



## PEMBAHASAN OSP MATEMATIKA SMP TAHUN 2015

### 1. Jawaban:

Untuk mengetahui banyak factor Persekutuan dari 145152 dan 544320 yang merupakan bilangan genap positif, perlu kita ketahui terlebih dahulu tentang FPB dari keduanya, yakni

Dengan Algoritma Euelid:

$$\text{FPB}(544320, 145152) \Rightarrow 544320 = 3 \times 145152 + 108864$$

$$145152 = 1 \times 108864 + 36288$$

$$108864 = 3 \times 36288 + 0$$

Sehingga,  $\text{FPB}(544320, 145152) = 36288 = 2^6 \times 3^4 \times 7$

| No. | Rincian                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Keterangan                                                                                                                                                               |
|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.  | $2^6$                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Artinya ada 6 bilangan genap, yaitu $2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5$ dan $2^6$                                                                                                  |
| 2.  | $3^4$                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Artinya ada 4 bilangan ganjil, yaitu $3^1, 3^2, 3^3$ dan $3^4$                                                                                                           |
| 3.  | 7                                                                                                                                                                                                                                                                                              | Artinya ada 1 bilangan ganjil, yaitu $7^1$                                                                                                                               |
| 4.  | Berdasarkan sifat-sifat dalam perkalian dua bilangan adalah :<br>1. Bilangan ganjil x Bilangan ganjil = Bilangan ganjil<br>2. Bilangan ganjil x Bilangan genap = Bilangan genap<br>3. Bilangan genap x Bilangan ganjil = Bilangan genap<br>4. Bilangan genap x bilangan genap = Bilangan genap |                                                                                                                                                                          |
| 5.  | $3^4$ dan 7                                                                                                                                                                                                                                                                                    | $3^1, 3^2, 3^3, 3^4$ dan 7 $\Rightarrow$ ada 9 pasang bilangan ganjil, yaitu $3^1, 3^2, 3^3, 3^4, 7, 3^1 \times 7, 3^2 \times 7, 3^3 \times 7$ dan $3^4 \times 7$ .      |
| 6.  | $2^6, 3^4$ dan 7                                                                                                                                                                                                                                                                               | Ada 6 bilangan genap (dari poin nomor 1)<br>Ada $6 \times 9$ bilangan genap (dari poin nomor 1 dengan nomor 5)<br>Sehingga seluruhnya ada $6 + 6 \times 9 = 6 + 54 = 60$ |

Jadi, Banyak factor Persekutuan dari 145152 dan 544320 adalah sebanyak 60.

### 2. Jawaban :

Diketahui banyak ayam yang dimiliki Pak Tani = 500 ekor ayam

    banyak ayam petelur berwarna merah = 100 ekor ayam

Misalkan banyak ayam pedaging warna merah =  $d_m$

    banyak ayam pedaging warna putih =  $d_p$

    banyak ayam pedaging warna merah =  $t_m$

    banyak ayam pedaging warna merah =  $t_p$



maka,  $d_m + d_p + t_m + t_p = 500$

$$t_m = 100$$

kemudian perhatikan kalimat dari: maka peluang untuk mendapatkan ayam pedaging adalah sama dengan peluang untuk mendapatkan ayam berwarna putih, yaitu sebesar  $\frac{3}{5}$ .

$$\frac{d_m + d_p}{500} = \frac{3}{5} = \frac{d_p + t_p}{500}$$

Atau

$$d_m = t_p \left\{ \begin{array}{l} d_m + d_p = 300 \Rightarrow d_p = (300 - d_m) \\ d_p + t_p = 300 \Rightarrow (300 - d_m) + t_p = 300 \end{array} \right.$$

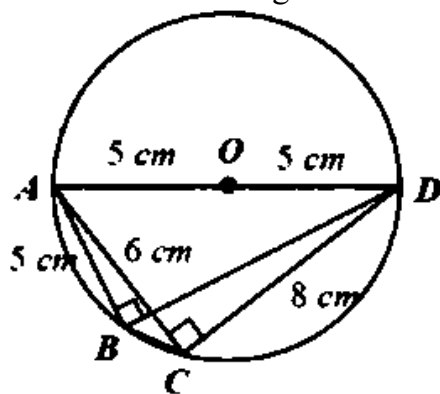
Sehingga didapat,

$$\begin{aligned} d_m + d_p + t_m + t_p &= 500 \Rightarrow d_m + (300 - d_m) + 100 + d_m = 500 \\ &\Rightarrow d_m + 400 = 500 \\ &\Rightarrow d_m = 100 \end{aligned}$$

Jadi, banyak ayam pedaging yang berwarna merah adalah 100 ekor.

