



PEMBAHASAN  
OSK MATEMATIKA SMP  
TAHUN 2021

1. Jawaban : C

Luas tenda A = 2 kali luas depan + Luas atap

$$\begin{aligned} &= 2 \times \left( 3 \times 0,5 + \frac{3}{2} \times 1,5 \right) + \left( 2 \times 0,5 + 2 \times (1,5\sqrt{2}) \right) \times 6 \\ &= \left( 3 + \frac{9}{2} \right) + (6 + 18\sqrt{2}) \\ &= \left( \frac{15}{2} \right) + (6 + 18\sqrt{2}) \end{aligned}$$

Luas tenda B = 2 kali luas depan + Luas atap

$$\begin{aligned} &= 2 \times \frac{1}{2} \times 3 \times 2 + (2 \times 2,5) \times p \\ &= 6 + 5p \end{aligned}$$

Luas tenda B = luas tenda A

$$\begin{aligned} 6 + 5p &= \left( \frac{15}{2} \right) + (6 + 18\sqrt{2}) \\ 5p &= \frac{15}{2} + 18\sqrt{2} \Leftrightarrow p = \frac{3}{2} + \frac{18}{5}\sqrt{2} \end{aligned}$$

2. Jawaban : C

$p \times q - r \times s$  merupakan bilangan ganjil apabila  $p \times q$  ganjil dan  $r \times s$  genap atau sebaliknya.  $p \times q$  ganjil apabila  $p$  dan  $q$  kedua-duanya ganjil (3,3), (3,5), (5,3) dan (5,5) sebanyak 4 cara. Sementara  $r \times s$  genap apabila salah satu atau kedua bilangannya merupakan bilangan genap (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (3,2), (3,4), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (5,2), dan (5,4) sebanyak 12 cara.

3. Jawaban : D

$-ax^2 + bx + c = 0$  mempunyai akar-akar -1 dan 2



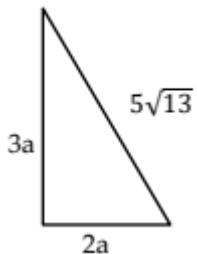


$x_1 + x_2 = -\frac{b}{-a} = -1 + 2 = 1$ , sehingga diperoleh  $b = a$

$x_1 \times x_2 = -\frac{c}{-a} = -1 \times 2 = -2$ , sehingga diperoleh  $c = 2a$

$$\frac{3b+4c}{a} = \frac{3a+4(2a)}{a} = \frac{11a}{a} = 11$$

#### 4. Jawaban : D



Dengan teorema Pythagoras diperoleh:

$$(2a)^2 + (3a)^2 = (5\sqrt{13})^2 \Leftrightarrow 13a^2 = 25 \times 13 \Leftrightarrow a^2 = 25$$

$$\begin{aligned} \text{Luas segitiga} &= \frac{1}{2} \times (2a) \times (3a) = 3a^2 \\ &= 3 \times 25 \\ &= 75 \text{ satuan} \end{aligned}$$

#### 5. Jawaban : B

Misalkan ketiga bilangan tersebut adalah  $a - 1$ ,  $a$ ,  $a + 1$

$$(a - 1) \times a \times (a + 1) = 16[(a - 1) + a + (a + 1)]$$

$$a(a^2 - 1) = 48a$$

$$a^2 - 1 = 48 \Leftrightarrow a^2 = 49 \Leftrightarrow a = 7$$

Jadi, ketiga bilangan tersebut adalah 6, 7, dan 8 sehingga jumlah kuadrat ketiga bilangannya adalah  $6^2 + 7^2 + 8^2 = 36 + 49 + 64 = 149$

