



JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



PEMBAHASAN

OSK MATEMATIKA SMP

TAHUN 2016

1. Jawaban : A

$$\begin{aligned}\frac{2017 \times (2016^2 - 16) \times 2015}{2020 \times (2016^2 - 1)} &= \frac{2017 \times (2016-4) \times (2016+4) \times 2015}{2020 \times (2016-1) \times (2016+1)} \\ &= \frac{2017 \times 2012 \times 2020 \times 2015}{2020 \times 2015 \times 2017} \\ &= 2012\end{aligned}$$

2. Jawaban : C

$$\begin{aligned}x &= \frac{2}{\frac{1}{1001} + \frac{2}{1002} + \frac{3}{1003} + \dots + \frac{10}{2010}} \\ \Leftrightarrow \frac{2}{\frac{1}{1000} + \frac{2}{1000} + \dots + \frac{10}{1000}} &< \frac{2}{\frac{1}{1001} + \frac{2}{1002} + \dots + \frac{10}{1010}} < \frac{2}{\frac{1}{1010} + \frac{2}{1010} + \dots + \frac{10}{1010}} \\ \Leftrightarrow \frac{2 \times 1000}{1+2+\dots+10} &< x < \frac{2 \times 1010}{1+2+\dots+10} \\ \Leftrightarrow \frac{2000}{55} &< x < \frac{2010}{55} \\ \Leftrightarrow 36,36 &< x < 36,73\end{aligned}$$

Karena $[x]$ menyatakan bilangan bulat terkecil yang lebih besar daripada atau sama dengan x , dan $36,36 < x < 36,73$, maka $[x] = 37$

3. Jawaban : B

$$\begin{aligned}1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + 3 \cdot 3! + \dots + (n-1)(n-1)! + n \cdot n! \\ = (2-1) \cdot 1! + (3-1) \cdot 2! + (4-1) \cdot 3! \dots + (n-1)(n-1)! + ((n+1)-1) \cdot n! \\ = 2! - 1! + 3! - 2! + 4! - 3! + \dots + n! - (n-1)! + (n+1)! - n! \\ = -1! + (2! - 2!) + (3! - 3!) + \dots + (n! - n!) + (n+1)! \\ = -1! + (n+1)!\end{aligned}$$





JELAJAH NALAR

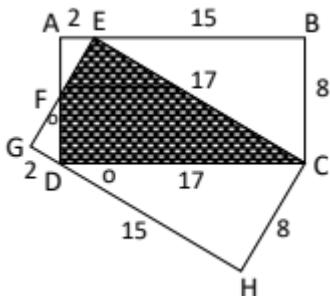
Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



$$= (n + 1)! - 1$$

4. Jawaban : B

Perhatikan gambar.



Karena $CE = 17$ dan $BC = 8$, maka $BE = 15$. Akibatnya $AE = GD = 2$ cm.

Perhatikan bahwa $\triangle FGD \sim \triangle DHC$, sehingga:

$$\frac{FD}{CD} = \frac{GD}{CH} \Leftrightarrow FD = \frac{GD}{CH} \times CD$$

$$\Leftrightarrow FD = \frac{2}{8} \times 17$$

$$\Leftrightarrow FD = \frac{17}{4}$$

Luas segi empat $EFDC = CD \times FD$

$$= 17 \times \frac{17}{4}$$

$$= \frac{289}{4} = 72,25$$

5. Jawaban : B

Jarak titik $A(x_1, y_1)$ ke persamaan garis $Ax + By + C = 0$ adalah $d = \left| \frac{Ax_1 + By_1 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$

Persamaan garis l yang melalui titik $B(12, -1)$ dengan gradien $-\frac{3}{4}$ adalah

$$y - (-1) = -\frac{3}{4}(x - 12)$$

$$\Leftrightarrow 4(y + 1) = -3(x - 12)$$

$$\Leftrightarrow 4y + 4 = -3x + 36$$





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



$$\Leftrightarrow 3x + 4y - 32 = 0$$

Jadi, jarak titik A(1, 1) ke garis $3x + 4y - 32 = 0$ adalah

$$d = \left| \frac{3 \times 1 + 4 \times 1 - 32}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \right|$$