### 3. Jawaban :

Perhatikan ilustrasi gambar berikut.



Perhatikan  $\triangle ACD$  siku-siku di titik C, karena sudut keliling yang menghadap diameter lingkaran sehingga dengan Dalil Pythagoras didapat Panjang  $CD = 8$  cm. Perhatikan  $\triangle ABD$  siku-siku di titik B, karena sudut keliling yang menghadap diameter lingkaran, sehingga dengan dalil Pythagoras didapat Panjang  $BD = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3}$  cm.

Kemudian mencari Panjang BC dengan menggunakan Dalil Ptolomeus, yakni:

$$BC \times AD + AB \times CD = AC \times BD$$

$$BC \times 10 + 5 \times 8 = 6 \times 5\sqrt{3}$$

$$10BC + 40 = 30\sqrt{3}$$



$$10BC = 30\sqrt{3} - 40$$

$$BC = 3\sqrt{3} - 4$$

Dengan demikian keliling segi-empat ABCD = AB + BC + CD + AD

$$= 5 + (3\sqrt{3} - 4) + 8 + 10$$

$$= 19 + 3\sqrt{3}$$

Jadi, keliling ABCD adalah  $(19 + 3\sqrt{3})$  cm.

#### 4. Jawaban :

Diketahui empat angka berbeda yang akan dipilih adalah  $\{1,2,3,6,8,9\}$  untuk Menyusun dua buah bilangan dua angka

Misalkan angka yang dipilih Rani adalah  $a, b$  dan  $c, d$   
 angka yang dipilih Susi adalah  $h, i$  dan  $j, k$

| Pilihan empat angka $\{1,2,3,6,8,9\}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $a b$<br>$\underline{c d}$<br>$efg$<br>$efg = r$<br><br>Diketahui bahwa $r$ bersisa 2 jika dibagi 47<br>$\frac{r}{47} = n$ sisa 2. $n$ bilangan bulat<br>Nilai $n$ yang mungkin adalah 3, sehingga<br>$r = 47n + 2 \Rightarrow r = 47(3) + 2$<br>$\Rightarrow r = 141 + 2$<br>$\Rightarrow r = 143$<br><br>Sehingga:<br>Angka $b$ yang mungkin 1 atau 2<br>Angka $d$ yang mungkin 1 atau 2<br>Begitu juga<br>Angka $a$ yang mungkin 6 atau 8<br>Angka $c$ yang mungkin 6 atau 8<br><br>$81$<br>$\underline{62}$<br>$143 \Rightarrow r = 143$ | $h i$<br>$\underline{j k}$<br>$opq$<br>$opq = s$<br><br>$s$ memiliki nilai terbesar yang mungkin<br>angka $i$ yang mungkin 3 atau 6<br>angka $k$ yang mungkin 3 atau 6<br>begitu juga<br>angka $h$ yang mungkin 8 atau 9<br>angka $j$ yang mungkin 8 atau 8<br>$96$<br>$\underline{83}$<br>$179 \Rightarrow s = 179$ |
| Dengan demikian $r = 143$ dan $s = 179 \Rightarrow r + s = 143 + 179 = 322$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |

Jadi,  $r + s = 322$

#### 5. Jawaban :

Diketahui  $4x + y + 4\sqrt{xy} - 36\sqrt{x} - 18\sqrt{y} + 80 = 0$



$$(2\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 - 36\sqrt{x} - 18\sqrt{y} + 80 = 0$$

$$(2\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 - 18(2\sqrt{x} + \sqrt{y}) + 80 = 0$$

$$[(2\sqrt{x} + \sqrt{y}) - 8][(2\sqrt{x} + \sqrt{y}) - 10] = 0$$

Sehingga didapat  $2\sqrt{x} + \sqrt{y} = 8$  atau  $2\sqrt{x} + \sqrt{y} = 10$

| Bentuk persamaan            | Nilai x dan y yang mungkin                 | Keterangan |
|-----------------------------|--------------------------------------------|------------|
| $2\sqrt{x} + \sqrt{y} = 8$  | (0,64),(1,36),(4,16),(9,4),(16,0)          | Ada 5      |
| $2\sqrt{x} + \sqrt{y} = 10$ | (0,100),(1,64),(4,36),(9,16),(16,4),(25,0) | Ada 6      |
| Total                       |                                            | Ada 11     |

