



PEMBAHASAN

OSK MATEMATIKA SMP

TAHUN 2019

1. Jawaban : B

Nilai maksimum n diperoleh jika a, b, c diambil dari 2, 3, dan 4 pada A

- $(2^3)^4 = 4096$
 - $(3^4)^2 = 6561$
 - $(4^2)^3 = 4096$

Dengan demikian, nilai maksimum n adalah 6561

2. Jawaban : D

Misalkan k = volum setiap kelereng kecil dan b = volum setiap kelereng besar.

Volum kelereng yang masuk ke akuarium adalah perubahan volum air pada akuarium.

Persamaan 2) – 1) diperoleh:

$$2k = \frac{176}{21} \Leftrightarrow k = \frac{88}{21}$$

Substitusi nilai k ke persamaan 1) diperoleh:

$$\frac{88}{21} + b = 117\frac{7}{21} = \frac{2464}{21} \Leftrightarrow b = \frac{2376}{21} = 113\frac{3}{21}$$

Banyak kelereng Anto yang tidak dimasukkan ke akuarium adalah 2 kelereng kecil dan 6 kelereng besar dengan volum sebesar: $8\frac{8}{21} + 6 \times (113 + \frac{3}{21}) = 687\frac{5}{21}$



3. Jawaban : A

HIT bukan Maret = 108 kg

$$\text{HIT bulan Februari} = \frac{100}{100-10} \times \text{HIT Maret} = \frac{100}{90} \times 108 = 120 \text{ kg}$$

$$\text{HIT bulan Januari} = \frac{100}{100-20} \times \text{HIT Februari} = \frac{100}{80} \times 120 = 150 \text{ kg}$$

$$\text{HIT bulan Desember} = \frac{100}{100-25} \times \text{HIT Januari} = \frac{100}{75} \times 150 = 200 \text{ kg}$$

Jadi pernyataan yang benar adalah HIT bulan Desember 2018 sebanyak 200 kg.

4. Jawaban : D

$$\begin{aligned} \frac{2x^2 - 3xy + y^2}{x^2 - y^2} &= \frac{(2x - y)(x - y)}{(x + y)(x - y)} \\ &= \frac{2(2p - 4q) - (-p + 2q)}{(2p - 4q) + (-p + 2q)} = \frac{5(p - 2q)}{p - 2q} \\ &= 5 \end{aligned}$$

5. Jawaban : A

$$xy + 2x + y = 10 \Leftrightarrow (x + 1)(y + 2) = 12$$

- Jika $(x + 1) = 1$ dan $(y + 2) = 12$, diperoleh $x = 0$ dan $y = 10$; $x + y = 10$
- Jika $(x + 1) = 2$ dan $(y + 2) = 6$, diperoleh $x = 1$ dan $y = 4$; $x + y = 5$
- Jika $(x + 1) = 3$ dan $(y + 2) = 4$, diperoleh $x = 2$ dan $y = 2$; $x + y = 4$

Jumlah yang sama diperoleh jika nilai dipertukarkan. Dengan demikian nilai minimum dari $x + y$ adalah 4

6. Jawaban : B

Misalkan akar-akar persamaan $x^2 - ax + a - 1 = 0$ adalah p dan q , maka akar-akar persamaan $x^2 - 5bx + b = 0$ adalah $\frac{1}{p^2}$ dan $\frac{1}{q^2}$.

Dari persamaan $x^2 - ax + a - 1 = 0$ diperoleh $p + q = a$ dan $pq = a - 1$





Dari persamaan $x^2 - 5bx + b = 0$ diperoleh $\frac{1}{p^2} + \frac{1}{q^2} = 5b$ dan $\frac{1}{p^2} \times \frac{1}{q^2} = \frac{1}{(pq)^2} = b$

$$\frac{1}{p^2} + \frac{1}{q^2} = 5b \Leftrightarrow \frac{(p+q)^2 - 2pq}{(pq)^2} = 5 \times \frac{1}{(pq)^2}$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 2(a - 1) = 5$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 2a - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (a - 3)(a + 1) = 0$$