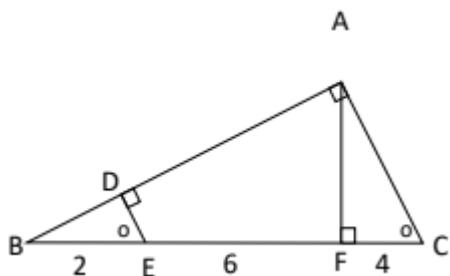
$$= \left| \frac{3+4-32}{\sqrt{9+16}} \right|$$

$$= \left| \frac{-25}{5} \right|$$

= 5 satuan

6. Jawaban : D

Perhatikan gambar!



Dengan menggunakan sifat kesebangunan diperoleh:

$$AC^2 = CF \times CB$$

$$AC^2 = 4 \times 12$$

$$= 48$$

$$AC = 4\sqrt{3}$$

Perhatikan bahwa $\triangle BDE \sim \triangle BAC$, sehingga:

$$\frac{DE}{BE} = \frac{AC}{BC} \Leftrightarrow DE = \frac{AC}{BC} \times BE$$

$$\Leftrightarrow DE = \frac{4\sqrt{3}}{12} \times 2$$

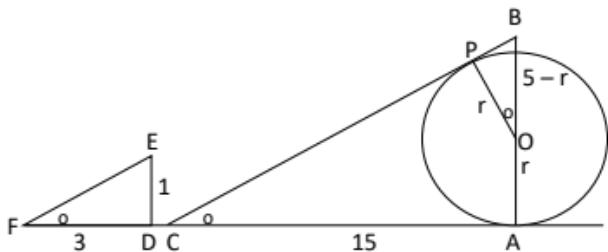




$$\Leftrightarrow DE = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

7. Jawaban : A

Perhatikan gambar!



$\triangle DEF \sim \triangle ABC$, sehingga:

$$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} \Leftrightarrow AB = \frac{AC}{DF} \times DE$$

$$\Leftrightarrow AB = \frac{15}{3} \times 1$$

$$\Leftrightarrow AB = 5$$

Perhatikan $\triangle ABC$, berlaku bahwa:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = 5^2 + 15^2 = 5^2(1 + 3^2)$$

$$BC = 5\sqrt{10}$$

Perhatikan bahwa $\triangle OBP \sim \triangle CBA$, sehingga:

$$\frac{OP}{OB} = \frac{CA}{CB} \Leftrightarrow \frac{r}{5-r} = \frac{15}{5\sqrt{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\Leftrightarrow r\sqrt{10} = 3(5 - r) \Leftrightarrow r(\sqrt{10} + 3) = 15$$

$$\Leftrightarrow r = \frac{15}{\sqrt{10}+3}$$

8. Jawaban : D

$$x^{2016} - x^{2014} = x^{2015} - x^{2013}$$





$$\Leftrightarrow x^{2013}(x^3 - x) = x^{2013}(x^2 - 1)$$

$$\Leftrightarrow x^{2013}[(x^3 - x) - (x^2 - 1)] = 0$$

$$\Leftrightarrow x^{2013}[x(x^2 - 1) - (x^2 - 1)] = 0$$

$$\Leftrightarrow x^{2013}[(x^2 - 1)(x - 1)] = 0$$

$$\Leftrightarrow x^{2013}(x + 1)(x - 1)^2 = 0$$

Berdasarkan persamaan tersebut diperoleh $x = 0$, $x = -1$ dan $x = 1$.

Jadi, banyak bilangan real x yang memenuhi adalah 3.