Jadi, banyak anggota himpunan penyelesaian yang dimaksud adalah ada 11

## 6. Jawaban :

Diketahui barisan himpunan adalah  $\{1\}, \{2,3,4\}, \{5,6,7,8,9\}, \{10,11,12,13,14,15,16\}, \{17,18,19,20,21,22,23,24,25\}, \dots$

Perhatikan table berikut

| Suku/himpunan ke-n | Anggota himpunan yang pertama pada himpunan ke-n                                                                                                                             | Banyak anggota pada himpunan ke-n                                                                   |
|--------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1                  | 1                                                                                                                                                                            | 1                                                                                                   |
| 2                  | 2                                                                                                                                                                            | 3                                                                                                   |
| 3                  | 5                                                                                                                                                                            | 5                                                                                                   |
| 4                  | 10                                                                                                                                                                           | 7                                                                                                   |
| 5                  | 17                                                                                                                                                                           | 9                                                                                                   |
| ...                | ...                                                                                                                                                                          | ...                                                                                                 |
| n                  | 1, 2, 5, 10, 17, ...<br>1, 3, 5, 7, ...<br>2, 2, 2, ...<br>$U_n = 1 + \frac{(n-1)}{2}(2a_2 + (n-2)b_2)$<br>$U_n = 1 + \frac{(n-1)}{2}(2(1) + (n-2)2)$<br>$U_n = 1 + (n+1)^2$ | 1, 3, 5, 7, 9, ...<br>2, 2, 2, 2, ...<br>$U_n = a + (n-1)b$<br>$U_n = 1 + (n-1)2$<br>$U_n = 2n - 1$ |
|                    | Sehingga untuk bilangan 2015<br>$U_n = 1 + (n-1)^2$<br>$2015 = 1 + (n-1)^2$<br>$2014 = (n-1)^2$<br>Karena 2015 terletaknya bukan anggota himpunan yang pertama pada himpunan |                                                                                                     |



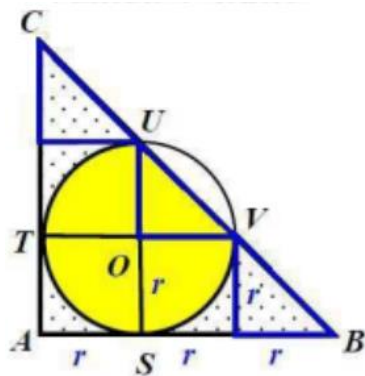
|          |                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                    |
|----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|          | <p>ke-n, maka mencari bilangan <math>&lt; 2015</math> yang merupakan akar pangkat sempurna, yaitu 1936, sehingga menjadi</p> $(n - 1)^2 = 1936$ $n - 1 = 44$ $n = 45$ |                                                                                                                                                                                                    |
| $n = 45$ | $U_n = 1 + (n - 1)^2$ $U_{45} = 1 + (45 - 1)^2$ $U_{45} = 1 + (44)^2$ $U_{45} = 1 + 1936$ $U_{45} = 1937$                                                             | <p>Karena <math>n = 45</math>, maka banyak anggota pada suku ke-45 adalah</p> $U_n = 2n - 1$ $U_{45} = 2(45) - 1$ $U_{45} = 89$ <p>Sehingga urutan anggotanya terletak pada</p> $2015 - 1937 = 78$ |

Jadi, Bilangan 2015 berada pada suku/himpunan ke-45

Dan anggota himpunan bilangan 2015 terletak di urutan ke-78

## 7. Jawaban :

Perhatikan gambar berikut!



