PEMBAHASAN
OSP MATEMATIKA SMP
TAHUN 2014

1. **Penyelesaian:**
Persamaan $20x + 14y = 2014$ merupakan persamaan linear dua variable dapat juga disebut dengan persamaan garis lurus, dimana semua titik koordinat yang berada pada garis tersebut merupakan penyelesaiannya.
Akan tetapi karena yang diminta pada soal penyelesaiannya adalah bilangan bulat, maka pembuktiannya sebagai berikut.

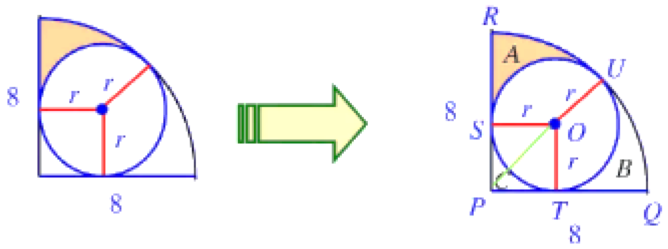
Misal: $x = 16$ dan $y = 121$:
$$20x + 14y = 2014$$
$$20(16) + 14(121) = 2014$$
$$320 + 1694 = 2014$$
$$2014 = 2014 \text{ (Benar)}$$
Karena pembuktian nilai x dan y bilangan bulat tersebut menjadi kalimat yang benar. Maka untuk $x = 16$ dan $y = 121$ adalah penyelesaian dari system persamaan $20x + 14y = 2014$.
Dengan cara yang sama didapat juga solusi yang lainnya: (23, 111); (93, 11); (30, 101) dan seterusnya…
Jadi, salah satu solusi yang lainnya kita ambil satu saja yang kita temukan, yaitu (16, 121).

2. **Penyelesaian:**
Dari persamaan $x^2 + y^2 = 1$, maka dari persamaan ini untuk nilai x dan y syaratnya harus < 1, karena apabila nilai x dan y bernilai 1 atau lebih akan mengakibatkan persamaan yang salah. Sehingga, untuk mengetahui nilai terbesar perkalian x dan y, sebagai berikut:
$x^2 + y^2 = 1$ dan kita ketahui bahwa $(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$
Sehingga dengan demikian didapat,
$$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy \quad \Rightarrow 2xy = (x+y)^2 - (x^2+y^2) \quad (x^2+y^2=1)$$
$$\Rightarrow 2xy = (x+y)^2 - (1)$$
$$\Rightarrow xy = \frac{(x^2+y^2-1)}{2}$$
Dengan demikian, karena syarat dari nilai x dan $y < 1$, maka dapat disimpulkan bahwa
$$\Rightarrow xy = \frac{1}{2}$$

Jadi, nilai terbesar perkalian x dan y adalah $\frac{1}{2}$.

3. **Penyelesaian:**

Perhatikan gambar berikut!



Menurut informasi dari soal, maka luas A dan B adalah sama.
Diberikan garis bantu SO, TO dan UO.
Sehingga didapat Panjang jari-jari lingkaran besar $PQ = PR = 8$, sehingga Panjang jari-jari lingkaran kecil $TO = SO = UO = r$.

Sehingga $\quad PQ = PO + UO$

Sehingga $\quad PQ = r\sqrt{2} + r$

$$8 = r(\sqrt{2} + 1)$$

$$r = 8(\sqrt{2} - 1)$$

Sedangkan untuk mengetahui luas A, kita cari terlebih dahulu luas persegi $PTOS$, luas juring TOS atau luas seperempat lingkaran kecil yang berpusat di titik O dan luas C, yakni sebagai berikut:

Luas persegi $PTOS$

$PTOS = PT \times TO$

$= r \times r$

$= r^2$

$= \left[8\left(\sqrt{2} - 1\right)\right]^2$

$= 64(2 - 2\sqrt{2} + 1)$

$= 64\left(3 - 2\sqrt{2}\right)$

$= 192 - 128\sqrt{2}$

Luas juring TOS

$TOS = \frac{1}{4}\pi \times TO^2$

$= \frac{1}{4}\pi \times r^2$

$= \frac{1}{4}\pi \times (192 - 128\sqrt{2})$

$= \left(48 - 32\sqrt{2}\right)\pi$

Luas C = Luas persegi $PTOS$ – Luas juring TOS

$= 192 - 128\sqrt{2} - \left(48 - 32\sqrt{2}\right)\pi$

$= 192 - 128\sqrt{2} - 48\pi - 32\sqrt{2}\pi$

Dengan demikian,

Luas A+B = Luas seperempat lingkaran besar – luas lingkaran kecil – luas C

$= \frac{1}{4}\pi \times PQ^2 - (\pi \times TO^2) - (192 - 128\sqrt{2} - 48\pi + 32\sqrt{2}\pi)$

