



JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



PEMBAHASAN OSK MATEMATIKA SD TAHUN 2012

1. Jawaban : 3

Temukan pasangan pecahan yang memenuhi syarat tertentu.

Misalkan kedua pecahan tersebut adalah $\frac{a}{b}$ dan $\frac{c}{d}$.

Kita punya $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{7}{12}$

Penyebut b dan d harus berbeda dan ≤ 12 .

Keduanya $\frac{a}{b}$ dan $\frac{c}{d}$ harus dalam istilah terendah.

Penyebut yang sama untuk $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$ harus merupakan kelipatan dari 12.

Karena $b, d \leq 12$, kelipatan persekutuan terkecil dari b dan d harus bagi 12.

Artinya b dan d harus merupakan pembagi dari 12, yaitu 1,2,3,4,6,12.

Pertimbangkan pasangan (b, d) dimana $b \neq d$ dan $b, d \in \{1,2,3,4,6,12\}$

Untuk setiap pasangan, carilah a dan c sehingga $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{7}{12}$ dan pecahan yang sukunya paling rendah.

- Kasus 1: $b = 3, d = 4$. $\frac{a}{3} + \frac{c}{4} = \frac{7}{12} \Rightarrow 4a + 3c = 7$
 - Jika $a = 1$, maka $4 + 3c = 7 \Rightarrow 3c = 3 \Rightarrow c = 1$
 - Diberinya $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$. Keduanya berada pada kondisi terendah. Ini adalah cara yang sah.
- Kasus 2: $b = 4, d = 6$. $\frac{a}{4} + \frac{c}{6} = \frac{7}{12} \Rightarrow 3a + 2c = 7$
 - Jika $a = 1$, maka $3 + 2c = 7 \Rightarrow 2c = 4 \Rightarrow c = 2$
 - Diberinya $\frac{1}{4} + \frac{2}{6} = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{7}{12}$. Keduanya berada pada kondisi terendah. Ini adalah cara yang sah.
- Kasus 3: $b = 6, d = 12$. $\frac{a}{6} + \frac{c}{12} = \frac{7}{12} \Rightarrow 2a + c = 7$.
 - Jika $a = 1$, maka $2 + c = 7 \Rightarrow c = 5$
 - Diberinya $\frac{1}{6} + \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$. Keduanya berada pada kondisi terendah. Ini adalah cara yang sah.
- Kasus 4: $b = 1, d = 12$. $\frac{a}{1} + \frac{c}{12} = \frac{7}{12} \Rightarrow 12a + c = 7$.
 - Tidak ada solusi bilangan bulat positif untuk a dan c sejak $a \geq 1$ menyiratkan $12a \geq 12 > 7$.





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



Kombinasi lainnya dari b, d akan menghasilkan pecahan yang tidak berada pada suku terendah atau tidak ada penyelesaian.

Jadi, Ada 3 cara untuk menuliskan $\frac{7}{12}$ penjumlahan dua pecahan dalam suku terkecil yang penyebutnya berbeda tidak melebihi 12.

2. Jawaban : 6

Jumlah angka-angka (digit) penyusun dari $\underbrace{65437 \dots 5437 \dots 5437}_{9 \text{ kali pengulangan}}$ adalah

$$J_1 = 6 + 9 \times (5 + 4 + 3 + 7) = 6 + 9 \times 19 = 6 + 171 = 177$$

Jumlah angka (digit) penyusun dari 177 adalah

$$J_2 = 1 + 7 + 7 = 15$$

Jumlah angka (digit) penyusun dari 15 adalah

$$J_3 = 1 + 5 = 6$$

Dengan demikian jumlah angka penyusun dari bilangan pengulangan $\underbrace{65437 \dots 5437 \dots 5437}_{9 \text{ kali pengulangan}}$ adalah 6.

3. Jawaban : 45

Dengan mendaftar urut, diperoleh bilangan yang menggunakan angka 0 adalah sebagai berikut.

Nomor 1 - 100, banyaknya 0 ada 11 buah

Nomor 101 - 110, banyaknya angka 0 ada 10 buah

Nomor 111 - 200, banyaknya angka 0 ada 10 buah

Nomor 201 - 210, banyaknya angka 0 ada 10 buah

Nomor 211 - 251, banyaknya angka 0 ada 4 buah

Jadi, banyaknya angka 0 yang dibuatnya ada 45.