Perhatikan  $\triangle VOU$  (ada 3 segitiga warna biru) adalah segitiga sama kaki dengan ukuran kaki-kakinya  $= r$

$$\begin{aligned} \text{Luas daerah TSVU (warna kuning)} &= \frac{3}{4} \text{ Luas lingkaran} + \text{Luas } \triangle VOU \\ &= \frac{3}{4} \times \pi r^2 + \frac{1}{2} \times r^2 \end{aligned}$$

Kemudian mencari luas  $\triangle ABC$ , yaitu:

$$\text{Luas } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 3r \times 3r$$



$$= \frac{9}{2}r^2$$

$$\begin{aligned}\text{Sehingga, Luas yang diarsir} &= \text{Luas } \triangle ABC - \text{Luas daerah TSVU (warna kuning)} \\ &= \frac{9}{2}r^2 - \left( \frac{3}{4} \times \pi r^2 + \frac{1}{2} \times r^2 \right) \\ &= \frac{1}{4}r^2(16 - 3\pi)\end{aligned}$$

Jadi, luas daerah yang diarsir adalah  $= \frac{1}{4}r^2(16 - 3\pi)$  satuan luas

## 8. Jawaban :

Diketahui terdiri dari 5 orang yang akan dilegaskan dari 10 siswa laki-laki dan 10 siswa Perempuan. Syarat dari peserta terpilih sedikit ada 1 orang siswa laki-laki.

Berdasarkan informasi tersebut, maka ada 5 kemungkinan yang akan terjadi, yakni:

1) Apabila yang terpilih 1 siswa laki-laki, maka ada 4 perempuan yang terpilih, sehingga banyak cara yang mungkin adalah

$${}_{10}C_1 \times {}_{10}C_4 = 10 \times \frac{10!}{(10-4)! \times 4!} = 10 \times \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 10 \times (10 \times 3 \times 7) = 2100$$

2) Apabila yang terpilih 2 siswa laki-laki, maka ada 3 perempuan yang terpilih, sehingga banyak cara yang mungkin adalah

$${}_{10}C_2 \times {}_{10}C_3 = \frac{10!}{(10-2)! \times 2!} \times \frac{10!}{(10-3)! \times 3!} = \frac{10 \times 9}{2 \times 1} \times \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 45 \times (10 \times 3 \times 4) = 5400$$

3) Apabila yang terpilih 3 siswa laki-laki, maka ada 2 perempuan yang terpilih, sehingga banyak cara yang mungkin adalah

$${}_{10}C_3 \times {}_{10}C_2 = \frac{10!}{(10-3)! \times 3!} \times \frac{10!}{(10-2)! \times 2!} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} \times \frac{10 \times 9}{2 \times 1} = (10 \times 3 \times 4) \times 45 = 5400$$

4) Apabila yang terpilih 4 siswa laki-laki, maka ada 1 perempuan yang terpilih, sehingga banyak cara yang mungkin adalah

$${}_{10}C_4 \times {}_{10}C_1 = \frac{10!}{(10-4)! \times 4!} \times 10 = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1} \times 10 = (10 \times 3 \times 7) \times 10 = 2100$$

5) Apabila yang terpilih 5 siswa laki-laki, maka ada 0 perempuan yang terpilih, sehingga banyak cara yang mungkin adalah

$${}_{10}C_5 = \frac{10!}{(10-5)! \times 5!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 2 \times 9 \times 2 \times 7 = 252$$

Dengan demikian banyak cara seluruhnya =  $2100 + 5400 + 5400 + 2100 + 252 = 15252$ .

Jadi, banyak cara untuk memilih delegasi tersebut adalah 15252.

## 9. Jawaban:

Diketahui persamaan kuadrat  $2x^2 + (c - 2015)x + 168 = 0$



Jika  $x_1$  dan  $x_2$  adalah memiliki akar-akar penyelesaian dari persamaan tersebut, maka berlaku hubungan antara  $x_1$  dan  $x_2$  adalah sebagai berikut.

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \text{ dan } x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Oleh karena  $a = 2$  dan  $c = 128$ , maka akar prima 2 tidak mungkin terpenuhi. Sehingga akar prima yang mungkin adalah bilangan prima selain 2, yakni sebagai berikut.