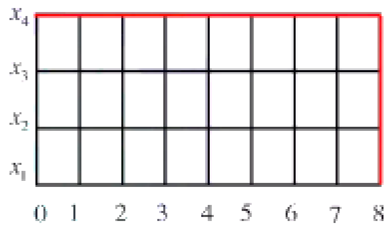
$= \frac{1}{4}\pi \times 8^2 - \pi \times r^2 - 192 + 128\sqrt{2} + 48\pi - 32\sqrt{2}\pi$
$= \frac{1}{4}\pi \times 64 - \pi \times \left(192 - 128\sqrt{2}\right) - 192 + 128\sqrt{2} + 48\pi - 32\sqrt{2}\pi$
$= 16\pi - 192\pi + 128\sqrt{2}\pi - 192 + 128\sqrt{2} + 48\pi - 32\sqrt{2}\pi$
$= 16\pi - 192\pi + 48\pi + 128\sqrt{2}\pi - 32\sqrt{2}\pi + 128\sqrt{2} - 192$
$= \left(96\sqrt{2} - 128\right)\pi + 128\sqrt{2} - 192$

Sehingga, Luas A = $\frac{(96\sqrt{2}-128)\pi+128\sqrt{2}-192}{2}$
$= \left(48\sqrt{2} - 64\right)\pi + 64\sqrt{2} - 96$
$= (48\left(\sqrt{2} - 64\right)\pi + 32(2\sqrt{2} - 3)$

Jadi, luas daerah yang diarsir adalah $\left(48\sqrt{2} - 64\right)\pi + 32(2\sqrt{2} - 3)$ satuan luas.

4. **Penyelesaian:**
Menurut informasi dari soal di dapat, bahwa untuk mencari minimal banyaknya bilangan ganjil pada deret tersebut, kita cari terlebih dahulu jumlah deret bilangan genap < 2014, yaitu sebanyak 1006: 2 + 4 + 6 + ……+ 2012
$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)b]$
$S_{1006} = \frac{1006}{2}[2.2 + (1005)2]$
$S_{1006} = 1006(1007)$
$S_{1006} = 1013042$
Kemudian kita cari selisih dari jumlah ke 1007 bilangan dengan hasil jumlah bilangan genap < 2014, yakni = 1023076 – 1013042 = 10034
Selanjutnya kita cari jumlah bilangan ganjil berbeda < 2014 dan < 10034, yaitu:
2013 + 2011 + 2009 + 2007 = 8040
Kalau 4 bilangan dijumlahkan juga dengan 2005, maka hasilnya > 10034, yaitu 10045
Dengan demikian minimal banyaknya bilangan ganjil yang dimaksud sebanyak 4 bilangan.
Jadi, minimal banyaknya bilangan ganjil pada deret bilangan tersebut adalah 4 bilangan.

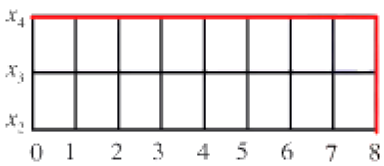
5. **Penyelesaian:**
Diketahui: Terdapat bilangan ribuan dengan jumlah angka-angkanya 8. Karena ribuan, maka angka-angkanya ada 4: misalkan angka-angkanya adalah x_1, x_2, x_3 dan x_4.
Untuk menjawab masalah ini, kita bisa menggunakan ilustrasi tabel, yakni sebagai berikut:
Perhatikan tabel berikut ini:



Banyaknya solusi bilangan bulat tak negative dari persamaan $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8$ sama dengan banyaknya cara terpendek untuk mencapai ujung kanan atas grid dari ujung kiri bawah grid yaitu sebanyak 8 jarak kekanan dan sebanyak 3 jarak kea rah bawah sehingga jumlah jaraknya ada 11 yang diantaranya terdapat 3 jarak kearah bawah, sehingga sebanyak ${}_{11}C_3$:

$$ {}_{11}C_3 = \frac{11!}{(11-3)!.3!} = \frac{11.10.9.8!}{8!.3.2} = 11 \times 5 \times 3 = 165 $$