#### 6. Jawaban : D





$$xy = 15 \Leftrightarrow x = \frac{15}{y}$$

$$(2x - y)^4 = 1 \Leftrightarrow 2x - y = 1 \text{ atau } 2x - y = -1$$

$$2x - y = 1 \Leftrightarrow 2\left(\frac{15}{y}\right) - y = 1 \Leftrightarrow 30 - y^2 = y \Leftrightarrow y^2 + y - 30 = 0$$

$$\Leftrightarrow (y + 6)(y - 5) = 0$$

Diperoleh nilai  $y = -6$  dan  $y = 5$

$$2x - y = -1 \Leftrightarrow 2\left(\frac{15}{y}\right) - y = -1 \Leftrightarrow 30 - y^2 = -y \Leftrightarrow y^2 - y - 30 = 0$$

$$\Leftrightarrow (y + 5)(y - 6) = 0$$

Diperoleh nilai  $y = -5$  dan  $y = 6$

Jadi, jumlah kuadrat semua nilai  $y$  yang mungkin adalah

$$(-5)^2 + 6^2 + (-6)^2 + 5^2 = 25 + 36 + 36 + 25 = 122$$

## 7. Jawaban : A

Dari 1 sampai 10 terdapat 8 bilangan yakni 1, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10

Berarti, dari 1 sampai 100 terdapat  $8^2 = 64$  bilangan, dan dari 1 sampai 1000 terdapat  $8^3 = 512$  bilangan.

Dari 1 sampai 500 terdapat  $4 \times 8^2 = 256$  bilangan

Dari 1 sampai 70 terdapat  $5 \times 8 = 40$  bilangan

Dari 1 sampai 8 terdapat 6 bilangan.

Jadi bilangan 1578 seharusnya  $8^3 + 4 \times 8^2 + 5 \times 8 + 6 = 512 + 256 + 40 + 6 = 814$ .

## 8. Jawaban : C atau D

Misalkan kelima data tersebut adalah  $a, 5, 5, b, c$  dengan  $a \leq 5 \leq b < c$

Jika  $c = 10$  maka  $a + b = 10$  dipenuhi oleh (2,8), (3,7), (4,6), (5,5)

Jika  $c = 9$  maka  $a + b = 11$  dipenuhi oleh (3,8), (4,7), (5,6)





Jika  $c = 8$  maka  $a + b = 12$  dipenuhi oleh (5,7)

Dari 8 kemungkinan tersebut, apabila ditambahkan sebuah bilangan yang tidak lebih dari 5, maka mediannya adalah 5. Namun, jika ditambahkan dengan bilangan tidak kurang dari 5 dan tidak lebih dari 10, maka mediannya di atas 5.

Pilih data 2, 5, 5, 8, 10 dan data tambahannya 9, maka data baru yang terbentuk adalah 2, 5, 5, 8, 9, 10 dengan median  $\frac{5+8}{2} = 6,5$

#### 9. Jawaban : B

Misalkan bilangan tersebut adalah  $abcd$  dengan  $a, d$  bilangan genap, maka kemungkinan nilai  $a$  adalah 2, 4, 6, 8 (4 bilangan) dan kemungkinan nilai  $d$  adalah 0 atau salah satu dari 3 bilangan yang tidak mewakili  $a$  (4 bilangan). Nilai  $b$  kemungkinannya adalah 1, 3, 5, 7, 9, atau salah satu dari 3 bilangan yang tidak mewakili  $a$  dan  $b$  (8 bilangan). Sedangkan  $c$  adalah salah satu dari 7 bilangan yang tidak mewakili  $b$ .

Jadi banyak bilangan yang dapat disusun adalah  $4 \times 8 \times 7 \times 4 = 896$

#### 10. Jawaban : A

Memulai dari titik P, bus A melalui titik X untuk ke- $n$  kalinya setelah  $6n - 3$  menit.