- 1) Untuk salah satu akarnya bilangan 3, maka  $\frac{168}{3} = 56$ , sehingga persamaannya menjadi

$$2x^2 + (c - 2015)x + 168 = 0 \Rightarrow (2x - 56)(x - 3) = 2x^2 - 62x + 168 = 0$$

$$\text{Sehingga } (c - 2015) = -62 \Rightarrow c = 2015 - 62 = 1953$$

- 2) Untuk salah satu akarnya 5, maka  $\frac{168}{5}$ , sehingga persamaannya menjadi

$$2x^2 + (c - 2015)x + 168 = 0 \Rightarrow \left(2x - \frac{168}{5}\right)(x - 5) = 2x^2 - \frac{218}{5}x + 168 = 0$$

$$\text{Sehingga } (c - 2015) = -\frac{218}{5} \Rightarrow c = 2015 - \frac{218}{5} = \frac{9857}{5} = 1971,4$$

- 3) Untuk salah satu akarnya 7, maka  $\frac{168}{7} = 24$ , sehingga persamaannya menjadi

$$2x^2 + (c - 2015)x + 168 = 0 \Rightarrow (2x - 24)(x - 7) = 2x^2 - 38x + 168 = 0$$

$$\text{Sehingga } (c - 2015) = -38 \Rightarrow c = 2015 - 38 = 1977$$

- 4) Untuk salah satu akarnya 11, maka  $\frac{168}{11}$ , sehingga persamaannya menjadi

$$2x^2 + (c - 2015)x + 168 = 0 \Rightarrow \left(2x - \frac{168}{11}\right)(x - 11) = 2x^2 - \frac{410}{11}x + 168 = 0$$

$$\text{Sehingga } (c - 2015) = -\frac{410}{11} \Rightarrow c = 2015 - \frac{410}{11} = \frac{21755}{11} = 1977,727$$

- 5) Untuk salah satu akarnya 13, maka  $\frac{168}{13}$ , sehingga persamaannya menjadi

$$2x^2 + (c - 2015)x + 168 = 0 \Rightarrow \left(2x - \frac{168}{13}\right)(x - 13) = 2x^2 - \frac{506}{13}x + 168 = 0$$

$$\text{Sehingga } (c - 2015) = -\frac{506}{13} \Rightarrow c = 2015 - \frac{506}{13} = \frac{25689}{13} = 1976,077$$

- 6) Untuk salah satu akarnya 17, maka  $\frac{168}{17}$ , sehingga persamaannya menjadi

$$2x^2 + (c - 2015)x + 168 = 0 \Rightarrow \left(2x - \frac{168}{17}\right)(x - 17) = 2x^2 - \frac{746}{17}x + 168 = 0$$

$$\text{Sehingga } (c - 2015) = -\frac{746}{17} \Rightarrow c = 2015 - \frac{746}{17} = \frac{33509}{17} = 1971,117$$

Dengan demikian, dari uraian ke-6 bilangan prima di atas didapat bahwa nilai  $c$  terbesar Ketika bilangan prima bernilai 11.

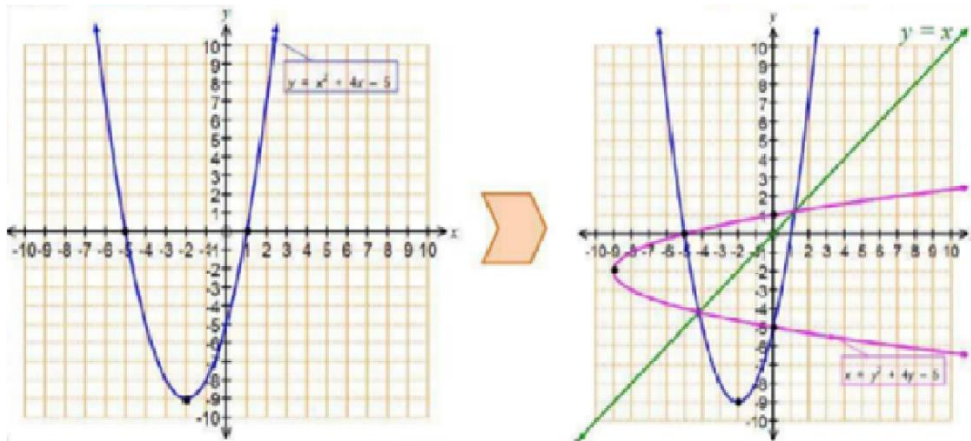
Jadi, nilai  $c$  terbesar yang mungkin adalah  $\frac{21755}{11}$  atau 1977,727