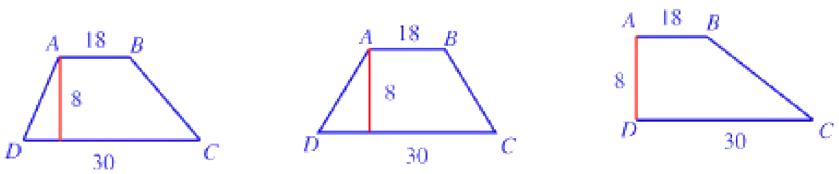
Akan tetapi hal ini masih mengandung nilai $x_1 = 0$, karena ribuan angka x_1-nya tidak boleh nol, maka harus dikurangi banyaknya nilai $x_1 = 0$, yaitu sebanyak 8 jarak kekanan dan sebanyak 2 jarak ke arah bawah sehingga jumlah jaraknya ada 10 yang diantaranya terdapat 2 jarak kearah bawah, sehingga sebanyak ${}_{10}C_2$:



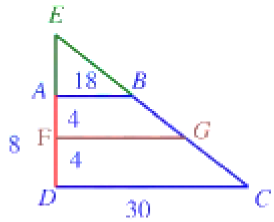
$$ {}_{10}C_2 = \frac{10!}{(10-2)!.2!} = \frac{10.9.8!}{8!.2} = 5 \times 9 = 45 $$

Dengan demikian, banyaknya solusi yang dimaksud adalah 165 – 45 = 120 cara
Jadi, banyaknya solusi bilangan bulat tak negative dari persamaan tersebut adalah 120 cara.

6. **Penyelesaian:**
Diketahui: Tidak dijelaskan bahwa bangun trapesiumnya termasuk trapezium sebarang, trapezium sama kaki atau trapezium siku-siku, gambarnya seperti berikut.



Karena yang menjadi kontek permasalahan adalah tentang luas, maka luas ketiga gambar di atas besarnya adalah sama, sehingga kita gunakan saja trapezium siku-siku, sebagai berikut gambar permasalahannya.



Karena titik F dan G masing-masing adalah titik tengah AD dan BC, maka Panjang FG adalah

$$FG = 2 \times (CD - AB)$$
$$= 2 \times (30 - 18)$$
$$= 24$$

Kemudian kita mencari Panjang AE, dengan menggunakan prinsip kesebangunan, didapat

$$\frac{AE}{DE} = \frac{AB}{DC} \Rightarrow \frac{AE}{AE+AD} = \frac{AB}{DC}$$
$$\Rightarrow \frac{AE}{AE+8} = \frac{18}{30}$$
$$\Rightarrow \frac{AE}{AE+8} = \frac{3}{5}$$
$$\Rightarrow 5AE = 3AE + 3(8)$$
$$\Rightarrow AE = 12$$

Dengan demikian, luas segitiga EFG $= \frac{1}{2} \times FG \times FE$

$$= \frac{1}{2} \times 24 \times (FA + AE)$$
$$= 12 \times (4 + 12)$$
$$= 12 \times (16)$$
$$= 192$$

Jadi, luas segitiga EFG adalah 192 satuan luas.

7. Penyelesaian:

Diketahui persamaan

$\frac{2}{x+y} + \frac{6}{x-y} = 2$ dan $\frac{4}{x+y} - \frac{9}{x-y} = -1$

Misalkan $\frac{1}{x+y} = a$ dan $\frac{1}{x+y} = b$, maka persamaannya menjadi sebagai berikut:

$2a + 6b = 2$ dan $4a - 9b = -1$

$2a + 6b = 2$ $\qquad$ $1 \times 2 \Rightarrow 4a + 12b = 4$

$4a - 9b = -1$ $\qquad$ $\underline{1 \times 1 \Rightarrow 4a - 9b = -1}$ -

$$21b = 5$$
$$b = \frac{5}{21}$$

Nilai disubstitusikan ke salah satu persamaan awal, misalkan $2a + 6b = 2$, yakni:

$2a + 6b = 2 \qquad \Rightarrow 2a + 6\left(\frac{5}{21}\right) = 2$

$\Rightarrow a + 3\left(\frac{5}{21}\right) = 1$

$\Rightarrow a + \frac{5}{7} = 1$

$\Rightarrow 7a + 5 = 7$

$\Rightarrow a = \frac{2}{7}$

Dengan demikian $a = \frac{2}{7}$ dan $\frac{1}{x+y} = a \qquad \Rightarrow x + y = \frac{7}{2}$

