



PEMBAHASAN

OSK MATEMATIKA SMP

TAHUN 2020

1. Jawaban : D

$$2020 = 2^2 \cdot 5 \cdot 101$$

Karena $a \neq b \neq c$, maka a dan b adalah bilangan terkecil yang mungkin

$$\text{Pilih } a = 1, b = 2, c = 5, d = 202 \text{ sehingga diperoleh } \frac{a+b}{c+d} = \frac{1+2}{5+202} = \frac{3}{207} = \frac{1}{69}$$

2. Jawaban : A

$$2019 = 3 \times 673, 2021 = 43 \times 47, 2023 = 7 \times 289$$

3. Jawaban : D

$$a = x + 1, b = x - 2, c = 5$$

$$\frac{1}{3}((x + 1)(x - 2) + 5(x - 2) + 5(x + 1)) = (x - 2)(x + 2)$$

$$\frac{1}{3}(x^2 + 9x - 7) = x^2 - 4$$

$$x^2 + 9x - 7 = 3x^2 - 12$$

$$2x^2 - 9x - 5 = 0 \Leftrightarrow (2x + 1)(x - 5) = 0$$

$$\text{Agar } 2x_1 - 3x_2 \text{ maksimum, pilih } x_1 = 5, x_2 = -\frac{1}{2} \text{ diperoleh } 2x_1 - 3x_2 = 10 + \frac{3}{2} = \frac{23}{2}$$

4. Jawaban :

Diketahui, suku pertama, $a = n, U_n = 3$ dan $S_n = 450$, selisih $b = \dots$?

$$S_n = \frac{n}{2}(a + U_n) \Leftrightarrow 450 = \frac{n}{2}(n + 3) \Leftrightarrow n^2 + 3n - 900 = 0$$

(tidak ada bilangan bulat n yang memenuhi)





5. **Jawaban :**

$$(5x - 3)^2 - 6(5x - 3) = -9 \Leftrightarrow 25x^2 - 30x + 9 - 30x + 18 = -9$$

$$\Leftrightarrow 25x^2 - 60x + 36 = 0$$

$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = \frac{60}{25} = \frac{12}{5}$$

6. **Jawaban : B**

$$\frac{V_t}{V_k} = \frac{\pi R_t^2 t}{\frac{1}{3}\pi R_k^2 t} = \frac{490\pi}{30\pi} \Leftrightarrow \frac{R_t^2}{R_k^2} = \frac{49}{9}$$

$$\Leftrightarrow \frac{R_t}{R_k} = \frac{7}{3} \Leftrightarrow 3R_t = 7R_k$$

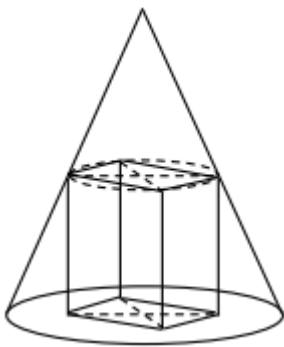
7. **Jawaban : D**

$$CE + DF = ED + FB = CA = 6 \text{ cm}$$

$$\text{Panjang busur } BC = \frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot 6 = 3\pi$$

$$\text{Jadi, keliling bangun yang di arsir adalah } 3\pi + 6 + 6 = 3\pi + 12$$

8. **Jawaban : C**



$$\text{Volum Kerucut} = 600\pi \text{ cm}^3$$

$$\frac{1}{3}\pi \times 10^2 \times t = 600\pi \Leftrightarrow t = 18 \text{ cm}$$

$$\text{Tinggi balok} = 9 \text{ cm}$$



Volum maksimum balok apabila diagonal sisi atas balok sama dengan diameter lingkaran pada sisi atas balok = 10cm.

$$\text{Jadi volum balok} = \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \times 9 = 450 \text{ cm}^3$$

9. Jawaban : D

Koreksi: mungkin pernyataan “susunan duduk para guru dan tamu” maksudnya adalah “susunan lukisan”.

Banyak cara meletakkan 3 lukisan di antara 4 ruang antara 5 lukisan cat minyak adalah C_3^4 cara.

Banyak cara mengatur posisi 3 lukisan cat air adalah $3! = 6$ cara

Banyak cara mengatur posisi 5 lukisan cat minyak adalah $5! = 120$ cara.