4. Jawaban : 43

Operasi aljabar bintang yang diberikan dapat dipahami maknanya dengan menguraikan hasilnya seperti berikut,

$$4 * 1 = 5 = 4 + 1 = 4 \times 1 + 1 \quad (1)$$

$$4 * 4 = 20 = 16 + 4 = 4 \times 4 + 4 \quad (2)$$

$$7 * 5 = 36 = 35 + 1 = 7 \times 5 + 1 \quad (3)$$

Dengan mempelajari persamaan (1) sampai (3) dapat disimpulkan bahwa





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



$$a * b = \begin{cases} a \times b + 1 & \text{jika } b \text{ ganjil} \\ a \times b + b & \text{jika } b \text{ genap} \end{cases} \quad (4)$$

Dengan demikian

$$6 * 7 = 6 \times 7 + 1 = 42 + 1 = 43$$

5. Jawaban : 6

Faktorisasi prima dari 2012 adalah

$$2012 = 2^2 \times 503$$

Dengan demikian banyaknya faktor positif dari 2012 adalah $N = (2+1)(1+1) = (3)(2) = 6$.

6. Jawaban : 230

Umpama banyaknya uang logam Rp 200,00 adalah a dan banyaknya uang logam Rp 500,00 adalah b . Dengan informasi dari soal, kita dapat menyusun persamaan aljabar berikut,

$$200a + 500b = 56000 \quad (1)$$

$$a + b = 250 \quad (2)$$

Persamaan (1) dan (2) dapat diolah sebagai berikut,

$$200a + 500b = 56000 \Rightarrow 200a + 500b = 56000$$

$$a + b = 250 \quad \times 500 \Rightarrow \underline{500a + 500b = 125000} \quad -$$

$$-300a = -69000$$

$$a = -\frac{69000}{-300} = 230$$

7. Jawaban : - 4

Dengan sedikit aljabar

$$\begin{aligned} J &= 1000 + 1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 2003 - 2004 + 2005 - 2006 + 2007 \\ &\quad - 2008 + 2009 - 2010 - 2011 + 2012 \\ &= 1000 + (1 - 2) + (3 - 4) + \dots + (2003 - 2004) + (2005 - 2006) \end{aligned}$$





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



$$\begin{aligned}& + (2007 - 2008) + (2009 - 2010) - 2011 + 2012 \\& = 1000 + \underbrace{(-1) + (-1) + \cdots + (-1)}_{\text{ada } 1005 \text{ suku}} - 2011 + 2012 \\& = 1000 + (-1) \times 1005 + 1 \\& = 1000 - 1005 + 1 \\& = -4\end{aligned}$$

8. Jawaban : 70

Hitung total nilai untuk 5 besar dan 7 besar, lalu temukan selisihnya untuk mendapatkan total nilai peringkat ke-6 dan ke-7, kemudian hitung rata-ratanya.

Jumlah nilai 5 besar adalah rata-rata dikalikan jumlah peserta: $98 \times 5 = 490$.

Jumlah nilai 7 besar adalah rata-rata dikalikan jumlah peserta: $90 \times 7 = 630$.

Jumlah nilai peserta peringkat ke-6 dan ke-7 adalah selisih jumlah nilai 7 besar dan 5 besar: $630 - 490 = 140$.

Nilai rata-rata adalah jumlah nilai dibagi jumlah peserta: $\frac{140}{2} = 70$.

Jadi, nilai rata-rata dari peserta peringkat ke-6 dan ke-7 adalah 70.

9. Jawaban : 320

Hitung berapa banyak kue nastar yang bisa muat di setiap dimensi toples.

Jumlah kue nastar per panjang adalah $\frac{16 \text{ cm}}{2 \text{ cm}} = 8$ kue

Jumlah kue nastar per lebar adalah $\frac{16 \text{ cm}}{2 \text{ cm}} = 8$ kue

Jumlah lapisan kue nastar per tinggi adalah $\frac{5 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 5$ lapisan

Total kue nastar adalah $8 \times 8 \times 5 = 320$ kue

Jadi, banyak kue nastar yang dapat masuk ke dalam 1 toples baru tersebut adalah 320 kue.





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara

10. Jawaban : 84

Hitung berapa banyak souvenir yang bisa muat di setiap dimensi kardus, lalu kalikan hasilnya.

Jumlah souvenir di Panjang kardus adalah $\left\lfloor \frac{29}{4} \right\rfloor = 7$

Jumlah souvenir di lebar kardus adalah $\left\lfloor \frac{17}{4} \right\rfloor = 4$

Jumlah souvenir di tinggi kardus adalah $\left\lfloor \frac{12}{4} \right\rfloor = 3$

Jadi, jumlah souvenir yang paling banyak yang dapat dikirimkan Ani adalah $7 \times 4 \times 3 = 84$.