Diperoleh $a = 3$ atau $a = -1$

$$b = \frac{1}{(pq)^2} = \frac{1}{(a-1)^2}$$

Untuk $a = 3$ atau $a = -1$ diperoleh nilai $b = \frac{1}{4}$

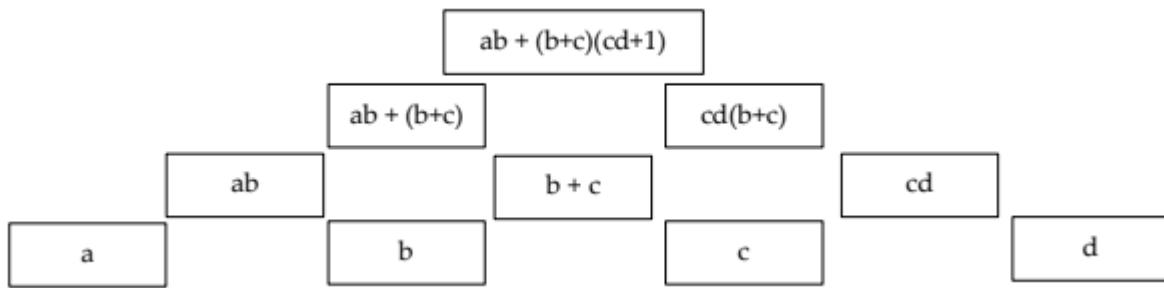
Hasil perkalian a dan b yang mungkin adalah $3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ atau $-1 \times \frac{1}{4} = -\frac{1}{4}$

Nilai terbesar dari keduanya adalah $3/4$.

7. Jawaban : D

$$\left[\left[\frac{3x+1}{4-x} \right] \right] = \left[\left[\frac{21+1}{4-7} \right] \right] = \left[\left[-7\frac{1}{3} \right] \right] = -8$$

8. Jawaban : B



Jika empat persegi yang paling bawah diisi dengan a , b , c , dan d , maka persegi paling atas berisi $ab + (b + c)(cd + 1)$.

Karena keempat persegi akan disi dengan 2, 3, 4, dan -2, maka nilai paling besar dapat diperoleh jika $a = -2$ dan $b = 2$.





Jika $c = 3$ dan $d = 4$ diperoleh nilai persegi paling atas $= (-2)(2) + (5)(13) = -4 + 65 = 61$

Jika $c = 4$ dan $d = 3$ diperoleh nilai persegi paling atas $= (-2)(2) + (6)(13) = -4 + 78 = 74$

Jadi, nilai paling besar yang mungkin diperoleh pada persegi paling atas adalah 74.

9. Jawaban : C

$(3^4 \cdot 4^3)^2 = 3^8 \cdot 2^{12}$. Banyak faktor dari $(3^4 \cdot 4^3)^2$ adalah $(8+1)(12+1) = 117$

$(3^3 \cdot 4^2)^2 = 3^6 \cdot 2^8$. Banyak faktor dari $(3^3 \cdot 4^2)^2$ adalah $(6+1)(8+1) = 63$

$f[(3^4 \cdot 4^3)^2] = \left[\left[\frac{117}{2} \right] \right] = 58$, sedangkan

$f[(3^3 \cdot 4^2)^2] = \left[\left[\frac{63}{2} \right] \right] = 31$

Jadi, selisih nilai dari $f[(3^4 \cdot 4^3)^2]$ dan $f[(3^3 \cdot 4^2)^2]$ adalah $58 - 31 = 27$

10. Jawaban : B

$n(K_n)$ adalah banyak bilangan kelipatan n yang kurang dari 1001.

$n(K_2) = \left[\frac{1000}{2} \right] = 500$ $n(K_3) = \left[\frac{1000}{3} \right] = 333$ $n(K_5) = \left[\frac{1000}{5} \right] = 200$

$n(K_6) = \left[\frac{1000}{6} \right] = 166$ $n(K_{10}) = \left[\frac{1000}{10} \right] = 100$ $n(K_{15}) = \left[\frac{1000}{15} \right] = 66$

$n(K_{30}) = \left[\frac{1000}{30} \right] = 33$

Banyak bilangan bulat positif yang merupakan kelipatan 2, 3 atau 5 adalah:

$$n(K_2) + n(K_3) + n(K_5) + n(K_6) + n(K_{10}) + n(K_{15}) + n(K_{30})$$

$$= 500 + 333 + 200 - 166 - 100 - 66 + 33$$

$$= 734$$

Banyak bilangan tadutima yang kurang dari 1001 adalah $1000 - 734 = 266$

11. Jawaban : C





2019 adalah bilangan ganjil. Sebuah bilangan ganjil akan tetap bernilai ganjil jika ditambah atau dikurangi dengan sebuah bilangan genap. Diantara $3n$, n , $2n$, dan n^2 , yang selalu bernilai genap adalah $2n$, sehingga bilangan yang bernilai ganjil untuk setiap bilangan bulat n adalah $2019 + 2n$.