9. Jawaban : B

$4x - 3y = 0$ mempunyai penyelesaian yang bulat apabila ada $k \in B$ sedemikian sehingga $x = 3k$ dan ada $n \in B$ sedemikian sehingga $y = 4n$.

$$mx + 3y = 21$$

$$\underline{4x - 3y = 0} \quad +$$

$$(m+4)x = 21 \Leftrightarrow x = \frac{21}{m+4} \text{ dan } y = \frac{4}{3}x$$

Karena x merupakan bilangan kelipatan 3, maka $(m+4) \in \{-7, 7\}$ atau $m \in \{-11, 3\}$

Untuk $m = -11$ diperoleh $x = -3$, dan $y = -4$, sehingga $m + x + y = -18$

Untuk $m = 3$ diperoleh $x = 3$, dan $y = 4$, sehingga $m + x + y = 10$

Jadi nilai $m + x + y$ yang mungkin adalah -18 atau 10 .

10. Jawaban : B

Misalkan total siswa putra adalah x dan total siswa putri adalah y .

Banyak siswa yang berminat paskibra adalah $(25\%x + 50\%y) = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}y$

90% dari total peminat adalah putri. Hal ini berarti bahwa:

$$90\% \times \left(\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}y\right) = \frac{1}{2}y$$





$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \frac{9}{10} \times \left(\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}y \right) = \frac{1}{2}y \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}y = \frac{5}{9}y \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{4}x = \frac{5}{9}y - \frac{1}{2}y \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{4}x = \frac{1}{18}y \\ &\Leftrightarrow \frac{y}{x} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2} \end{aligned}$$

Jadi, Rasio total siswa putri dan total siswa putra kelas VII di sekolah tersebut adalah 9 : 2

11. Jawaban : B

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & \text{untuk } x \text{ genap} \\ 2x - 1, & \text{untuk } x \text{ ganjil} \end{cases}$$

Misalkan untuk x genap dinyatakan dengan $2k$ dan x ganjil dinyatakan dengan $2k + 1$ untuk suatu k bilangan asli.

Dari 1) dan 2) diperoleh bahwa untuk sembarang nilai a bilangan asli $f(a)$ selalu bersisa 1 apabila dibagi dengan 4.

Selanjutnya akan diselidiki setiap pilihan jawaban sebagai berikut:

- $21 = 5 \times 4 + 1$
 - $39 = 9 \times 4 + 3$
 - $61 = 15 \times 4 + 1$
 - $77 = 19 \times 4 + 1$

Dari keempat bilangan di atas, 39 merupakan satu-satunya bilangan yang tidak bersisa 1 apabila dibagi dengan 4.

Jadi, yang tidak mungkin untuk $f(a)$ adalah 39.





12. Jawaban : D

Parabola $y = x^2 + k$ tidak berpotongan dengan lingkaran $x^2 + y^2 = 9$ apabila nilai deskriminan gabungan kedua persamaan tersebut kurang dari nol ($D < 0$).

Substitusi $y = x^2 + k$ pada lingkaran $x^2 + y^2 = 9$, diperoleh:

$$x^2 + (x^2 + k)^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (x^4 + 2kx^2 + k^2) = 9$$

$$\Leftrightarrow (x^2)^2 + (2k + 1)x^2 + (k^2 - 9) = 0$$

$$\text{Nilai } D = (2k + 1)^2 - 4 \times 1 \times (k^2 - 9) < 0$$

$$\Leftrightarrow 4k^2 + 4k + 1 - 4k^2 + 36 < 0$$

$$\Leftrightarrow 4k + 37 < 0$$

$$\Leftrightarrow 4k < -37$$

$$\Leftrightarrow k < \frac{-37}{4}$$

Dengan demikian, parabola $y = x^2 + k$ tidak berpotongan dengan lingkaran $x^2 + y^2 = 9$ apabila

$$k < \frac{-37}{4} = -9\frac{1}{4}$$

Diketahui pula bahwa nilai $k > -20$ sehingga batasan nilai k adalah $-20 < k < -9\frac{1}{4}$.