$b = \frac{5}{21}$ dan $\frac{1}{x+y} = b \qquad \Rightarrow x - y = \frac{21}{5}$

$$\underline{\qquad\qquad\qquad} +$$

$2x = \frac{7}{2} + \frac{21}{5}$

$2x = \frac{7.5+21.2}{2.5}$

$x = \frac{77}{20}$

Selanjutnya $x = \frac{77}{20}$ disubstitusikan $x + y = \frac{7}{2}$, didapat

$x + y = \frac{7}{2} \qquad \Rightarrow \frac{77}{20} + y = \frac{7}{2}$

$\Rightarrow y = \frac{7}{2} - \frac{77}{20}$

$\Rightarrow y = \frac{7.10}{2.10} - \frac{77}{20}$

$\Rightarrow y = -\frac{7}{20}$

Dengan demikian $\frac{x}{y} = \frac{\frac{77}{20}}{-\frac{7}{20}} = -11$

Jadi, nilai $\frac{x}{y}$ yang memenuhi kedua persamaan tersebut adalah -11.

8. Penyelesaian:

Untuk mengetahui jawaban dari berapa banyak bilangan bulat di antara $2a$ dan b, dimana a dan b merupakan bilangan bulat ganjil serta $a > b$, perhatikan ilustrasi berikut:

Misalkan $a = 9$ dan $b = 3$, maka

$2a = 2(9) = 18$ dan $b = 3$

Sehingga bilangan antara 18 dan 3 adalah 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, yaitu sebanyak 14 bilangan.

Dapat disimpulkan sebanyak = 2(9) – 3 – 1 = 18 – 3 – 1 = 14

Dengan cara yang sama untuk bilangan-bilangan yang lainnya dengan syarat $a > b$, maka dapat dihasilkan, menjadi $= 2a - b - 1$.

Jadi, banyak bilangan bulat di antara $2a$ dan b adalah $2a - b - 1$.

9. Penyelesaian:

Diketahui $X = \{9, 6, 3, 2, 1\}$ ada 5 anggota
dan $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ada 6 anggota

Menurut informasi dari soal, jika dimisalkan $g(x) = y$, maka y tidak membagi x, sehingga range g yang mungkin terpenuhi adalah $\{2, 3, 4, 5, 6\}$. Artinya 1 tidak termasuk range g, karena 1 membagi semua bilangan bulat.

Dengan demikian,
range $g(9)$ yang mungkin adalah $\{2, 4, 5, 6\}$
range $g(6)$ yang mungkin adalah $\{4, 5\}$
range $g(3)$ yang mungkin adalah $\{2, 4, 5, 6\}$
range $g(2)$ yang mungkin adalah $\{3, 4, 5, 6\}$
range $g(1)$ yang mungkin adalah $\{2, 3, 4, 5, 6\}$

sehingga ada 4 kasus yang mungkin terjadi, yaitu:

1. Untuk $g(9) = 6, g(6) = 5$ dan $g(6) = 4$ ada 6
2. Untuk $g(9) = 5$ dan $g(6) = 4$ ada 3
3. Untuk $g(9) = 4$ dan $g(6) = 5$ ada 3
4. Untuk $g(9) = 2$, $g(6) = 5$ dan $g(6) = 4$ ada 8

Oleh karena itu, jumlah total kemungkinan adalah 6 + 3 + 3 + 8 = 20 fungsi

Jadi, fungsi berbeda dari X ke Y yang merupakan fungsi satu-satu dan setiap bilangan anggota X tidak dikaitkan dengan faktornya di Y ada sebanyak 20 fungsi.

10. Penyelesaian:

Diketahui:

- Indah dan Nian bermain lempar dadu secara bergantian dimulai dengan lemparan pertama giliran Indah
- Seseorang akan memenangkan permainan jika ia mendapatkan mata dadu 1 tetapi lawannya tidak mendapatkan mata dadu 2 atau 3 pada lemparan sebelumnya

Dari kedua pernyataan di atas, maka kemungkinan peluang dari aturan tersebut adalah sebagai berikut

Karena banyak angka dadu ada 6, yaitu 1, 2, 3, 4, 5, dan 6 maka:

1) Kemungkinan I: Indah melempar dadu muncul angka 1, 2, 3, 4, 5 atau 6
   Sehingga peluang yang didapat $= \frac{6}{6} = 1$
2) Kemungkinan II: Jika Indah melempar dadu muncul angka 2 atau 3, maka kemungkinan lemparan dadu Nian yang mungkin muncul adalah angka 1, 4, 5, dan 6, yaitu ada 4
   Sehingga peluang yang didapat $= \frac{4}{6}$
3) Kemungkinan III: Jika Indah melempar dadu muncul selain angka 2 atau 3, maka kemungkinan lemparan dadu Nian yang mungkin muncul adalah angka 1, 2, 3, 4, 5 atau 6, yaitu ada 6