Banyak kemungkinan mengatur lukisan dimana lukisan cat air selalu berada di antara 2 cat minyak adalah $4 \times 6 \times 120 = 2880$ cara.

10. Jawaban : D

$$1 \leq \frac{1}{4}n \leq 6 \Leftrightarrow 4 \leq n \leq 24$$

Karena rata-rata dadu yang keluar adalah $\frac{1}{4}n$ maka jumlah mata dadu dalam n pelemparan adalah $\frac{1}{4}n \times n = \frac{n^2}{4}$ merupakan bilangan bulat, sehingga n yang mungkin $\{4, 6, 8, 10, 12, \dots, 24\}$. Median dari data tersebut adalah $\frac{1}{2}(4 + 24) = 14$.

11. Jawaban : A

$$2020 = 2^2 \cdot 5 \cdot 101$$

$$2^{5n} \leq (2^2)^{2020} \Leftrightarrow 5n \leq 4040 \Leftrightarrow n \leq 808. \text{ Maksimum } n \text{ adalah } 808$$

$$5^{2m} \leq 5^{2020} \Leftrightarrow 2m \leq 2020 \Leftrightarrow m \leq 1010. \text{ Maksimum } m \text{ adalah } 1010$$

$$\text{Nilai maksimum } m + 2n = 1010 + 2 \times 808 = 2626$$

$$\text{jumlah digit dari nilai maksimum } m + 2n \text{ adalah } 2 + 6 + 2 + 6 = 16$$





12. Jawaban : C

Jika pilih $a = 3, b = 4, c = 5, d = 6$ maka $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} < 1$ maka nilai a yang mungkin adalah 2.

$$\begin{aligned} \text{Jika } a = 2 \text{ dan } b = 3 \text{ maka } \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} = 1 &\Leftrightarrow \frac{1}{c} + \frac{1}{d} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow 6(c + d) = cd \\ &\Leftrightarrow (c - 6)(d - 6) = 36 \end{aligned}$$

Diperoleh pasangan pasangan $(c, d) = \{(7, 42), (8, 24), (9, 18), (10, 15)\}$

$$\begin{aligned} \text{Jika } a = 2 \text{ dan } b = 4 \text{ maka } \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} = 1 &\Leftrightarrow \frac{1}{c} + \frac{1}{d} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 4(c + d) = cd \\ &\Leftrightarrow (c - 4)(d - 4) = 16 \end{aligned}$$

Diperoleh pasangan pasangan $(c, d) = \{(5, 20), (6, 12)\}$

Jika $a = 2$ dan $b > 4$ tidak diperoleh nilai c dan d yang memenuhi sehingga banyak pasangan (a, b, c, d) yang memenuhi adalah 6 pasang

13. Jawaban : D

1, 2, 4, 8, 15, 26, **42, 64, 93**, Perhatikan pola selisih berikut ini!

1 2 4 7 11 16 22 29 pola selisih tingkat 1

1 2 3 4 5 6 7 pola selisih tingkat 2

14. Jawaban :

$x(x^x) = (x^x)^x$ dipenuhi apabila $x^x = x$ diperoleh $x = 1$ atau $x = -1$

atau $x^x \log x = x \log x^x \Leftrightarrow x^x = x^2$ diperoleh $x = 2$

Jika maksud soal adalah x_1 dan $x_2 > 0$ maka $x_1 = 1$ dan $x_2 = 2$

$$25x_1^2 + 4x_2^2 - 10x_1x_2 = 25 \cdot (1)^2 + 4 \cdot (2)^2 - 10 \cdot (1)(2) = 25 + 16 - 20 = 21$$

15. Jawaban : C

$$(3x + y - 1)^{y+z} = 729 = 3^6 = 9^3 = 27^2$$



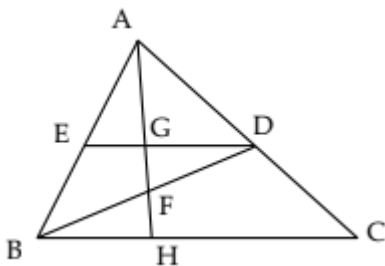


1. $(3x + y - 1)^{y+z} = 3^6$ diperoleh penyelesaian (1,1,5)
2. $(3x + y - 1)^{y+z} = 9^2$ diperoleh penyelesaian (3,1,2)
3. $(3x + y - 1)^{y+z} = 27^2$ diperoleh penyelesaian (9,1,1)