Memulai dari titik Q, bus B melalui titik X untuk ke- $m$  kalinya setelah  $10m - 5$  menit

Memulai dari titik R, bus C melalui titik X untuk ke- $p$  kalinya setelah  $14p - 7$  menit

#### Pertemuan bus A dan bus B di X

$$6n - 3 = 10m - 5 \Leftrightarrow 6n + 2 = 10m \text{ dipenuhi oleh } n = 3 \text{ dan } m = 2$$

Untuk  $n = 3$  diperoleh  $6n - 3 = 15$ . Hal ini berarti bahwa bus A dan B pertama kali bertemu di X pada menit ke 15 dan selanjutnya bertemu kembali setelah  $\text{KPK}(6, 10) = 30$  menit, atau bentuk umumnya  $15 + 30(k - 1) = 30k - 15$

Antara pukul 17.00 – 22.00, bus A dan B bertemu pada pukul 17.15, 17.45, 18.15, 18.45, 19.15, 19.45, 20.15, 20.45, 21.15, 21.45, sebanyak 10 kali

#### Pertemuan bus B dan bus C di X

$$10m - 5 = 14p - 7 \Leftrightarrow 10m + 2 = 14p \text{ dipenuhi oleh } m = 4 \text{ dan } p = 3$$





Untuk  $m = 4$  diperoleh  $10m - 5 = 35$ . Hal ini berarti bahwa bus B dan C pertama kali bertemu di X pada menit ke 35 dan selanjutnya bertemu kembali setelah  $\text{KPK}(10, 14) = 70$  menit, atau bentuk umumnya  $35 + 70(t - 1) = 70t - 35$

Antara pukul 17.00 – 22.00, bus B dan C bertemu pada pukul 17.05, 18.15, 19.25, 20.35, 21.45, sebanyak 5 kali

### **Pertemuan bus A dan bus C di X**

$$6n - 3 = 14p - 7 \Leftrightarrow 6n + 4 = 14p \text{ dipenuhi oleh } n = 4 \text{ dan } p = 2$$

Untuk  $n = 4$  diperoleh  $6n - 3 = 21$ . Hal ini berarti bahwa bus A dan C pertama kali bertemu di X pada menit ke 21 dan selanjutnya bertemu kembali setelah  $\text{KPK}(6, 14) = 42$  menit, atau bentuk umumnya  $21 + 42(s - 1) = 42s - 21$

Antara pukul 17.00 – 22.00, bus A dan C bertemu pada pukul 17.33, 18.15, 18.57, 19.39, 20.21, 21.03, 21.45, sebanyak 7 kali

Karena ketiga bus bertemu di X pada pukul 18.15 dan 21.45, maka 2 atau 3 bus bertemu di X sebanyak  $10 + 5 + 7 - 4 = 18$  kali

### **11. Jawaban : B**

$$\frac{27}{5} = 5 + \frac{2}{5} = 5 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}} = 5 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1+1}} = A + \frac{1}{B + \frac{1}{C+1}}$$

Jadi, nilai dari  $A \times B \times C = 5 \times 2 \times 1 = 10$

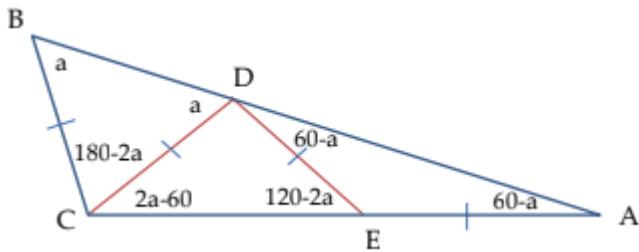
### **12. Jawaban : C**

Misalkan a, b, c, d kelompok istri dan A, B, C, D kelompok suami, maka setiap susunan yang terbentuk a di kiri A, b di kiri B, c di kiri C dan d di kiri D, sehingga banyak urutan vaksin berbeda yang mungkin adalah:

$$\frac{8!}{2! 2! 2! 2!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 2520 \text{ cara}$$

### **13. Jawaban : D**





Perhatikan gambar.