Sehingga peluang yang didapat = $\frac{6}{6} = 1$

4) Kemungkinan IV: Jika Nian melempar dadu muncul angka 2 atau 3, maka kemungkinan lemparan dadu Indah pada lemparan ketiga akan menang yang mungkin muncul adalah angka 1 saja, yaitu ada 1

Sehingga peluang yang didapat = $\frac{1}{6}$

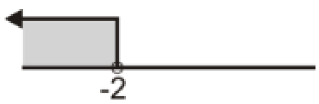
Dikarenakan kejadian I, II, III dan IV adalah saling berkaitan, maka peluang yang mungkin adalah: $1 \times \frac{4}{6} \times 1 \times \frac{1}{6} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

Jadi, Peluang Indah pada giliran yang ketiga melempar (lemparan kelima) akan menang adalah $\frac{1}{9}$

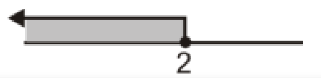
<u>URAIAN</u>

1. **Penyelesaian:**

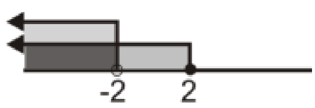
$\sqrt{2-x} > 2$
$2 - x > 2^2$
$2 - x > 4$
$2 - 4 > x$
$-2 > x$
$x < -2$



Syarat:
$2 - x \geq 0$
$2 \geq x$
$x \leq 2$



Gabungan:



Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{x | x < -2,\ x \in \text{bilangan real}\}$.

2. **Penyelesaian:**

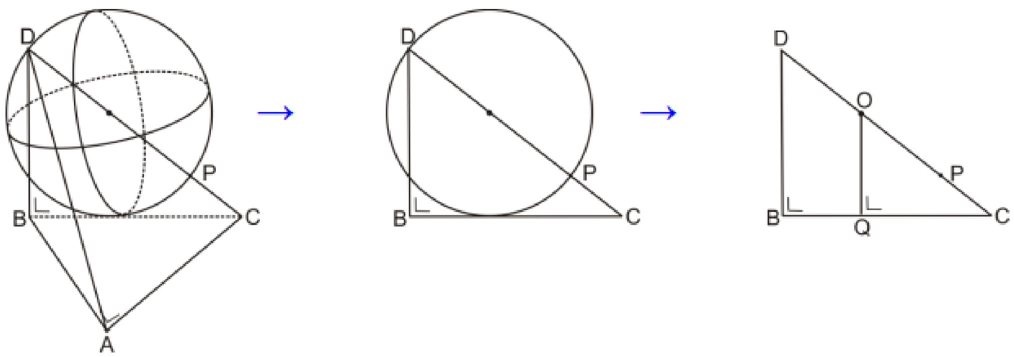
Karena 5929 merupakan bilangan ganjil dan 5929 merupakan penjumlahan dari n bilangan bulat positif ganjil berurutan, maka n pasti merupakan bilangan ganjil, sehingga:

Nilai tengah	*Kemungkinan penjumlahan*
$\frac{5929}{3} = 1976{,}33$	*Tidak mungkin berurutan*
$\frac{5929}{5} = 1185{,}8$	*Tidak mungkin berurutan*
$\frac{5929}{7} = 847$	$\underbrace{841 + 843 + 845 + 847 + 849 + 851 + 853}_{7\ bilangan} = 5929$

Jadi, n terkecil yang mungkin adalah 7.

3. Penyelesaian:

Perhatikan gambar berikut:



Diketahui:

$AB = a\sqrt{3}$,

$AC = 4a$,

$BD = 6a$,

$OD = OP = OQ =$ Jari-jari bola = r

Perhatikan segitiga siku-siku BAC:

$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2}$

$BC = \sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2 + (4a)^2}$

$BC = \sqrt{3a^2 + 16a^2}$

$BC = \sqrt{19a^2}$

$BC = a\sqrt{19}$

Perhatikan segitiga siku-siku CBD:

$CD = \sqrt{BC^2 + BD^2}$

$$CD = \sqrt{\left(a\sqrt{19}\right)^2 + (6a)^2}$$
$$CD = \sqrt{19^2 + 36^2}$$
$$CD = \sqrt{55a^2}$$
$$CD = a\sqrt{55}$$