## 10. Jawaban :

Diketahui persamaan parabola  $y = x^2 + 4x - 5$ ,



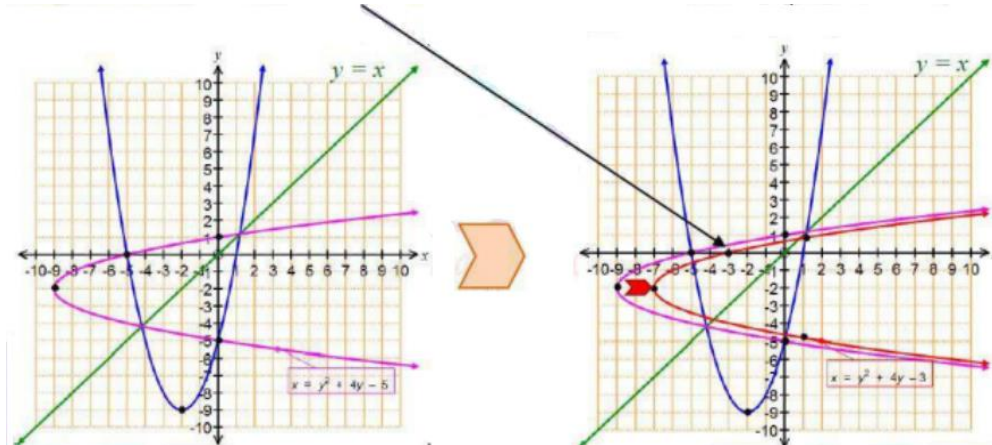
Kemudian dicerminkan terhadap garis  $y = x$ , artinya kurvanya menjadi  $y = x^2 + 4x - 5$



Kemudian digeser ke arah sumbu-X positif sejauh 2 satuan, artinya titik potong pada sumbu-X menjadi di titik  $(-5 + 2, 0) : (-3, 0)$  sehingga persamaannya menjadi

$$x = y^2 + 4y + (-5 + 2)$$

$$x = y^2 + 4y - 3$$



## 11. Jawaban:

Diketahui himpunan  $A = \{11, 12, 13, \dots, 30\}$ .

Kemudian akan dipilih 4 anggota sehingga jumlah semua anggota tersebut habis dibagi 4. Hal ini kita bisa menggunakan prinsip hasil dibagi suatu bilangan, yaitu suatu bilangan bila dibagi 4 mempunyai sisa pembagi sebanyak 4, yaitu 0, 1, 2, dan 3 dengan rincian sebagai berikut:

- 1) Himpunan yang sisa pembagiannya 0 dimisalkan K, sehingga  $K = \{12, 16, 20, 24, 28\}$
- 2) Himpunan yang sisa pembagiannya 1 dimisalkan L, sehingga  $L = \{13, 17, 21, 25, 29\}$
- 3) Himpunan yang sisa pembagiannya 2 dimisalkan M, sehingga  $M = \{14, 18, 22, 26, 30\}$
- 4) Himpunan yang sisa pembagiannya 3 dimisalkan N, sehingga  $N = \{11, 15, 19, 23, 27\}$





Dengan demikian, banyak himpunan bagian dari A yang memiliki 4 anggota sehingga jumlah semua anggota tersebut habis dibagi 4 terdiri dari 3 kasus berbeda, yakni sebagai berikut:

Kasus 1: 4 anggota dari himpunan K, L, M dan N

a. Kemungkinan I: Himpunan K

Karena banyaknya anggota himpunan K ada sebanyak 5 bilangan, maka untuk mengetahui banyaknya jumlah 4 bilangan berbeda habis dibagi 4, sama halnya dengan Menyusun 4 bilangan berbeda dari 5 bilangan yang tersedia, yaitu  ${}_5C_4 = 5$ .

Contoh:  $12 + 16 + 20 + 24 = 72$ .

b. Kemungkinan II: Himpunan L

Karena banyaknya anggota himpunan L ada sebanyak 5 bilangan, maka banyak cara yang mungkin adalah  ${}_5C_4 = 5$ .

Contoh:  $13 + 17 + 21 + 25 = 76$

c. Kemungkinan III: Himpunan M

Karena banyaknya anggota himpunan M ada sebanyak 5 bilangan, maka banyak cara yang mungkin adalah  ${}_5C_4 = 5$ .

Contoh:  $14 + 18 + 22 + 26 = 80$

d. Kemungkinan IV: Himpunan N

Karena banyaknya anggota himpunan N ada sebanyak 5 bilangan, maka banyak cara yang mungkin adalah  ${}_5C_4 = 5$ .