Jadi,

$$x_1 + x_2 + x_3 + y_1 + y_2 + y_3 + z_1 + z_2 + z_3 = 1 + 3 + 9 + 1 + 1 + 1 + 5 + 2 + 1 = 24$$

16. **Jawaban : C**



F titik tengah BD berarti $BF = FD$. Karena DE sejajar BC maka $\triangle FBH \cong \triangle FDG$ sehingga $BH = GD$ Pandang AH sebagai garis transversal pada $\triangle BCD$.

$$\frac{BH}{HC} \cdot \frac{CA}{AD} \cdot \frac{DF}{FB} = 1$$

$$\frac{BH}{HC} \cdot \frac{2}{1} \cdot \frac{1}{1} = 1 \Leftrightarrow \frac{HC}{BC} = \frac{2}{1}$$

Karena $BH = DG$ maka $\frac{HC}{DG} = \frac{2}{1}$ atau $\frac{BC}{DG} = \frac{3}{1}$

17. **Jawaban : A**

Digit ke- 1 2 3 4 5 6

Banyak kemungkinan: 9 10 10 10 10 1

Banyak kemungkinan bilangan tersebut adalah $9 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 1 = 90000$

18. **Jawaban : C**

Karena bilangan dua digit pertama dikurang digit ke-3 sama dengan digit ke-4, maka digit pertama harus = 1



JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara

Jalan Mardani Raya No 37
Cempaka Putih - Jakarta Pusat



Digit ke-1	Digit ke-2	Digit ke-3	Digit ke-4	Banyak cara
1	0	1,2,3,4,5,6,7,8,9	9,8,7,6,5,4,3,2,1	9
	1	2,3,4,5,6,7,8,9	9,8,7,6,5,4,3,2	8
	2	3,4,5,6,7,8,9	9,8,7,6,5,4,3	7
	3	4,5,6,7,8,9	9,8,7,6,5,4	6
	4	5,6,7,8,9	9,8,7,6,5	5
	5	6,7,8,9	9,8,7,6	4
	6	7,8,9	9,8,7	3
	7	8,9	9,8	2
	8	9	9	1

Banyak hadiah yang harus disediakan adalah $\frac{1}{2} \times 9 \times 10 = 45$ hadiah

19. Jawaban : D

Bilangan terkecil = 123 dan bilangan terbesar = 987 sehingga $z = 987 - 123 = 864$

Banyak bilangan yang memenuhi adalah $P_3^9 = 9 \times 8 \times 7 = 504$

Setiap angka ratusan, puluhan dan satuan berulang dengan jumlah yang sama sebanyak $\frac{504}{9} = 56$ kali. Jumlah digit yang berulang = $1 + 2 + \dots + 9 = 45$

Nilai rata-rata (x) = $\frac{5600(45)+560(45)+56(45)}{504} = 555$

Bilangan urutan ke 252 dan 253 berturut-turut adalah 549 dan 561

Nilai median berada di antara urutan ke 252 dan urutan ke 253, sehingga $y = \frac{549+561}{2} = 555$.

Jadi, $x - y + z = 555 - 555 + 864 = 864$

20. Jawaban : C

$\frac{5}{a} = 20b = 5\left(\frac{1}{a} + 4b\right)$ sehingga bilangan kuadrat yang dimaksud adalah bilangan kuadrat kelipatan 5.

Bilangan kuadrat kelipatan 5 terdekat dengan 2020 adalah $40^2 = 1600$

$$\frac{5}{a} + 20b = 5\left(\frac{1}{a} + 4b\right) = 1600$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{a} + 4b = 320$$





$$\Leftrightarrow \frac{b}{a} = 320b - 4b^2 = 4b(80 - b)$$

Nilai maksimum $\frac{b}{a}$ terjadi pada saat $b = \frac{320}{2 \times 4} = 40$

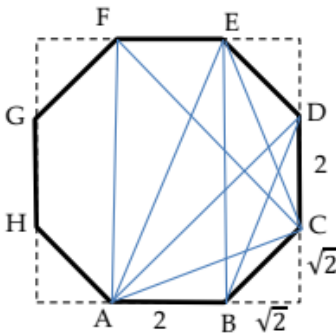
Nilai maksimum $\frac{b}{a} = 4b(80 - b) = 4(40)(40) = 6400$