Perhatikan garis CD:

$$OC = CD - OD$$
$$OC = a\sqrt{55} - r$$

Perhatikan segitiga siku-siku CBD dansegitiga siku-siku CQO:

$$\frac{OQ}{BD} = \frac{OC}{CD}$$
$$\frac{r}{6a} = \frac{a\sqrt{55}-r}{a\sqrt{55}}$$
$$a\sqrt{55}\,.\,r = 6a\,.\,(a\sqrt{55} - r)$$
$$a\sqrt{55}r = 6\sqrt{55}a^2 - 6ar$$
$$a\sqrt{55}r + 6ar = 6\sqrt{55}a^2$$
$$\left(\sqrt{55} + 6\right)ar = 6\sqrt{55}a^2$$
$$r = \frac{6\sqrt{55}a^2}{(\sqrt{55}+6)a}$$
$$r = \frac{6\sqrt{55}a}{(\sqrt{55}+6)}$$
$$r = \frac{6\sqrt{55}a}{(\sqrt{55}+6)} \cdot \frac{(\sqrt{55}-6)}{(\sqrt{55}-6)}$$
$$r = \frac{6\sqrt{55}a \cdot (\sqrt{55}-6)}{\left(\sqrt{55}\right)^2 - 6^2}$$
$$r = \frac{6 \cdot 55 \cdot a - 36\sqrt{55}a}{\left(\sqrt{55}\right)^2 - 6^2}$$
$$r = \frac{330a - 36\sqrt{55}a}{55-36}$$
$$r = \frac{\left(330 - 36\sqrt{55}\right)a}{19}$$

Jadi, jari-jari bola tersebut adalah $\frac{\left(330-36\sqrt{55}\right)a}{19}$.

4. **Penyelesaian:**
   Kode rahasia yang dibentuk terdiri dari dua huruf (HH) yang bisa dipisah (karena huruf tunggal) dan angka ratusan (AAA) tidak bisa dipisah (karena berupa bilangan ratusan), sehingga kode rahasianya bisa ada 3 bentuk, yaitu:
   $HHAAA, HAAAH$ dan $AAAHH$

Pola I: (jika tiga angka membentuk bilangan genap dan huruf berupa vocal)
Untuk mempermudah perhitungan, akan dipisah deretan angka ganjil dan genapnya.

	Huruf vocal	*Huruf vocal*	$Angka_{ratusan}$	$Angka_{puluhan}$	$Angka_{satuan}$
Pemilihan huruf atau angka	*A*	*A*	1	1	0
	I	*I*	3	3	2
	U	*U*	5	5	4
	E	*E*		7	6
	O	*O*		9	8
Banyak pemilihan	5	$\underbrace{5-1=4}_{\text{karena huruf tidak boleh sama}}$	3	$\underbrace{5-1=4}_{\text{karena angka tidak boleh sama}}$	5
$Banyak\ cara\ penyusunan\ kode = 5\,.4\,.3\,.4\,.5 = 1200$					

	Huruf vocal	*Huruf vocal*	$Angka_{ratusan}$	$Angka_{puluhan}$	$Angka_{satuan}$
Pemilihan huruf atau angka	*A*	*A*	1	0	0
	I	*I*	3	2	2
	U	*U*	5	4	4
	E	*E*		6	6
	O	*O*		8	8
Banyak pemilihan	5	$\underbrace{5-1=4}_{\text{karena huruf tidak boleh sama}}$	3	5	$\underbrace{5-1=4}_{\text{karena angka tidak boleh sama}}$
$Banyak\ cara\ penyusunan\ kode = 5\,.4\,.3\,.5\,.4 = 1200$					

	Huruf vocal	*Huruf vocal*	$Angka_{ratusan}$	$Angka_{puluhan}$	$Angka_{satuan}$
Pemilihan huruf atau angka	*A*	*A*	2	1	0
	I	*I*	4	3	2
	U	*U*		5	4
	E	*E*		7	6
	O	*O*		9	8
Banyak pemilihan	5	$\underbrace{5-1=4}_{\text{karena huruf tidak boleh sama}}$	2	5	$\underbrace{5-1=4}_{\text{karena angka tidak boleh sama}}$
$Banyak\ cara\ penyusunan\ kode = 5\,.4\,.2\,.5\,.4 = 800$					