Berdasarkan batasan tersebut, maka nilai k yang memenuhi adalah:

$$\{-19, -18, -17, -16, -15, -14, -13, -12, -11, -10\}$$

Jadi, banyak bilangan bulat k yang memenuhi sehingga parabola $y = x^2 + k$ tidak berpotongan dengan lingkaran $x^2 + y^2 = 9$ adalah 10.

Catatan:





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



Untuk nilai $k > 3$ parabola $y = x^2 + k$ tidak akan pernah berpotongan dengan lingkaran $x^2 + y^2 = 9$ sehingga terdapat tak hingga banyaknya nilai k yang memenuhi.

13. Jawaban : C

Berdasarkan diagram dan tabel di atas diperoleh:

Tahun	2012	2013	2014	2015
Produk A	1200	2400	2400	3600
Rasio Produk B dan A	2 : 3	1 : 4	3 : 2	1 : 9
Produk B	$\frac{2}{3} \times 1200$	$\frac{1}{4} \times 2400$	$\frac{3}{2} \times 2400$	$\frac{1}{9} \times 3600$
	800	600	3600	400

Jadi, rata-rata penjualan produk B dalam 4 tahun yang sama adalah:

$$\frac{800+600+3600+400}{4} = \frac{5400}{4} = 1350$$

14. Jawaban : B

Banyak kartu adalah dua set (104 lembar) yang terdiri dari:

Masing-masing 26 kartu berwarna merah, kuning, hijau dan biru.

Masing-masing 8 kartu bernomor 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, dan 13.

Apabila diambil selembar kartu secara acak, maka:

Peluang terambilnya kartu berwarna merah adalah $P(\text{merah}) = \frac{26}{104} = \frac{1}{4}$

Peluang terambilnya kartu bernomor 13 adalah $P(\text{No. } 13) = \frac{8}{104} = \frac{1}{13}$

Peluang terambilnya kartu berwarna merah bernomor 13 adalah $P(\text{merah} \cap \text{No. } 13) = \frac{2}{204} = \frac{1}{52}$.

Peluang terambilnya kartu berwarna merah atau bernomor 13 adalah

$$P(\text{merah} \cup \text{No. } 13) = P(\text{merah}) + P(\text{No. } 13) - P(\text{merah} \cap \text{No. } 13)$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{13} - \frac{1}{52}$$





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



$$= \frac{13+4-1}{52}$$

$$= \frac{16}{52}$$

$$= \frac{8}{26}$$

15. Jawaban : C

Misalkan kelima bilangan bulat positif tersebut adalah a, b, c, d , dan e dengan $a \leq b \leq c \leq d \leq e$ dengan e merupakan bilangan terbesar.

Diketahui bahwa jangkauan data tersebut adalah $e - a = 10$ dan rata-rata kelima bilangan tersebut adalah 40, sehingga $a + b + c + d + e = 5 \times 40 = 200$.

Nilai e akan maksimum apabila $a = b = c = d = e - 10$, sehingga:

$$a + b + c + d + e = 4 \times (e - 10) + e = 200.$$

$$\Leftrightarrow 5e - 40 = 200$$

$$\Leftrightarrow 5e = 240$$

$$\Leftrightarrow e = \frac{240}{5}$$

$$\Leftrightarrow e = 48$$

ISIAN SINGKAT

1. Jawaban : $\frac{4}{9}$

$$\begin{aligned} \left(\frac{1 \cdot 2 \cdot 4 + 2 \cdot 4 \cdot 8 + \dots + n \cdot 2n \cdot 4n}{1 \cdot 3 \cdot 9 + 2 \cdot 6 \cdot 18 + \dots + n \cdot 3n \cdot 9n} \right)^{2/3} &= \left(\frac{1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot (1+2^3+\dots+n^3)}{1 \cdot 3 \cdot 9 \cdot (1+2^3+\dots+n^3)} \right)^{2/3} \\ &= \left(\left(\frac{2}{3} \right)^3 \right)^{2/3} \\ &= \frac{4}{9} \end{aligned}$$