11. Jawaban : 4

Untuk membagi persegi 4×4 menjadi dua bagian yang kongruen dengan garis tebal, kita perlu mencari garis simetri yang membagi persegi dan pola garis tebal menjadi dua bagian yang identik.

1. Garis Simetri Horizontal dan Vertikal:

Garis tebal yang ditunjukkan pada gambar memiliki simetri terhadap garis horizontal dan vertikal yang melewati pusat persegi. Ini berarti jika kita melipat persegi di sepanjang garis tengah horizontal atau vertikal, kedua bagian akan saling menutupi dengan sempurna.

2. Garis Simetri Diagonal:

Selain itu, perhatikan bahwa pola garis tebal juga memiliki simetri terhadap garis diagonal. Jika kita memutar persegi 90, 180, atau 270 derajat, pola garis tebal akan tetap terlihat sama atau menghasilkan pola yang kongruen.

Kombinasi Simetri: Kita dapat membagi persegi menjadi dua bagian kongruen dengan cara yang berbeda berdasarkan kombinasi simetri ini.

Pembagian Horizontal: Ada 1 cara (seperti yang ditunjukkan).

Pembagian Vertikal: Ada 1 cara (mirip dengan horizontal, hanya diputar 90 derajat).

Pembagian Diagonal: Ada 2 cara (melalui diagonal utama dan diagonal sekunder).

Pembagian Rotasi: Ada beberapa cara lain yang melibatkan rotasi pola garis tebal, tetapi tetap menghasilkan dua bagian kongruen.

Berdasarkan analisis simetri pada pola garis tebal yang diberikan, banyaknya cara berbeda untuk membagi persegi 4×4 menjadi dua bagian yang kongruen adalah 4 cara. Ini termasuk pembagian secara horizontal, vertikal, dan dua diagonal.





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



12. Jawaban : 1

Temukan pola digit satuan dari 13^n dan gunakan pola tersebut untuk menentukan digit satuan dari 13^{2012} .

Digit satuan dari 13^1 adalah 3.

Digit satuan dari 13^2 adalah 9 (dari $3 \times 3 = 9$).

Digit satuan dari 13^3 adalah 7 (dari $9 \times 3 = 27$).

Digit satuan dari 13^4 adalah 1 (dari $7 \times 3 = 21$).

Digit satuan dari 13^5 adalah 3 (dari $1 \times 3 = 3$).

Pola digit satuan berulang setiap 4 kali: 3,9,7,1.

Kemudian, tentukan posisi dalam pola untuk 13^{2012} .

Bagi eksponen 2012 dengan Panjang siklus pola, yaitu 4.

$2012 : 4 = 503$ dengan sisa 0.

Sisa 0 berarti digit satuan adalah digit terakhir dalam siklus, yaitu digit ke-4.

Kemudian, tentukan digit satuan dari 13^{2012}

Karena sisa pembagian 2012 oleh 4 adalah 0, digit satuan dari 13^{2012} adalah digit ke-4 dalam pola, yaitu 1.

Jadi, sisa pembagian 13^{2012} oleh 10 adalah digit satuannya.

Digit satuannya adalah 1.

13. Jawaban : 1716

Misalkan bilangan tengah adalah x.

Maka, ketiga bilangan berurutan adalah $x - 1$, x, dan $x + 1$.

Jumlah ketiga bilangan adalah $(x - 1) + x + (x + 1) = 36$

Sederhanakan persamaan menjadi $3x = 36$.

$$\text{Hitung } x = \frac{36}{3} = 12$$





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



Bilangan pertama adalah $x - 1 = 12 - 1 = 11$

Bilangan kedua adalah $x = 12$

Bilangan ketiga adalah $x + 1 = 12 + 1 = 13$

Jadi, Hasil kali ketiga bilangan berurutan adalah $11 \times 12 \times 13 = 1716$

14. Jawaban : 2011

Selisih terbesar dua bilangan yang hasil kalinya 2012 adalah 2011. Ini terjadi ketika salah satu bilangan adalah 1 dan bilangan lainnya adalah 2012. Selisih antara 2012 dan 1 adalah 2011.

Untuk mencapai selisih terbesar, kita perlu memilih dua bilangan yang sangat berbeda, yaitu mendekati 1 dan bilangan lain mendekati hasil kali yang diberikan. Dalam kasus ini, 1 dan 2012 memenuhi kondisi tersebut.