$$\angle DCE = \angle DEC \Leftrightarrow 2a - 60 = 120 - 2a$$

$$\Leftrightarrow 4a = 180 \Leftrightarrow a = 45^\circ$$

Jadi,  $\angle ABC = 45^\circ$

#### 14. Jawaban : A

Jika  $n = 81$  maka luas ubin  $= 81p^2$ , dan ukuran sisi lantai  $= 9p + 10q$

$$\frac{\text{luas ubin}}{\text{luas lantai}} = \frac{(9p^2)}{(9p+10q)^2} = \frac{64}{100} = \frac{8^2}{10^2} \Leftrightarrow 90p = 8(9p + 10q)$$

$$\Leftrightarrow 90p = 72p + 80q$$

$$\Leftrightarrow 18p = 80q$$

$$\Leftrightarrow \frac{p}{q} = \frac{80}{18} = \frac{40}{9}$$

#### 15. Jawaban : C

A dan B mendapat giliran ronda setiap KPK(4,5) = 20 hari

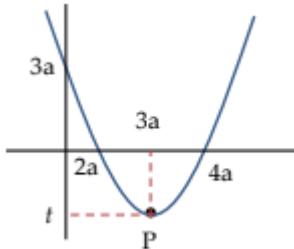
C mendapat giliran ronda setiap 6 hari. A dan B bersama-sama ronda tanggal 1 Januari dan C ronda 2 hari kemudian. Hal ini berarti A, B dan C pertama kali ronda bersama-sama pada tanggal 21 Januari 2021.

A, B, dan C bersama-sama ronda setiap KPK(4,5,6) = 60 hari, setelah 21 Januari 2021.

Pertemuan kedua terjadi pada tanggal 22 Maret 2021, dan pertemuan ketiga terjadi pada tanggal 21 Mei 2021



### 16. Jawaban : D



Fungsi kuadrat yang melalui titik  $(2a, 0)$  dan  $(4a, 0)$  adalah  $y = m(x - 2a)(x - 4a)$

Fungsi melalui titik  $(0, 3a)$ , sehingga:

$$3a = m(0 - 2a)(0 - 4a)$$

$$3a = m(-2a)(-4a) \Leftrightarrow m = \frac{3}{8a}$$

Jadi, fungsi kuadrat tersebut adalah  $y = \frac{3}{8a}(x - 2a)(x - 4a)$

Untuk  $x = 3a$  diperoleh:

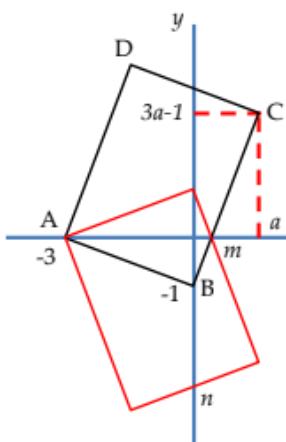
$$t = \frac{3}{8a}(3a - 2a)(3a - 4a)$$

$$= \frac{3}{8a}(a)(-a) = -\frac{3a}{8}$$

Agar supaya jarak P ke sumbu x lebih dari 3, maka  $t < -3$ , sehingga:

$$-\frac{3a}{8} < -3 \Leftrightarrow 3a > 24 \Leftrightarrow a > 8$$

### 17. Jawaban : A



$m_{AB} = -\frac{1}{3}$ . Karena  $AB \perp BC$ , maka  $m_{BC} = 3$ .

Persamaan garis  $BC$ ,  $y = 3x + c$ , melalui  $(0, -1)$ ,

Sehingga  $BC$ ;  $y = 3x - 1$

Titik potong  $BC$  ke sumbu  $x$  adalah  $(m, 0)$ , sehingga





$$0 = 3m - 1 \Leftrightarrow m = \frac{1}{3}$$

Misalkan kordinat  $C(a, 3a - 1)$

$$\text{Panjang } AB = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$$

Karena luas  $ABCD = 20$ , maka panjang  $BC = 2\sqrt{10}$

$$BC = \sqrt{(3a)^2 + a^2} = a\sqrt{10} = 2\sqrt{10} \Leftrightarrow a = 2$$

Garis  $CD$  melalui  $C(2,5)$  dan sejajar  $AB$ , sehingga

$$CD; y = -\frac{1}{3}x + c \Leftrightarrow 5 = -\frac{2}{3} + c \Leftrightarrow c = \frac{17}{3}$$