2. Jawaban : 26





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



Untuk menentukan terbesar n agar $2 \cdot 6 \cdot 10 \cdot 14 \cdot 18 \cdot \dots \cdot 198$ dapat dibagi oleh 6^n , maka yang harus ditentukan terlebih dahulu adalah menentukan bilangan-bilangan yang memuat faktor 3. Adapun bilangan-bilangan tersebut adalah:

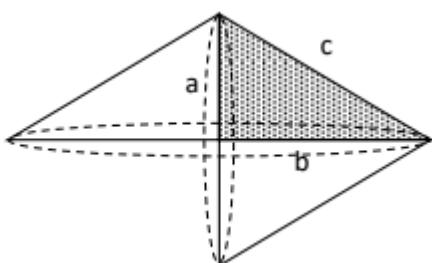
Bilangan	Faktor 3^n	Akumulasi Jumlah n
6	3^1	1
18	3^2	3
30	3^1	4
42	3^1	5
54	3^3	8
66	3^1	9
78	3^1	10
90	3^2	12
102	3^1	13
114	3^1	14
126	3^2	16
138	3^1	17
150	3^1	18
162	3^4	22
174	3^1	23
186	3^1	24
198	3^2	26

Berdasarkan tabel di atas, maka $2 \cdot 6 \cdot 10 \cdot 14 \cdot 18 \cdot \dots \cdot 198$ dapat ditulis ke dalam bentuk $k \times 2^m \times 3^{26}$, dengan $m > 26$ atau

$$2 \cdot 6 \cdot 10 \cdot 14 \cdot 18 \cdot \dots \cdot 198 = k \times 2^{m-26} \times 6^{26}$$

sehingga nilai terbesar n agar $2 \cdot 6 \cdot 10 \cdot 14 \cdot 18 \cdot \dots \cdot 198$ dapat dibagi oleh 6^n adalah 26.

3. Jawaban : 25 cm



Volum kerucut dengan jari-jari atas a dan tinggi b adalah:

$$\frac{1}{3} \times \pi \times a^2 \times b = 392\pi \quad 1)$$

Volum kerucut dengan jari-jari alas b dan tinggi a adalah:





Dari 1) dan 2) diperoleh:

$$\frac{a^2 b}{b^2 a} = \frac{392}{1344} \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{7}{24} \Leftrightarrow b = \frac{24}{7}a$$

Selanjutnya, substitusi $b = \frac{24}{7}a$ pada persamaan 1)

$$\frac{1}{3} \times \pi \times a^2 \times b = 392\pi \Leftrightarrow \frac{1}{3} \times \pi \times a^2 \times \frac{24}{7}a = 392\pi$$

$$\Leftrightarrow \frac{8}{7} \times a^3 = 392$$

$$\Leftrightarrow 8 \times a^3 = 7 \times 8 \times 49$$

$$\Leftrightarrow a^3 = 7 \times 49$$

$$\Leftrightarrow a = 7$$

Untuk $a = 7$ diperoleh nilai $b = 24$, sehingga dengan menggunakan dalil Pythagoras, sisi miring segitiga tersebut dapat ditentukan.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 7^2 + 24^2$$

$$c^2 = 49 + 576$$

$$c^2 = 625$$

$$c = 25$$

Jadi, sisi miring segitiga tersebut adalah 25 cm.

4. Jawaban : 216 satuan luas

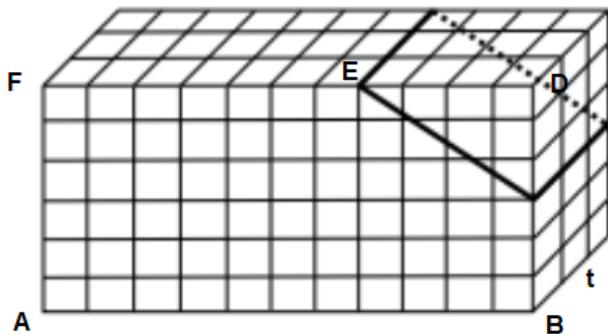
Perhatikan gambar.