Jika kita mencari bilangan lain yang hasil kalinya 2012, selisihnya akan lebih kecil. Misalnya, 2 dan 1006, selisihnya adalah 1004. Atau 4 dan 503, selisihnya adalah 499.

Jadi, selisih terbesar dua bilangan yang hasil kalinya 2012 adalah 2011.

15. Jawaban : Rp42.600

Tentukan total pendapatan 14 pegawai. Total pendapatan = rata-rata pendapatan \times jumlah pegawai = $Rp40.000 \times 14 = Rp560.000$.

Tentukan total pendapatan 13 pegawai. Total pendapatan 13 pegawai = rata-rata pendapatan baru \times jumlah pegawai baru = $Rp39.000 \times 13 = Rp507.000$.

Hitung selisih pendapatan. Selisih pendapatan = total pendapatan 14 pegawai - total pendapatan 13 pegawai = $Rp560.000 - Rp507.000 = Rp53.000$.

16. Jawaban : 11070

Hitung FPB (p) dan KPK (q) dari 98 dan 226, lalu substitusikan nilai-nilai tersebut ke dalam ekspresi $q - p^2$.

Faktorisasi prima dari 98 adalah 2×7^2

Faktorisasi prima dari 226 adalah 2×113

FPB adalah hasil kali faktor prima persekutuan dengan pangkat terkecil.

Factor persekutuan adalah 2

Jadi, $p = 2$





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



KPK adalah hasil kali semua faktor prima dengan pangkat terbesar

Factor-faktor prima adalah 2, 7, dan 113

$$\text{Jadi, } q = 2 \times 7^2 \times 113 = 2 \times 49 \times 113 = 98 \times 113 = 11074$$

Substitusikan nilai $p = 2$ dan $q = 11074$

$$\text{Jadi, nilai dari } q - p^2 = 11074 - 2^2 = 11074 - 4 = 11070$$

17. Jawaban : Pukul 18.00

Hitung jarak yang ditempuh Alif sebelum Aris berangkat, lalu tentukan waktu yang dibutuhkan Aris untuk menyusul Alif.

Jarak Awal Alif

Alif telah menempuh perjalanan selama 1 jam sebelum Aris berangkat.

Jarak yang ditempuh Alif adalah $s_{\text{Alif awal}} = 45 \text{ km/jam} \times 1 \text{ jam} = 45 \text{ km}$

Selisih kecepatan

Selisih kecepatan antara Alif dan Aris adalah

$$v_{\text{selisih}} = 50 \text{ km/jam} - 45 \text{ km/jam} = 5 \text{ km/jam}$$

Waktu yang dibutuhkan Aris untuk menyusul Alif adalah $t_{\text{susul}} = \frac{s_{\text{Alif awal}}}{v_{\text{selisih}}}$

$$t_{\text{susul}} = \frac{45 \text{ km}}{5 \text{ km/jam}} = 9 \text{ jam}$$

Jika, Aris berangkat pukul 09.00

Maka, Aris menyusul Alif pada pukul $09.00 + 9 \text{ jam} = 18.00$

18. Jawaban : 2

$\frac{1}{7}$ dalam bentuk desimal adalah $0,142857142857\dots$ (dengan pengulangan pola 142857). Pola ini terdiri dari 6 digit. Untuk mencari digit ke-2012, kita perlu mencari sisa pembagian 2012 dengan 6. 2012 dibagi 6 sama dengan 335 sisa 2. Ini berarti digit ke-2012 sama dengan digit kedua dalam pola berulang, yaitu 4. Oleh karena itu, desimal ke-2012 dari $\frac{1}{7}$ adalah 2.

19. Jawaban : 76

Untuk menemukan dua digit terakhir dari suatu bilangan berpangkat, kita bisa menggunakan konsep modulo. Dua digit terakhir suatu bilangan sama dengan bilangan tersebut modulo 100. Dalam hal ini, kita ingin mencari nilai dari $6^{2012} \bmod 100$.

Pola: Perhatikan pola dua digit terakhir dari pangkat 6:

$$6^1 = 06$$

$$6^2 = 36$$





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara

$$6^3 = 16$$

$$6^4 = 96$$

$$6^5 = 76$$

$$6^6 = 56$$

$$6^7 = 36$$

$$6^8 = 16$$

$$6^9 = 96$$

$$6^{10} = 76$$

Dua digit terakhir dari pangkat 6 berulang dalam pola 06, 36, 16, 96, 76, 56, 36, 16, 96, 76, dst. Pola ini memiliki periode 10.