	Huruf vocal	*Huruf vocal*	$Angka_{ratusan}$	$Angka_{puluhan}$	$Angka_{satuan}$
Pemilihan huruf atau angka	A	A	2	0	0
	I	I	4	2	2
	U	U		4	4
	E	E		6	6
	O	O		8	8
Banyak pemilihan	5	$\underbrace{5-1=4}_{\text{karena huruf tidak boleh sama}}$	2	$\underbrace{5-1=4}_{\text{karena angka tidak boleh sama}}$	$\underbrace{5-2=3}_{\text{karena angka tidak boleh sama}}$
Banyak cara penyusunan kode $= 5.4.2.4.3 = 480$					

Pola II: (jika tiga angka membentuk bilangan ganjil dan huruf berupa konsonan)
Untuk mempermudah perhitungan, akan dipisah deretan angka ganjil dan genapnya

	Huruf konsonan	*Huruf konsonan*	$Angka_{ratusan}$	$Angka_{puluhan}$	$Angka_{satuan}$
Pemilihan huruf atau angka	B	B	1	1	1
	C	C	3	3	3
	D	D	5	5	5
	$\vdots$	$\vdots$		7	7
	Z	Z		9	9
Banyak pemilihan	21	$\underbrace{21-1=20}_{\text{karena huruf tidak boleh sama}}$	3	$\underbrace{5-1=4}_{\text{karena angka tidak boleh sama}}$	$\underbrace{5-2=3}_{\text{karena angka tidak boleh sama}}$
Banyak cara penyusunan kode $= 21.20.3.4.3 = 15120$					

	Huruf konsonan	*Huruf konsonan*	$Angka_{ratusan}$	$Angka_{puluhan}$	$Angka_{satuan}$
Pemilihan huruf atau angka	B	B	1	0	1
	C	C	3	2	3
	D	D	5	4	5
	$\vdots$	$\vdots$		6	7
	Z	Z		8	9
Banyak pemilihan	21	$\underbrace{21-1=20}_{\text{karena huruf tidak boleh sama}}$	3	5	$\underbrace{5-1=4}_{\text{karena angka tidak boleh sama}}$
Banyak cara penyusunan kode $= 21.20.3.5.4 = 25200$					

	Huruf konsonan	Huruf konsonan	$Angka_{ratusan}$	$Angka_{puluhan}$	$Angka_{satuan}$
Pemilihan huruf atau angka	B	B	2	1	1
	C	C	4	3	3
	D	D		5	5
	$\vdots$	$\vdots$		7	7
	Z	Z		9	9
Banyak pemilihan	21	$\underbrace{21-1=20}_{\text{karena huruf tidak boleh sama}}$	2	5	$\underbrace{5-1=4}_{\text{karena angka tidak boleh sama}}$
Banyak cara penyusunan kode $= 21.20.2.5.4 = 16800$					

	Huruf konsonan	Huruf konsonan	$Angka_{ratusan}$	$Angka_{puluhan}$	$Angka_{satuan}$
Pemilihan huruf atau angka	B	B	2	0	1
	C	C	4	2	3
	D	D		4	5
	$\vdots$	$\vdots$		6	7
	Z	Z		8	9
Banyak pemilihan	21	$\underbrace{21-1=20}_{\text{karena huruf tidak boleh sama}}$	2	$\underbrace{5-1=4}_{\text{karena angka tidak boleh sama}}$	5
Banyak cara penyusunan kode $= 21.20.2.4.5 = 16800$					

Banyaknya pola pada bentuk

$HHAAA$ = 1200+1200+480+800+15120+25200+16800+16800

= 77600

Banyaknya pola pada 3 bentuk $(HHAAA, HAAAH, AAAHH)$ = 3 × 77600 = 232800

Jadi, banyak kode rahasia yang mungkin dibuat adalah 232800.

5. **Penyelesaian:**

Misalkan:

$$\frac{1}{2014} = z$$

Sehingga,

$$\frac{2}{2014} = 2z$$

$$\frac{3}{2014} = 3z$$

$\vdots$

$$\frac{2011}{2014} = \frac{2014-3}{2014} = \frac{2014}{2014} - \frac{3}{2014} = 1 - \frac{3}{2014} = 1 - 3z$$

$$\frac{2012}{2014} = \frac{2014-2}{2014} = \frac{2014}{2014} - \frac{2}{2014} = 1 - \frac{2}{2014} = 1 - 2z$$

$\frac{2013}{2014} = \frac{2014-1}{2014} = \frac{2014}{2014} - \frac{1}{2014} = 1 - \frac{1}{2014} = 1 - z$

Akan diperoleh:

$f\left(\frac{1}{2014}\right) = f(z) = \frac{2}{2+4^z}$

$f\left(\frac{2}{2014}\right) = f(2z) = \frac{2}{2+4^{2z}}$

$f\left(\frac{3}{2014}\right) = f(3z) = \frac{2}{2+4^{3z}}$

$\vdots$

$f\left(\frac{2011}{2014}\right) = f(1-3z) = \frac{2}{2+4^{1-3z}} = \frac{2}{2+\frac{4^1}{4^{3z}}} = \frac{2}{\frac{2\cdot 4^{3z}+4}{4^{3z}}} = \frac{2\cdot 4^{3z}}{2\cdot 4^{3z}+4} = \frac{2\cdot 4^{3z}}{2\cdot(4^{3z}+2)} = \frac{4^{3z}}{4^{3z}+2} = \frac{4^{3z}}{2+4^{3z}}$

$f\left(\frac{2012}{2014}\right) = f(1-2z) = \frac{2}{2+4^{1-2z}} = \frac{2}{2+\frac{4^1}{4^{2z}}} = \frac{2}{\frac{2\cdot 4^{2z}+4}{4^{2z}}} = \frac{2\cdot 4^{2z}}{2\cdot 4^{2z}+4} = \frac{2\cdot 4^{2z}}{2\cdot(4^{2z}+2)} = \frac{4^{2z}}{4^{2z}+2} = \frac{4^{2z}}{2+4^{2z}}$

$f\left(\frac{2013}{2014}\right) = f(1-z) = \frac{2}{2+4^{1-z}} = \frac{2}{2+\frac{4^1}{4^{z}}} = \frac{2}{\frac{2\cdot 4^{z}+4}{4^{z}}} = \frac{2\cdot 4^{z}}{2\cdot 4^{z}+4} = \frac{2\cdot 4^{z}}{2\cdot(4^{z}+2)} = \frac{4^{z}}{4^{z}+2} = \frac{4^{z}}{2+4^{z}}$

Sehingga:

$$f\left(\frac{1}{2014}\right) + f\left(\frac{2}{2014}\right) + f\left(\frac{3}{2014}\right) + \cdots + \underbrace{f\left(\frac{1007}{2014}\right)}_{\text{suku tengah}} + \cdots + f\left(\frac{2011}{2014}\right) + f\left(\frac{2012}{2014}\right) + f\left(\frac{2013}{2014}\right)$$

$$= \frac{2}{2+4^z} + \frac{2}{2+4^{2z}} + \frac{2}{2+4^{3z}} + \cdots + \underbrace{f\left(\frac{1007}{2014}\right)}_{\text{suku tengah}} + \cdots + \frac{4^{3z}}{2+4^{3z}} + \frac{4^{2z}}{2+4^{2z}} + \frac{4^{z}}{2+4^{z}}$$

$$= \underbrace{\frac{2}{2+4^z} + \frac{4^z}{2+4^z} + \frac{2}{2+4^{2z}} + \frac{4^{2z}}{2+4^{2z}} + \frac{2}{2+4^{3z}} + \frac{4^{3z}}{2+4^{3z}} + \cdots}_{2012\text{ suku}} + \underbrace{f\left(\frac{1007}{2014}\right)}_{\text{suku tengah}}$$

$$= \underbrace{\frac{2+4^z}{2+4^z} + \frac{2+4^{2z}}{2+4^{2z}} + \frac{2+4^{3z}}{2+4^{3z}} + \cdots}_{\frac{2012}{2} = 1006\text{ suku}} + \underbrace{f\left(\frac{1007}{2014}\right)}_{\text{suku tengah}}$$

$$= \underbrace{1 + 1 + 1 + \cdots}_{1006\text{ suku}} + \underbrace{f\left(\frac{1007}{2014}\right)}_{\text{suku tengah}}$$

$$= 1006 + \underbrace{f\left(\frac{1007}{2014}\right)}_{\text{suku tengah}}$$

$$= 1006 + f\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= 1006 + \frac{2}{2+4^{\frac{1}{2}}}$$

$$= 1006 + \frac{2}{2+2}$$

$$= 1006 + \frac{2}{4}$$
$$= 1006 + \frac{1}{2}$$
$$= 1006\frac{1}{2}$$
$$= \frac{2013}{2}$$

Jadi, $f\left(\frac{1}{2014}\right) + f\left(\frac{2}{2014}\right) + \cdots + f\left(\frac{2013}{2014}\right) = \frac{2013}{2}$.