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



$$EC^2 = DE^2 + DC^2$$

$$= 4^2 + 3^2$$

$$= 16 + 9$$

$$EC = 5 \text{ satuan}$$

$$\text{Luas permukaan balok terpancung} = 2 \times \text{Luas } ABCEF + \text{Keliling } ABCEF \times t$$

$$= 2 \times \text{Luas } (ABDF - \Delta CDE) + \text{Keliling } ABCEF \times t$$

$$= 2 \times \left(11 \times 6 - \frac{1}{2} \times 4 \times 3 \right) + (11 + 3 + 5 + 7 + 6) \times 3$$

$$= 2 \times (66 - 6) + 32 \times 3$$

$$= 2 \times 60 + 96$$

$$= 120 + 96$$

$$= 216 \text{ satuan luas}$$

5. Jawaban : $\frac{2015}{2016}$

$f_1(x) = x$, dan $f_{n+1}(x) = \frac{1}{1-f_n(x)}$, maka:

$$f_2(x) = \frac{1}{1-x}$$

$$f_3(x) = \frac{1}{1-\frac{1}{1-x}} = \frac{1-x}{1-x-1} = \frac{x-1}{x}$$





$$f_4(x) = \frac{1}{1 - \frac{x-1}{x}} = \frac{x}{x-x+1} = x$$

$$f_5(x) = \frac{1}{1-x}$$

$$f_6(x) = \frac{x-1}{x}$$

Berdasarkan pola di atas, maka $f_n(x) = \begin{cases} x, & \text{untuk } n = 3k + 1 \\ \frac{1}{1-x}, & \text{untuk } n = 3k + 2 \\ \frac{x-1}{x}, & \text{untuk } n = 3k \end{cases}$

$$f_{2016}(x) = f_{672 \times 3}(x) = \frac{x-1}{x}, \text{ sehingga: } f_{2016}(2016) = \frac{2016-1}{2016} = \frac{2015}{2016}$$

6. Jawaban : 2017

Akar persamaan $(2016x)^2 - (2015 \times 2017)x - 1 = 0$ adalah m dan n dengan $m > n$

$$(2016)^2 x^2 - (2016 - 1) \times (2016 + 1)x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2016)^2 x^2 - ((2016)^2 - 1)x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2016)^2 x^2 - (2016)^2 x + x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2016)^2 x(x - 1) + (x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow ((2016)^2 x + 1)(x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{(2016)^2} \text{ atau } x = 1$$

Karena $m > n$, maka $m = 1$

Selanjutnya, akar-akar persamaan $x^2 + 2015x - 2016 = 0$ adalah a dan b dengan $a > b$

$$x^2 + 2015x - 2016 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)(x + 2016) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ atau } x = -2016$$

Karena $a > b$, maka $b = -2016$





JELAJAH NALAR

Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



Jadi, $m - b = 1 - (-2016) = 2017$

7. Jawaban : 5100

Diketahui $a_n = \begin{cases} 3k & \text{untuk } n = 2k - 1; \\ 51 - k & \text{untuk } n = 2k \end{cases}$

Pada barisan ganjil, $a_{2k-1} = 3k$ dengan barisan 3.1, 3.2, 3.3, ...

Jumlah 50 suku ganjil pertama adalah

$$\begin{aligned} 3.1 + 3.2 + 3.3 + \dots + 3.50 &= 3(1 + 2 + 3 + \dots + 50) \\ &= 3 \times \frac{1}{2} \times 50 \times 51 \end{aligned}$$

Pada barisan genap, $a_{2k} = 51 - k$ dengan barisan 50, 49, 48,

Jumlah 50 suku genap pertama adalah

$$50 + 49 + 48 + 47 + \dots + 1 = 1 + 2 + 3 + \dots + 50 = \frac{1}{2} \times 50 \times 51$$

Sehingga, jumlah 100 suku pertama barisan tersebut adalah jumlah 50 suku ganjil pertama + jumlah 50 suku genap pertama.

$$S_{100} = \frac{3}{2} \times 50 \times 51 + \frac{1}{2} \times 50 \times 51 = 2 \times 50 \times 51 = 5100$$

8. Jawaban : 71

Diketahui persamaan diophantine $4x + 7y = 2016$.