Kita perlu mencari tahu posisi 2012 dalam pola tersebut. Untuk itu, kita hitung sisa bagi 2012 dengan 10:

$$2012 \bmod 10 = 2$$

Karena sisa baginya adalah 2, maka dua digit terakhir dari 6^{2012} sama dengan dua digit terakhir dari 6^2 (yaitu 36). Namun, perhatikan bahwa pola dimulai dari 6^1 , jadi posisi ke-2 dalam pola adalah 36. Oleh karena itu, dua digit terakhir dari 6^{2012} adalah 76.

Dua digit terakhir dari 6^{2012} adalah 76.

20. Jawaban : 54

Gunakan informasi yang diberikan untuk menemukan panjang sisi-sisi siku-siku, lalu hitung luasnya.

Misalkan sisi-sisi siku-siku adalah a dan b

$$\text{Keliling } K = a + b + c$$

$$\text{Kita tahu } K = 36 \text{ dan } c = 15$$

$$\text{Maka, } 36 = a + b + 15$$

$$\text{Sehingga, } a + b = 36 - 15 = 21$$

Menurut Teorema Phytagoras, $a^2 + b^2 = c^2$

$$\text{Kita tahu } c = 15, \text{ jadi } a^2 + b^2 = 15^2 = 225$$

Dari $a + b = 21$, kita dapatkan $b = 21 - a$

Substitusikan b ke dalam persamaan Phytagoras: $a^2 + (21 - a)^2 = 225$

$$a^2 + (441 - 42a + a^2) = 225$$

$$2a^2 - 42a + 441 - 225 = 0$$

$$2a^2 - 42a + 216 = 0$$

$$\text{Bagi dengan 2: } a^2 - 21a + 108 = 0$$

Faktorkan persamaan kuadrat: $(a - 9)(a - 12) = 0$

Jadi, $a = 9$ atau $a = 12$

Jika $a = 9$, maka $b = 21 - 9 = 12$





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



Jika $a = 12$, maka $b = 21 - 12 = 9$

Sisi-sisi siku-siku adalah 9 cm dan 12 cm

$$\text{Luas } L = \frac{1}{2} \times \text{alas} \times \text{tinggi}$$

$$L = \frac{1}{2} \times 9 \times 12$$

$$L = \frac{1}{2} \times 108$$

$$L = 54 \text{ cm}^2$$

Jadi, luas segitiga siku-siku adalah 54 cm^2 .





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



URAIAN

21. Jawaban : 382

Ubah decimal berulang menjadi pecahan a/b dan kemudian hitung $a + b$

Misalkan $x = 0,147147147\dots$

Karena ada 3 digit yang berulang (147), kalikan kedua sisi persamaan dengan $10^3 = 1000$.

$1000x = 147, 147147\dots$

$$1000x - x = 147,147147\dots - 0,147147147\dots$$

$$999x = 147$$

$$x = \frac{147}{999}$$

Bagi pembilang dan penyebut dengan faktor persekutuan terbesar mereka, yaitu 3.

$$x = \frac{147 \div 3}{999 \div 3} = \frac{49}{333}$$

$$a = 49 \text{ dan } b = 333$$

Jadi, Nilai $a + b = 49 + 333 = 382$.

22. Jawaban : $\frac{1}{2012}$

Sederhanakan setiap suku dalam tanda kurung

$$\text{Suku pertama adalah } 1 - \frac{1}{2} = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Suku kedua adalah } 1 - \frac{1}{3} = \frac{3-1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\text{Suku ketiga adalah } 1 - \frac{1}{4} = \frac{4-1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\text{Suku terakhir adalah } 1 - \frac{1}{2012} = \frac{2012-1}{2012} = \frac{2011}{2012}$$

$$\text{Perkalian menjadi } \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \dots \times \frac{2011}{2012}$$

Pembilang dari setiap suku akan membatalkan penyebut dari suku berikutnya.

Misalnya, 2 pembilang suku kedua membatalkan 2 di penyebut suku pertama.

3 di pembilang suku ketiga membatalkan 3 di penyebut suku kedua.

Hanya pembilang dari suku pertama dan penyebut dari suku terakhir yang akan tersisa.

$$\text{Hasil dari perkalian adalah } \frac{1}{2012}.$$

23. Jawaban : 14

Volume bak mandi $V = p \times l \times t$

$$V = 60 \text{ cm} \times 50 \text{ cm} \times 40 \text{ cm}$$





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



$$V = 120000 \text{ cm}^3$$

$$1 \text{ liter} = 1000 \text{ cm}^3$$

Volume bak dalam liter adalah $\frac{120000}{1000}$ liter

Volume bak adalah 120 liter.