12. Jawaban : D

Misalkan a , b , dan c adalah anggota A, maka:

$$a + b = 1209$$

$$a + c = 1690$$

$$b + c = 2019$$

Dari jumlah ketiga persamaan diperoleh $2(a + b + c) = 4.918$ atau $a + b + c = 2.459$.

Akibatnya, $a = 440$, $b = 769$, dan $c = 1.250$

Selisih bilangan terbesar dan terkecil dari anggota A adalah $1.250 - 440 = 810$

13. Jawaban : C

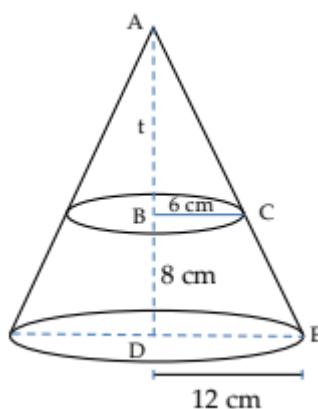
$\angle ABE$, $\angle ACE$, dan $\angle ADE$ menghadap busur yang sama AE, sehingga:

$$\angle ABE = \angle ACE = \angle ADE = 32^\circ$$

$\angle AOE$ adalah sudut pusat yang menghadap busur AE, sehingga:

$$\angle AOE = 2 \angle ABE = 2 \times 32 = 64^\circ$$

14. Jawaban : C



Perhatikan gambar!

$\Delta ABC \sim \Delta ADE$

$$\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} \Leftrightarrow \frac{t}{t+8} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$2t = t + 8$$

$$t = 8$$





$$AC^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Leftrightarrow AC = 10. \text{ Akibatnya, } AE = 20$$

Luas Selimut kerucut besar = $3,14 \times 12 \times 20$

$$= 753,6 \text{ cm}^2$$

Luas Selimut kerucut kecil = $3,14 \times 6 \times 10$

$$= 188,4 \text{ cm}^2$$

Luas bahan untuk membuat kap lampu = Luas selimut besar - Luas selimut kecil

$$= 753,6 - 188,4$$

$$= 565,2 \text{ cm}^2.$$

15. Jawaban : C

$y = ax^2 + bx + c$ memotong sumbu Y di $(0, -p)$, berarti $c = -p$

$y = ax^2 + bx - p$ mempunyai puncak di (p, p) , berarti:

$$p = ap^2 + bp - p \Leftrightarrow ap + b = 2$$

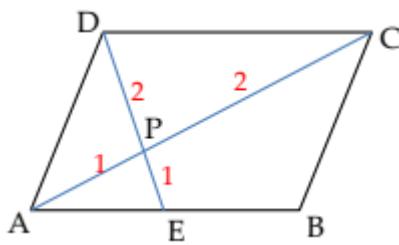
$$\Leftrightarrow ap = 2 - b$$

Parabola mencapai puncak pada saat $x = \frac{-b}{2a} = p \Leftrightarrow -b = 2ap$

$$\Leftrightarrow -b = 2(2 - b)$$

$$\Leftrightarrow b = 4$$

16. Jawaban : A



Perhatikan gambar!

$\Delta AEP \sim \Delta CDP$

$$\frac{[APD]}{[AEP]} = \frac{PD}{EP} = \frac{2}{1} \Leftrightarrow [APD] = 2[AEP]$$

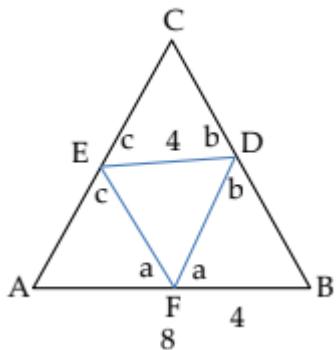




$$\frac{[ACD]}{[APD]} = \frac{AC}{AP} = \frac{3}{1} \Leftrightarrow [ACD] = 3[APD] = 6[AEP]$$

$$[ABCD] = 2[ACD] = 12[AEP] \Leftrightarrow \frac{[ABCD]}{[AEP]} = \frac{12}{1}$$

17. Jawaban : B



Perhatikan gambar!

