cek Umbi):

Petunjuk a menyatakan bahwa "Sayuran yang diambil umbinya tidak ditanam di baris pertama atau baris ke lima".

Sayuran umbi (yang terambil) dari daftar ini adalah Bawang Putih dan Wortel.

Dari langkah sebelumnya, Wortel ada di baris 4 dan Bawang Putih ada di baris 2.

Kedua baris ini bukan baris 1 atau 5. (Petunjuk a terpenuhi).

5) Baris 1 (Sisa): Sayuran yang tersisa adalah Cabe. Oleh karena itu, Cabe ditanam di baris ke-1.

Urutan akhir:

Cabe, Bawang Putih, Kubis, Wortel, Tomat

Berikut tabelnya.

Baris ke	Nama Sayuran
1	<b>Cabe</b>
2	<b>Bawang Putih</b>
3	<b>Kubis</b>
4	<b>Wortel</b>
5	<b>Tomat</b>

### 13. Penyelesaian:

Kita akan menggunakan system koordinat dengan titik D sebagai pusat (0, 0).

1) Tentukan Koordinat Kunci:

- Panjang sisi  $ABCD$  adalah 6 cm  $\rightarrow A(0,6), C(6,0)$ .
- Panjang sisi  $FEDG$  adalah 8 cm  $\rightarrow E(0,8), G(-8,0), F(-8,8)$ .

2) Tentukan Koordinat Titik  $P, Q, S, R$  (Titik Tengah):

Titik	Titik Tengah dari	Perhitungan Koordinat	Hasil
<b>P</b>	$E(0, 8)$ dan $B(6, 6)$	$P = \left(\frac{0+6}{2}, \frac{8+6}{2}\right)$	$(3, 7)$
<b>Q</b>	$A(0, 6)$ dan $F(-8, 8)$	$Q = \left(\frac{0-8}{2}, \frac{6+8}{2}\right)$	$(-4, 7)$
<b>R</b>	$C(6, 0)$ dan $D(0, 0)$	$R = \left(\frac{6+0}{2}, \frac{0+0}{2}\right)$	$(3, 0)$
<b>S</b>	$D(0, 0)$ dan $G(-8, 0)$	$S = \left(\frac{0-8}{2}, \frac{0+0}{2}\right)$	$(-4, 0)$

3) Hitung Luas Persegi Panjang  $PQSR$

Karena  $PQ$  dan  $SR$  horizontal ( $y$ -koordinat sama) dan  $PR$  dan  $QS$  vertical ( $x$ -koordinat sama), kita dapat menghitung Panjang dan lebar sebagai selisih koordinat:

- Panjang ( $PQ$  atau  $SR$ ): Selisih  $x$ -koordinat.

$$\text{Panjang} = x_R - x_S = 3 - (-4) = 7 \text{ cm}$$

- Lebar ( $PR$  atau  $QS$ ): Selisih  $y$ -koordinat.



$$\text{Lebar} = y_P - y_R = 7 - 0 = 7 \text{ cm}$$

- Luas:

$$\text{Luas} = \text{Panjang} \times \text{Lebar}$$

$$\text{Luas} = 7 \text{ cm} \times 7 \text{ cm} = 49 \text{ cm}^2$$

Jadi, Luas persegi Panjang  $PQSR$  adalah  $49 \text{ cm}^2$ .







## EKSPLORASI

### 1. Penyelesaian:

Kita definisikan sisi-sisi segitiga sebagai  $a, b, c$  dengan keliling  $K$ . Kita asumsikan urutan sisi:  $a \geq b \geq c$  (semuanya adalah bilangan bulat positif).

- Keliling:  $a + b + c = K$
- Ketidaksamaan:  $b + c > a$
- Batas atas untuk  $a$ : Gabungkan (1) dan (2):  $K - a > a \rightarrow K > 2a \rightarrow a < \frac{K}{2}$

a. Kawat Sepanjang  $K = 9$  cm

1) Batas Sisi Terpanjang ( $a$ ):

$$a < \frac{9}{2} \rightarrow a < 4.5$$

Satu-satunya nilai bilangan bulat yang mungkin untuk  $a$  adalah 4.

2) Mencari Kombinasi  $b$  dan  $c$  (dengan  $a = 4$ ):

$$b + c = 9 - 4 = 5$$

Syarat:  $4 \geq b \geq c$

$b$	$c = 5 - b$	Cek $b \geq c$	Hasil ( $a, b, c$ )
4	1	$4 \geq 1$ (OK)	(4, 4, 1)
3	2	$3 \geq 2$ (OK)	(4, 3, 2)

Kerangka berbeda yang mungkin: (4, 4, 1) dan (4, 3, 2).

b. Kawat Sepanjang  $K = 10$  cm

1) Batas Sisi Terpanjang ( $a$ ):

$$a < \frac{10}{2} \rightarrow a < 5$$

Satu-satunya nilai bilangan bulat yang mungkin untuk  $a$  adalah 4.

2) Mencari Kombinasi  $b$  dan  $c$  (dengan  $a = 4$ ):

$$b + c = 10 - 4 = 6$$

Syarat:  $4 \geq b \geq c$

$b$	$c = 6 - b$	Cek $b \geq c$	Hasil ( $a, b, c$ )
4	2	$4 \geq 2$ (OK)	(4, 4, 2)
3	3	$3 \geq 3$ (OK)	(4, 3, 3)

Kerangka berbeda yang mungkin: (4, 4, 2) dan (4, 3, 3).

c. Kawat Sepanjang  $K = 15$  cm

1) Batas Sisi Terpanjang ( $a$ ):

$$a < \frac{15}{2} \rightarrow a < 7.5$$





Nilai bilangan bulat yang mungkin untuk  $a$  adalah 7 dan 6.