Air yang diisi setiap hari adalah 10 liter

Air yang bocor setiap hari adalah 1 liter

Pertambahan volume air bersih setiap hari adalah 10 liter – 1 liter = 9 liter.

Hitung berapa hari bak akan penuh

Jumlah hari yang dibutuhkan adalah $\frac{\text{Volume total bak}}{\text{Pertambahan volume air bersih per hari}}$

Jumlah hari adalah $\frac{120 \text{ liter}}{9 \text{ liter/hari}}$

Jumlah hari adalah $\frac{120}{9} = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$ hari

Karena bak harus penuh, maka bak akan penuh terisi air pada hari ke-14.

24. Jawaban : 4303

Bilangan yang dihapus adalah kelipatan 2 atau kelipatan 3, kecuali jika bilangan tersebut juga kelipatan 5.

Ini berarti kita menghapus kelipatan 2 yang bukan kelipatan 5 dan kelipatan 3 yang bukan kelipatan 5. Juga, kita menghapus kelipatan 6 yang bukan kelipatan 5.

Analisis pola dalam satu siklus 30 bilangan:

KPK dari 2,3,5 adalah 30

Dalam setiap 30 bilangan, kita akan menemukan pola yang berulang.

Hitung berapa banyak bilangan yang tersisa dalam setiap 30 bilangan pertama.

Bilangan yang tersisa dalam 1 sampai 30 adalah:

1, 5, 7, 10, 11, 13, 15, 17, 19, 20, 23, 25, 29, 30.

Ada 14 bilangan yang tersisa dalam setiap siklus 30.

Tentukan siklus dan posisi dalam siklus:

Kita mencari bilangan ke-2012

Jumlah siklus penuh adalah $\left\lfloor \frac{2012-1}{14} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{2011}{14} \right\rfloor = 143$

Posisi dalam siklus terakhir adalah

$(2012 - 1) \pmod{14} + 1 = 2011 \pmod{14} + 1 = 5 + 1 = 6$

Ini berarti bilangan ke-2012 adalah bilangan ke-6 dalam siklus ke-144.





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara

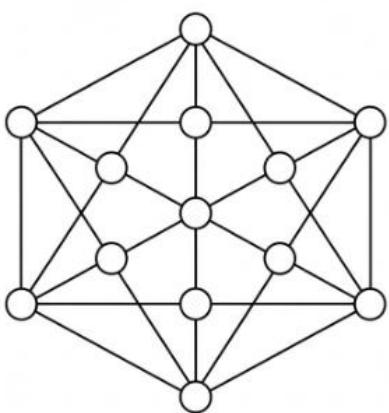


Bilangan ke-6 dalam siklus pertama (1 sampai 30) adalah 13
Setiap siklus penuh 30 bilangan menambah 30 ke nilai bilangan
Jadi, bilangan ke-2012 adalah $30 \times 143 + 13 = 4290 + 13 = 4303$

25. Jawaban :

Konfigurasi yang paling umum dan benar untuk teka-teki ini adalah bentuk bintang lima sudut (pentagram) atau bintang enam sudut (heksagram, atau Bintang Daud) yang titik-titik perpotongannya juga dihitung. Untuk 9 catur dalam 10 baris 3 catur, kita akan menggunakan modifikasi dari heksagram.

Berikut adalah gambar yang menunjukkan penataan tersebut:



26. Jawaban :

Keliling Daerah yang Diarsir (Setengah Lingkaran)

Keliling daerah yang diarsir terdiri dari dua busur: Busur AC (pada lingkaran besar) dan Busur DB (pada lingkaran kecil yang berdiameter AD).

Diketahui: Diameter lingkaran besar $AB = 21$ cm. $\angle DAB = 30^\circ$.

A. Cari Panjang Garis AD (Diameter Lingkaran Kecil)

Dalam $\triangle ADB$, $\angle ADB = 90^\circ$ (sudut keliling yang menghadap diameter AB). Gunakan cosinus:

$$AD = AB \times \cos(30^\circ) = 21 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{21\sqrt{3}}{2} \text{ cm}$$

B. Hitung Panjang Busur AC (Lingkaran Besar)

- Jari-jari lingkaran besar $R = 21/2 = 10.5$ cm.
- Sudut keliling $\angle DBA = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$. Sudut pusat yang menghadap Busur AD adalah $2 \times 60^\circ = 120^\circ$.
- Sudut pusat yang menghadap Busur AC adalah $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$.