Karena FPB(4, 7) adalah 1 dan 1 merupakan faktor dari 2016, maka persamaan tersebut mempunyai penyelesaian yang bulat.

Selanjutnya FPB ditentukan dengan algoritma Euclide:

$$7 = 1 \times 4 + 3$$

$$4 = 1 \times 3 + 1$$

Dengan menggunakan langkah terbalik dari algoritma Euclide diperoleh:

$$1 = 4 - 1 \times 3$$





$$1 = 4 - 1 \times (7 - 1 \times 4)$$

$$1 = 4 + (1 \times 4) - 7$$

$$1 = 4 \times 2 - 7 \times 1 \text{ atau}$$

$4 \times (2) + 7 \times (-1) = 1$(setiap suku dikalikan 2016) diperoleh:

$$\mathbf{4 \times (4032) + 7 \times (-2016) = 2016}$$

Sehingga, $x = 4032$ dan $y = -2016$ merupakan penyelesaian dari persamaan $4x + 7y = 2016$.

Adapun penyelesaian yang lain adalah:

$$x = 4032 + 7k \text{ dan } y = -2016 - 4k$$

Berikut ini adalah beberapa penyelesaian yang mungkin dari persamaan $4x + 7y = 2016$.

Nilai k	x	y	Keterangan
-504	504	0	$y = 0$ bukan bilangan asli
-505	497	4	
-506	490	8	
-507	483	12	
...	
-575	7	284	
-576	0	288	$x = 0$ bukan bilangan asli

Karena penyelesaian harus bilangan asli, maka pasangan (x, y) yang memenuhi hanya untuk nilai $k = -505, -506, -507, \dots, -575$. (sebanyak 71 kemungkinan)

Jadi, banyak pasangan (x, y) yang mungkin adalah 71 pasang.

9. Jawaban : 420 cara

8 buku berbeda akan dibagikan ke A, B, dan C dimana A mendapatkan 4 buku, B mendapatkan 2 buku dan C mendapatkan 2 buku.

Banyak cara A mendapatkan 4 buku dari 8 buku adalah $C_4^8 = \frac{8!}{4! \times 4!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2} = 70$ cara

Banyak cara B mendapatkan 2 buku dari 4 buku tersisa adalah $C_2^4 = \frac{4!}{2! \times 2!} = \frac{4 \times 3}{2} = 6$ cara





Banyak cara A mendapatkan 2 buku dari 2 bukutersisa adalah $C_2^2 = \frac{2!}{2! \times 0!} = 1$ cara

Jadi banyak cara pembagian buku tersebut adalah $70 \times 6 = 420$ cara.

10. Jawaban : 60

Urutan 10 siswa yang ikut ulangan pertama adalah: 10, 20, 30, 40, 40, 50, 60, 70, 80, 90 dengan jumlah semua nilai 490.

Apabila orang ke-11 dimasukkan, maka nilai rata-rata kesebelas orang tersebut sama dengan nilai median.

Misalkan nilai siswa yang mengikuti ulangan susulan adalah x , maka kemungkinan nilai median adalah sebagai berikut:

- Apabila $40 \leq x \leq 50$, maka nilai median adalah x , sehingga:

$$490 + x = 11x$$

$$10x = 490$$

$$x = 49$$

- Apabila $x < 40$, maka nilai median adalah 40, sehingga:

$$490 + x = 11 \times 40$$

$$x = 440 - 490$$

$$x = -50 \text{ (tidak mungkin)}$$

- Apabila $x > 50$, maka nilai median adalah 50, sehingga:

$$490 + x = 11 \times 50$$

$$x = 550 - 490$$

$$x = 60$$

Jadi, nilai terbesar yang mungkin diperoleh siswa tersebut adalah 60.