Contoh:  $11 + 15 + 19 + 23 = 68$

Kasus 2: 2 anggota dari Himpunan tertentu dengan 2 anggota himpunan lainnya.

a. Kemungkinan I: 2 anggota dari Himpunan K dan 2 anggota dari Himpunan M

Untuk mengetahui banyaknya jumlah 4 bilangan berbeda habis dibagi 4, sama halnya dengan Menyusun 4 bilangan berbeda dari 2 masing-masing bilangan yang tersedia di Himpunan K dan M, yaitu  ${}_5C_2 \times {}_5C_2 = 10 \times 10 = 100$

Contoh:  $12 + 16 + 14 + 18 = 60$

b. Kemungkinan II: 2 anggota dari Himpunan L dan 2 anggota dari himpunan N

Untuk mengetahui banyaknya jumlah 4 bilangan berbeda habis dibagi 4, sama halnya dengan Menyusun 4 bilangan berbeda dari 2 masing-masing bilangan yang tersedia di himpunan L dan N, yaitu  ${}_5C_2 \times {}_5C_2 = 10 \times 10 = 100$



Contoh:  $13 + 17 + 11 + 15 = 56$

Kasus 3: 2 anggota dari himpunan tertentu, 1 anggota dari himpunan lainnya dan 1 anggota lagi dari himpunan lainnya yang lain.

- a. Kemungkinan I: 2 anggota dari himpunan K dengan 1 anggota dari himpunan L dan 1 anggota dari himpunan N  
Sehingga, banyak cara yang mungkin adalah  ${}_5C_2 \times {}_5C_1 \times {}_5C_1 = 10 \times 5 \times 5 = 250$ .

Contoh:  $12 + 16 + 13 + 11 = 52$

- b. Kemungkinan II: 2 anggota dari himpunan L dengan 1 anggota dari himpunan M dan 1 anggota dari himpunan K  
Sehingga, banyak cara yang mungkin adalah  ${}_5C_2 \times {}_5C_1 \times {}_5C_1 = 10 \times 5 \times 5 = 250$

Contoh:  $13 + 17 + 14 + 12 = 56$

- c. Kemungkinan III: 2 anggota dari himpunan M dengan 1 anggota dari himpunan N dan 1 anggota dari himpunan L  
Sehingga, banyak cara yang mungkin adalah  ${}_5C_2 \times {}_5C_1 \times {}_5C_1 = 10 \times 5 \times 5 = 250$

Contoh:  $14 + 18 + 11 + 13 = 56$

- d. Kemungkinan IV: 2 anggota dari himpunan N dengan 1 anggota dari himpunan K dan 1 anggota dari himpunan M  
Sehingga, banyak cara yang mungkin adalah  ${}_5C_2 \times {}_5C_1 \times {}_5C_1 = 10 \times 5 \times 5 = 250$

Contoh:  $11 + 15 + 12 + 14 = 52$

Oleh karena itu, total banyaknya cara seluruh kasus yang ada adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \text{Banyaknya kasus } 1 + \text{banyak kasus } 2 + \text{banyak kasus } 3 &= 5 \times 4 + 100 \times 2 + 250 \times 4 \\ &= 20 + 200 + 1.000 \\ &= 1.220 \end{aligned}$$

Jadi, banyak himpunan bagian dari A yang memiliki 4 anggota sehingga jumlah semua anggota tersebut habis dibagi 4 adalah 1.220 cara.

## 12. Jawaban :

Perhatikan hal yang diketahui pada gambar persegi ABCD dan persegi Panjang EFGH.

Diketahui

(1)  $BJ : CJ = 1 : 5$  dan  $BC = BJ + CJ = 12 \text{ cm}$

Sehingga didapat  $BJ = 2 \text{ cm}$  dan  $CJ = 10 \text{ cm}$

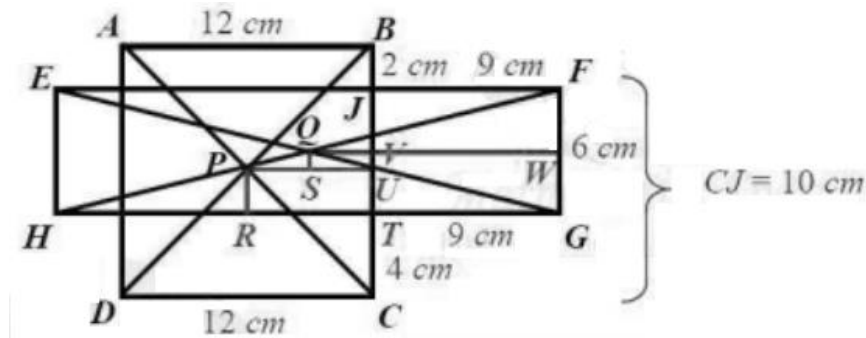
(2)  $AB : FJ : FG = 4 : 3 : 2 \Rightarrow AB : FJ : FG = 4x : 3x : 2x$  ( $x$  bilangan bulat)

$$\Rightarrow AB = 12 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow AB = 12 = 4x \Rightarrow x = 3 \text{ cm}$$