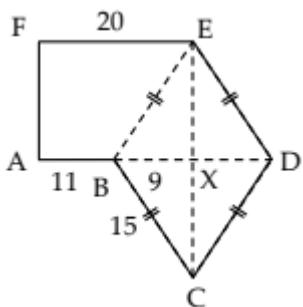
$$a + b = a + c = b + c = 120 \Leftrightarrow a = b = c = 60$$

Hal ini berarti $\triangle DEF$ merupakan segitiga sama sisi dimana titik D, E, dan F terletak berturut-turut dipertengahan sisi BC, AC, dan AB

$$[DEF] = \frac{1}{4} DE^2 \sqrt{3} = \frac{1}{4} 4^2 \sqrt{3} = 4\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

18. Jawaban : C

Perhatikan gambar!



$$CX^2 = 15^2 - 9^2 = 144 \Leftrightarrow CX = 12$$

$$[ABCDEF] = [AXEF] + 3[BCX]$$





$$= 20 \times 12 + \frac{3}{2} \times 9 \times 12$$

$$= 240 + 162$$

$$= 402 \text{ cm}^2$$

19. Jawaban : B

Perhatikan tabel berikut!

Kotak 1	Kotak 2	Kotak 3	Kotak 4	Jumlah	Hubungan
1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	
	2	1	1		
		2	1		
		2	2		
3	1	1	1	1	
	2	1	1		
		2	1		
		2	2		
	3	1	1		
		2	1		
		2	2		
		3	1		
			3		
			2		
			3		
4	(1, 2, 3, 4)				$1 + 3 + 6 + 10 = 20$
5	(1, 2, 3, 4, 5)				$1 + 3 + 6 + 10 + 15 = 35$

Untuk angka 4 dan 5 pada kotak 1, banyak cara pengisian koin ditentukan berdasarkan pola yang ada pada angka sebelumnya.

Jadi, banyak cara pengisian koin yang mungkin ke dalam keempat kotak tersebut adalah $1 + 4 + 10 + 20 + 35 = 70$

20. Jawaban : C

Perhatikan tabel berikut.

Misalkan L = kegiatan pelabelan, dan S = kegiatan penyampulan





No.	Urutan Pengerjaan	Banyak kemungkinan	Total
1	L - S - L - S - L - S	3 - 1 - 2 - 1 - 1 - 1	6
2	L - S - L - L - S - S	3 - 1 - 2 - 1 - 2 - 1	12
3	L - L - S - S - L - S	3 - 2 - 2 - 1 - 1 - 1	12
4	L - L - S - L - S - S	3 - 2 - 2 - 1 - 2 - 1	24
5	L - L - L - S - S - S	3 - 2 - 1 - 3 - 2 - 1	36
Jumlah			90

Jadi, banyak kemungkinan urutan pengerjaan yang dapat dilakukan oleh pustakawan tersebut adalah 90.

21. Jawaban : C

Banyak cara menebak password dimana R dan I bersebelahan = $5! 2! = 240$

Banyak cara menebak password dimana “R, I” dan “g, o” bersebelahan = $4! 2! 2! = 96$

Banyak cara menebak password dimana “g” tidak bersebelahan dengan “o”, dan “R” bersebelahan dengan “I” = $240 - 96 = 144$

Jadi, peluang untuk dapat langsung menebak password dengan benar $1/144$.

22. Jawaban : A

$$\begin{aligned} \frac{75n+100m}{n+m} > 80 &\Leftrightarrow 75n + 100m > 80n + 80m \\ &\Leftrightarrow 20m > 5n \\ &\Leftrightarrow \frac{m}{n} > \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Dari pilihan yang tersedia, $4/17, 2/9, 5/24$, ketiganya kurang dari $1/4$, dan hanya $\frac{4}{11} > \frac{1}{4}$.

Jadi nilai $\frac{m}{n}$ yang mungkin adalah $4/11$.

23. Jawaban : B

$$\text{Median} = 2m - 4$$

$$\text{Jangkauan} = (m + 4) - (n + 1) = m - n + 3$$

Karena nilai median sama dengan nilai jangkauan, maka:





$$2m - 4 = m - n + 3$$

$$m + n = 7$$

24. Jawaban : C

Berdasarkan diagram di atas diperoleh M_1, M_2 dan M berturut-turut 70, 80 dan 70, sehingga diperoleh $M_1 + M_2 + M = 220$

25. Jawaban : A

Misalkan a dan b adalah suku pertama dan selisih dua suku berurutan dari sebuah deret aritmetika, maka jumlah n suku pertama deret tersebut adalah:

$$S_n = \frac{n}{2} (2a + (n - 1)b)$$

$$S_{20} = \frac{20}{2} (2 \times 3 + (20 - 1)b)$$

$$1390 = 10(6 + 19b)$$

$$19b = 133 \Leftrightarrow b = 7$$

Jadi, selisih dari dua suku berurutan di barisan tersebut adalah 7.