21. Jawaban : D

Nilai minimum terjadi apabila $a^{505} = b^{505} = \frac{1}{2}$, sehingga nilai minimum dari:

$$a^{2020} + b^{2020} = \left(\frac{1}{2}\right)^4 + \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{8}$$

22. Jawaban : C



Kemungkinan anggota A adalah

$$[ABC] = \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$[ABD] = \frac{1}{2} \times 2 \times (2 + \sqrt{2}) = 2 + \sqrt{2}$$

$$[ABE] = \frac{1}{2} \times 2 \times (2 + 2\sqrt{2}) = 2 + 2\sqrt{2}$$

$$[ACE] = \frac{1}{2} \times ((2 + \sqrt{2})^2 + 2) = 4 + 2\sqrt{2}$$

$$[ACF] = \frac{1}{2} \times (2 + 2\sqrt{2})(2 + \sqrt{2}) = 4 + 3\sqrt{2}$$

Jumlah semua anggota A adalah $12 + 9\sqrt{2}$. Diperoleh nilai $a = 12$ dan $b = 9$, sehingga nilai dari $a + b = 21$





23. Jawaban : B

Pilih $A(0, 0)$, $B(x, 0)$, $C(x, y)$ dan $D(0, y)$

Bayangan $A(0, 0)$ oleh 1. $R(C, -90^\circ)$ adalah $A(-y + x, x + y)$

Bayangan $C(x, y)$ oleh 1. $R(C, -90^\circ)$ adalah tetap $C(x, y)$

Bayangan $A(-y + x, x + y)$ oleh 2. $R(A, 90^\circ)$ adalah tetap $A(-y + x, x + y)$

Bayangan $C(x, y)$ oleh 2. $R(A, 90^\circ)$ adalah $(2x - y, x + 2y)$

Bayangan $A(-y + x, x + y)$ oleh 3. $R(C, 90^\circ)$ adalah $(2x, 2y)$

Bayangan $C(2x - y, x + 2y)$ oleh 3. $R(C, 90^\circ)$ adalah $C(2x - y, x + 2y)$

Bayangan $A(2x, 2y)$ oleh 4. $R(A, -90^\circ)$ adalah $A(2x, 2y)$

Bayangan $C(2x - y, x + 2y)$ oleh 4. $R(A, -90^\circ)$ adalah $C(3x, 3y)$

Dengan demikian Rotasi 1234 pada dasarnya sama dengan translasi sejauh $\begin{pmatrix} 2x \\ 2y \end{pmatrix}$

$$A(0,0) \xrightarrow{R(1234)} A(2x, 2y) \xrightarrow{R(1234)} A(4x, 4y) \xrightarrow{R(1234)} A(6x, 6y) \xrightarrow{R(1234)} A(8x, 8y) \xrightarrow{R(123)} A(10x, 10y)$$

$$10x = 38 \Leftrightarrow x = 3,8$$

$$10y = 47 \Leftrightarrow y = 4,7$$

$$\text{Jadi keliling persegipanjang } ABCD = 2(x + y) = 2(3,8 + 4,7) = 17$$

24. Jawaban : D

Misalkan x = banyak bola merah.

Banyak cara memilih 2 bola merah dari x bola merah adalah $C_2^x = \frac{1}{2}x(x - 1)$

Banyak cara memilih 2 bola dari 40 bola yang tersedia adalah $C_2^{40} = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 39$





Peluang terambil kedua bola merah adalah:

$$P(2M) = \frac{C_2^x}{C_2^{40}} = \frac{x(x-1)}{40 \cdot 39} = \frac{5}{12}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 650 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 26)(x + 25) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 26$$

Jadi banyak bola merah didalam kotak semula adalah 26 buah.

25. Jawaban : C

$$35 \times 78 = 33 \times 80 + (A + B)$$

$$2730 = 2640 + (A + B)$$

$$A + B = 90$$

$$3B = 90$$

$$B = 30, \text{ dan } A = 60$$

$$\text{Jadi, } A - B = 30$$