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



$$L_{AC} = \frac{60}{360} \times \pi \times \text{Diameter} = \frac{1}{6} \times \pi \times 21 = 3.5\pi \text{ cm}$$

C. Hitung Panjang Busur DB (Lingkaran Kecil)

Busur DB adalah setengah keliling lingkaran kecil dengan diameter AD.

$$L_{DB} = \frac{1}{2} \times \pi \times AD = \frac{1}{2}\pi \left(\frac{21\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{21\pi\sqrt{3}}{4} \text{ cm}$$

D. Total Keliling (K)

$$K = L_{AC} + L_{DB} = 3.5\pi + \frac{21\pi\sqrt{3}}{4}$$
$$K = \pi \left(\frac{7}{2} + \frac{21\sqrt{3}}{4}\right) \text{ cm}$$

27. Jawaban :

Langkah 1: Menentukan posisi siswa dan profesor

- Karena ada 6 siswa dan 3 profesor, serta setiap profesor harus duduk di antara dua siswa, maka posisi duduk harus dalam urutan: S-P-S-P-S-P-S-S-S atau S-S-P-S-P-S-P-S-S, dan seterusnya. Namun, karena ada 9 kursi dan 6 siswa, maka 3 posisi siswa harus dipilih untuk memisahkan 3 profesor.

Langkah 2: Memilih posisi untuk profesor

- Ada 6 siswa yang akan duduk di 6 posisi tertentu, tetapi kita perlu memilih 3 posisi di antara 6 siswa untuk menempatkan profesor. Posisi ini bisa diwakili sebagai berikut: S _ S _ S _ S _ S, di mana " " adalah posisi yang mungkin untuk profesor.
- Kita memiliki 5 posisi di antara siswa untuk menempatkan 3 profesor, yaitu:
 - Di antara siswa ke-1 dan ke-2
 - Di antara siswa ke-2 dan ke-3
 - Di antara siswa ke-3 dan ke-4
 - Di antara siswa ke-4 dan ke-5
 - Di antara siswa ke-5 dan ke-6

Langkah 3: Menghitung cara memilih posisi untuk profesor

- Kita perlu memilih 3 dari 5 posisi yang tersedia untuk profesor.
- Banyak cara memilih 3 posisi dari 5 posisi adalah $\binom{5}{3} = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$.

Langkah 4: Menghitung cara menempatkan profesor di posisi yang dipilih

- Setelah memilih 3 posisi, kita perlu menempatkan 3 profesor di posisi tersebut. Banyak cara menempatkan 3 profesor di 3 posisi adalah $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$.





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



Langkah 5: Menghitung total cara

- Total cara = Banyak cara memilih posisi \times Banyak cara menempatkan profesor
- Total cara = $10 \times 6 = 60$

Jadi, banyak cara ketiga profesor dapat memilih tempat duduk mereka adalah 60.

28. Jawaban :

1. Memahami Gambar dan Data

- Gambar menunjukkan empat lingkaran yang identik dan saling bersentuhan, yang diletakkan di dalam sebuah persegi besar.
- Lingkaran-lingkaran tersebut menempati seluruh lebar dan tinggi persegi.
- Bagian yang diarsir (abu-abu) adalah sisa area persegi yang tidak ditempati oleh lingkaran.
- Jari-jari (r) setiap lingkaran adalah 7 cm.

2. Menghitung Dimensi Persegi

Karena ada dua lingkaran yang berdampingan secara horizontal dan dua secara vertikal, panjang sisi (s) persegi besar adalah:

$$\begin{aligned}s &= \text{diameter satu lingkaran} \times 2 \\s &= (2 \times r) \times 2 \\s &= (2 \times 7 \text{ cm}) \times 2 \\s &= 14 \text{ cm} \times 2 \\s &= 28 \text{ cm}\end{aligned}$$

3. Menghitung Luas Persegi

Luas (L_{persegi}) persegi adalah $s \times s$:

$$\begin{aligned}L_{\text{persegi}} &= s^2 \\L_{\text{persegi}} &= (28 \text{ cm})^2 \\L_{\text{persegi}} &= 784 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