Sehingga didapat  $FJ = 9$  cm dan  $FG = 6$  cm

Kemudian perhatikan ilustrasi gambar berikut



Perhatikan panjang  $CJ = 10$  cm,  $FG = 6$  cm dan  $BC = 12$  cm  $\Rightarrow CT = JC - FG = 10 - 6 = 4$  cm

Perhatikan Panjang CU = 6 cm, panjang VT = WG =  $\frac{1}{2} \times FG = \frac{1}{2} \times 6 = 3$  cm

dan Panjang PR = UT = CU – CT = 6 – 4 = 2 cm

Sehingga didapat dan Panjang QS = VU = VT – UT = 3 – 2 = 1 cm

Kemudian persegi  $\triangle PSQ$ .

Terlebih dulu perhatikan Panjang  $PU = RT = 6$  cm dan  $QV = SU = QW - JF = 12 - 9 = 3$  cm

Sehingga didapat Panjang PS = PU – SU = 6 – 3 = 3 cm

Dengan demikian Panjang PQ =  $\sqrt{PS^2 + QS^2} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10}$  cm

Jadi, Panjang PQ adalah  $\sqrt{10}$  cm

**13. Jawaban :**

Bilangan prima kurang dari 100 adalah sebagai berikut.

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 2  | 3  | 5  | 7  | 11 | 13 | 17 | 19 | 23 | 29 | 31 | 37 |    |
| 41 | 43 | 47 | 53 | 59 | 61 | 67 | 71 | 73 | 79 | 83 | 89 | 97 |

Bilangan prima kurang dari 100 adalah sebanyak 25, sehingga Menyusun 2 bilangan dari 25 sebanyak  ${}_{25}C_2 = 300$

Kemudian kita mencari dua bilangan prima Ketika dijumlah juga bilangan prima apabila bilangan prima tersebut dijumlah dengan bilangan prima 2, yakni yang memenuhi adalah sebagai berikut



|               |
|---------------|
| $2 + 3 = 5$   |
| $2 + 5 = 7$   |
| $2 + 11 = 13$ |
| $2 + 17 = 19$ |
| $2 + 29 = 31$ |
| $2 + 41 = 43$ |
| $2 + 59 = 61$ |
| $2 + 71 = 73$ |

Sehingga peluang menang yang mungkin adalah

$$\frac{8}{{}_{25}C_2} = \frac{8}{300} = \frac{2}{75}$$

Dan peluang tidak menang yang mungkin adalah

$$\frac{300 - 8}{300} = \frac{292}{300} = \frac{73}{75}$$

Diketahui seorang pemain akan memenangkan permainan, jika ia berhasil mendapatkan jumlah prima pada maksimal pengambilan ke tiga

Ada 3 kasus yang mungkin didapat, yakni sebagai berikut

Kasus 1: menang pada pengambilan yang pertama, yakni

$$\text{Sehingga peluang yang mungkin adalah } \frac{2}{75}$$

Kasus 2: menang pada pengambilan yang kedua, yakni

$$\text{Sehingga peluang yang mungkin adalah } \frac{73}{75} \times \frac{2}{75} = \frac{146}{5625}$$

Kasus 3: menang pada pengambilan yang ketiga, yakni

$$\text{Sehingga peluang yang mungkin adalah } \frac{73}{75} \times \frac{73}{75} \times \frac{2}{75} = \frac{10658}{421875}$$

Dengan demikian peluang seluruhnya

$$= \frac{2}{75} + \frac{146}{5625} + \frac{10658}{421875} = \frac{2 \times 75 \times 75 + 146 \times 75 + 10658}{421875} = \frac{32858}{421875}$$

Jadi, peluang seorang pemain memenangkan permainan tersebut adalah  $\frac{32858}{421875}$