2) Mencari Kombinasi  $b$  dan  $c$ :

Kasus  $a = 7$ :

$$b + c = 15 - 7 = 8$$

Syarat:  $7 \geq b \geq c$  (dan  $b$  minimal 4 agar  $2b \geq 8$ )

$b$	$c = 8 - b$	Cek $7 \geq b \geq c$	Hasil $(a, b, c)$
-----	-------------	-----------------------	-------------------

7	1	$7 \geq 7 \geq 1$ (OK)	(7, 7, 1)
---	---	------------------------	-----------

6	2	$7 \geq 6 \geq 2$ (OK)	(7, 6, 2)
---	---	------------------------	-----------

5	3	$7 \geq 5 \geq 3$ (OK)	(7, 5, 3)
---	---	------------------------	-----------

4	4	$7 \geq 4 \geq 4$ (OK)	(7, 4, 4)
---	---	------------------------	-----------

Kasus  $a = 6$ :

$$b + c = 15 - 6 = 9$$

Syarat:  $6 \geq b \geq c$  (dan  $b$  minimal 5 agar  $2b \geq 9$ )

$b$	$c = 9 - b$	Cek $6 \geq b \geq c$	Hasil $(a, b, c)$
-----	-------------	-----------------------	-------------------

6	3	$6 \geq 6 \geq 3$ (OK)	(6, 6, 3)
---	---	------------------------	-----------

5	4	$6 \geq 5 \geq 4$ (OK)	(6, 5, 4)
---	---	------------------------	-----------

Kerangka berbeda yang mungkin: (7, 7, 1), (7, 6, 2), (7, 5, 3), (7, 4, 4), (6, 6, 3) dan (6, 5, 4).

## 2. Penyelesaian:

Misalkan  $x$  adalah banyaknya siswa yang memiliki kaus Merah dan Hijau.

Diketahui:

- Total Siswa = 30
- Siswa Kaus Merah = 16
- Siswa Kaus Hijau = 22

$x$  tidak mungkin melebihi jumlah siswa dalam kelompok yang lebih kecil:

$$x_{maks} = \min(16, 22) = 16$$

$x$  harus menutupi kelebihan jumlah kaus dari total siswa:

$$x_{min} = (\text{Merah} + \text{Hijau}) - \text{Total Siswa}$$

$$x_{min} = (16 + 22) - 30 = 38 - 30 = 8$$

Semua kemungkinan banyaknya siswa yang memiliki kedua kaus ( $x$ ) berada dalam rentang:

$$8 \leq x \leq 16$$

Jadi, Nilai-nilai yang mungkin adalah 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 dan 16.





### 3. Penyelesaian:

Misalkan:

- $B_1$ : Jumlah kotak besar yang diisi.
- $S_1$ : Jumlah kotak sedang yang diisi (dengan kotak kecil).
- $K$ : Total kotak kecil ( $K = 8 \times S_1$ )

Kotak yang Berdiri Sendiri = 7

Kotak yang berdiri sendiri (tanpa isi) adalah sisa kotak besar dan sisa kotak sedang setelah digunakan:

$$\text{Kotak Berdiri Sendiri} = \underbrace{(11 - B_1)}_{\text{Sisa Kotak Besar}} + \underbrace{(75 - 8B_1 - S_1)}_{\text{Sisa Kotak Sedang}}$$

Sederhanakan persamaan:

$$\begin{aligned} 7 &= 11 - B_1 + 75 - 8B_1 - S_1 \\ 7 &= 86 - 9B_1 - S_1 \\ 9B_1 + S_1 &= 86 - 7 \\ 9B_1 + S_1 &= 79 \quad (\text{Persamaan 1}) \end{aligned}$$

#### 1) Tentukan Batasan

Nilai  $B_1$  dan  $S_1$  harus memenuhi Batasan fisik:

- Kotak Besar ( $B_1$ ):  $0 \leq B_1 \leq 9$  (Karena  $8B_1$  tidak boleh melebihi  $S_{total} = 75$ ).
- Kotak Sedang ( $S_1$ ):  $S_1 \leq S_{sisa}$ . Sisa kotak sedang adalah  $75 - 8B_1$ .  
 $S_1 \leq 75 - 8B_1$  (Batasan 2)

#### 2) Uji Nilai $B_1$ yang mungkin

Kita cari nilai  $B_1$  yang membuat  $S_1$  positif (dari Persamaan 1) dan memenuhi Batasan 2.

Dari  $9B_1 + S_1 = 79$ :

$$S_1 = 79 - 9B_1$$

$B_1$	$S_1 = 79 - 9B_1$	$S_{sisa} = 75 - 8B_1$	$S_1 \leq S_{sisa}$	$K = 8 \times S_1$
0	79	75	$79 \not\leq 75$ (Gagal)	-
1	70	67	$70 \not\leq 67$ (Gagal)	-
2	61	59	$61 \not\leq 59$ (Gagal)	-
3	52	51	$52 \not\leq 51$ (Gagal)	-
4	43	43	$43 \leq 43$ (OK)	$8 \times 43 = 344$
5	34	35	$34 \leq 35$ (OK)	$8 \times 34 = 272$
6	25	27	$25 \leq 27$ (OK)	$8 \times 25 = 200$
7	16	19	$16 \leq 19$ (OK)	$8 \times 16 = 128$
8	7	11	$7 \leq 11$ (OK)	$8 \times 7 = 56$
9	-2	3	$S_1$ negatif (Gagal)	-

Jadi, semua kemungkinan banyaknya kotak kecil yang dipunyai Eni adalah 56, 128, 200, 272 dan 344.