4. Menghitung Luas Total Empat Lingkaran

Luas satu lingkaran ($L_{\text{lingkaran}}$) adalah πr^2 . Kita akan menggunakan $\pi \approx \frac{22}{7}$ karena $r = 7$ kelipatan 7:

$$\begin{aligned}L_{\text{lingkaran}} &= \pi r^2 \\L_{\text{lingkaran}} &= \frac{22}{7} \times (7 \text{ cm})^2 \\L_{\text{lingkaran}} &= \frac{22}{7} \times 49 \text{ cm}^2 \\L_{\text{lingkaran}} &= 22 \times 7 \text{ cm}^2 \\L_{\text{lingkaran}} &= 154 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

Luas total ($L_{\text{total lingkaran}}$) keempat lingkaran adalah:





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



$$L_{\text{total lingkaran}} = 4 \times L_{\text{lingkaran}}$$

$$L_{\text{total lingkaran}} = 4 \times 154 \text{ cm}^2$$

$$L_{\text{total lingkaran}} = 616 \text{ cm}^2$$

5. Menghitung Luas Bagian yang Diarsir

Luas bagian yang diarsir (L_{arsir}) adalah luas persegi dikurangi luas total keempat lingkaran:

$$L_{\text{arsir}} = L_{\text{persegi}} - L_{\text{total lingkaran}}$$

$$L_{\text{arsir}} = 784 \text{ cm}^2 - 616 \text{ cm}^2$$

$$L_{\text{arsir}} = 168 \text{ cm}^2$$

Kesimpulan:

Luas bagian yang diarsir (berwarna abu-abu) adalah 168 cm^2 .

29. Jawaban :

1. Menentukan Fraksi Luas Segitiga Putih

Kita tahu bahwa Luas yang Diarsir = Luas Total - Luas Segitiga Putih

Misalkan $L_{ABCD} = L = 300$.

Segitiga Putih	Alas	Tinggi	Luas dalam fraksi L	Luas (satuan persegi)
$\triangle CDE$	$CD = AB$	$CE = \frac{2}{3} BC$	$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \times AB \times \left(\frac{2}{3} BC\right) \\ &= \frac{1}{3} (AB \times BC) \\ &= \frac{1}{3} L \end{aligned}$	$\frac{1}{3} \times 300 = 100$
$\triangle BFE$	$BF = \frac{1}{2} AB$	$BE = \frac{1}{3} BC$	$\frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} AB\right) \times \left(\frac{1}{3} BC\right) = \frac{1}{12} L$	$\frac{1}{12} \times 300 = 25$
$\triangle AHF$	$AH = \frac{3}{4} AD$	$AF = \frac{1}{2} AB$	$\frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{4} AD\right) \times \left(\frac{1}{2} AB\right) = \frac{3}{16} L = L$	$\frac{3}{16} \times 300 = 56.25$

2. Menghitung Total Fraksi Luas Segitiga Putih

Jumlahkan luas ketiga segitiga putih (L_{putih}):

$$L_{\text{putih}} = 100 + 25 + 56.25$$

$$L_{\text{putih}} = 181.25 \text{ satuan persegi}$$

(Dalam pecahan: $100 + 25 + \frac{225}{4} = 125 + 56\frac{1}{4} = 181\frac{1}{4} = \frac{725}{4}$)

3. Menghitung Luas Daerah yang Diarsir

Luas yang diarsir (L_{arsir}) adalah Luas Total dikurangi Luas Putih:

$$L_{\text{arsir}} = L_{ABCD} - L_{\text{putih}}$$

$$L_{\text{arsir}} = 300 - 181.25$$

$$L_{\text{arsir}} = 118.75 \text{ satuan persegi}$$





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



Jawaban dalam pecahan adalah:

$$L_{arsir} = 300 - \frac{725}{4} = \frac{1200}{4} - \frac{725}{4} = \frac{475}{4} \text{ satuan persegi}$$

30. Jawaban :

Laju pengisian:

- Keran air panas: $\frac{1}{10}$ bak/min

- Keran air dingin: $\frac{1}{8}$ bak/min

Laju gabungan:

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{8} = \frac{4}{40} + \frac{5}{40} = \frac{9}{40} \text{ bak/min}$$

Laju pengosongan:

$$\frac{1}{5} \text{ bak/min}$$

Laju efektif:

$$\frac{9}{40} - \frac{1}{5} = \frac{9}{40} - \frac{8}{40} = \frac{1}{40} \text{ bak/min}$$

Waktu yang dibutuhkan:

$$\frac{1}{\frac{1}{40}} = 40 \text{ menit}$$

Jadi, waktu yang dibutuhkan untuk mengisi bak mandi adalah 40 menit.