Garis  $CD$  memotong sumbu  $y$  di titik  $(0, \frac{17}{3})$  dan pencerminan titik itu terhadap sumbu  $x$  adalah  $(0, -\frac{17}{3})$  sehingga  $n = -\frac{17}{3}$ . Jadi,  $3(m + n) = 3\left(\frac{1}{3} + \left(-\frac{17}{3}\right)\right) = -16$

#### 18. Jawaban : C

Misalkan Andy mempunyai uang sebanyak  $a$  dan keempat adiknya berturut-turut  $b, c, d$ , dan  $e$ , maka diperoleh hubungan

$$b = \frac{1}{2}a, c = \frac{1}{3}a, d = \frac{1}{4}a, e = \frac{1}{5}a$$

Semua uang merupakan bilangan bulat kelipatan ribuan. Misalkan  $a = 60.000k$ , maka kelima anak tersebut memiliki uang berturut-turut:

$$60.000k, 30.000k, 20.000k, 15.000k \text{ dan } 12.000k$$

Bendy dan Cindy mempunyai selisih uang sebesar Rp20.000

Untuk  $k = 1$  tidak terdapat dua anak yang selisih uangnya Rp20.000

Untuk  $k = 2$ , uang mereka: 120.000, 60.000, 40.000, 30.000, 24.000 terdapat dua anak yang selisih uangnya Rp20.000, sehingga besaran terkecil uang Andy adalah Rp120.000

#### 19. Jawaban : C

$$x^{2021} + y^2 = 4y - 3 \Leftrightarrow y^2 - 4y + (x^{2021} + 3) = 0$$



Persamaan di atas memiliki solusi bilangan bulat apabila  $D \geq 0$ , dan  $D = m^2$

$$D = (-4)^2 - 4(x^{2021} + 3) = 4(1 - x^{2021}) \geq 0$$

Karena  $x$  merupakan bilangan bulat positif, maka nilai  $x$  yang memenuhi hanya  $x = 1$ , sehingga persamaan kuadrat yang memenuhi adalah

$$y^2 - 4y + 4 = 0 \Leftrightarrow (y - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow y = 2$$

Jadi, banyak pasangan  $(x,y)$  yang memenuhi hanyalah 1 yaitu  $(2,1)$

## 20. Jawaban C

$f(B)$  adalah barisan yang terbentuk dari selisih setiap dua suku berurutan dari  $B$ , maka  $f(f(B))$  merupakan barisan yang terbentuk dari selisih dua suku berurutan dari  $f(B)$ .

Karena  $f(f(B)) = c = 3$ , maka  $B$  merupakan barisan berderajat 2.

$$B: \quad a + b + c \quad 4a + 2b + c \quad 9a + 3b + c \quad 16a + 4b + c$$

$$f(B): \quad -3a - b \quad -5a - b \quad -7a - b$$

$$f(f(B)) = 2a = 3$$

Diperoleh  $a = \frac{3}{2}$

Karena  $b_{21} \times b_{42} = b_{21} + b_{42} = 0$ , maka  $b_{21} = 0$  dan  $b_{42} = 0$ , sehingga:

$$B_n = \frac{3}{2} (n - 21)(n - 42)$$

$$\text{Jadi, } B_2 = \frac{3}{2}(2 - 21)(2 - 42) = \frac{3}{2}(-19)(-40) = 1140$$

## 21. Jawaban : C

$$n \equiv 2 \pmod{9} \Leftrightarrow 7n \equiv 14 \pmod{63} \Leftrightarrow 28n \equiv 56 \pmod{63} \dots \dots \dots 2$$

Dari 2) – 1) diperoleh:  $n \equiv 29 \pmod{63}$

Dengan demikian,  $n$  dapat dituliskan ke dalam bentuk  $n = 63x + 29$

$n$  maksimum diperoleh untuk  $x = 15$ , sehingga  $n = 63(15) + 29 = 974$



$n$  minimum diperoleh untuk  $x = 2$ , sehingga  $n = 63(2) + 29 = 155$

Jadi, jumlah nilai maksimum dan minimum dari  $n$  adalah  $155 + 974 = 1129$

## 22. Jawaban : B

2010	2011	2012	2013	2014
B (35%)	A (30%)	D (40%)	A (38%)	A (42%)
E (25%)	C (28%)	C (25%)	B (22%)	D (18%)
D (18%)	B (18%)	E (15%)	C (21%)	E (15%)
5 – 17%	7 – 17%	6 – 14%	1 – 18%	11 – 14%

Penjualan  $E_{maksimum} = 25 + 17 + 15 + 18 + 15 = 90$

Penjualan  $A_{minimum} = 5 + 30 + 6 + 38 + 42 = 121$

Penjualan  $B_{minimum} = 35 + 18 + 6 + 22 + 11 = 92$

Penjualan  $C_{minimum} = 5 + 28 + 25 + 21 + 11 = 90$

Penjualan  $D_{minimum} = 18 + 7 + 40 + 1 + 18 = 84$

Berdasarkan hasil penjualan perusahaan A, B, C, D, dan E, maka banyak perusahaan yang penjualannya pasti lebih besar dari perusahaan E adalah 2 yaitu perusahaan A dan perusahaan B.

## 23. Jawaban : C

Banyak orang yang berpenghasilan kurang dari Rp4.000.000 adalah  $336 + 264 = 600$  orang.

Dari ke 600 orang tersebut, yang memilih investasi reksadana sebanyak 264 orang.

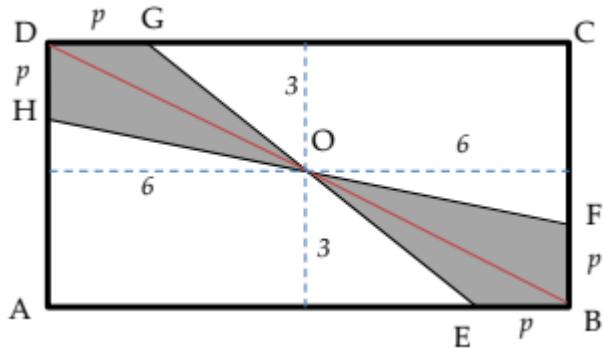
Jadi peluang orang tersebut lebih memilih instrument investasi reksadana adalah

$$P = \frac{264}{600} \times 100\% = 44\%$$

## 24. Jawaban : C

Perhatikan gambar!





$$\begin{aligned}
 \text{Luas arsiran} &= [OGDH] + [OEBF] \\
 &= 2[OGHD] \\
 &= 2([OGD] + [ODH]) \\
 &= 2\left(\frac{1}{2}p(3 + 6)\right) \\
 &= 9p
 \end{aligned}$$

$$\text{Luas arsiran} = 12,5\%[ABCD]$$

$$9p = \frac{125}{1000} \times 6 \times 12$$

$$p = \frac{1}{8} \times \frac{72}{9} = 1$$

### 25. Jawaban : D

Agar jumlah baris pertama dan kedua bernilai genap, maka kedua baris tersebut harus kedua-duanya ganjil atau kedua-duanya genap.

Pada baris ke dua berikut di isi dengan banyak kemungkinan angka yang bisa dituliskan di bawah angka pada baris pertama.

1	2	3	4	5	6	7	8
4 (1,3,5,7)	4 (2,4,6,8)	3	3	2	2	1	1

Jadi, banyaknya cara Bintang mengisi baris kedua sehingga semua bilangan pada baris ketiga merupakan bilangan genap adalah  $4^2 \times 3^2 \times 2^2 \times 1^2 = 24^2 = 576$

