



## PEMBAHASAN

### OSK MATEMATIKA SMP

TAHUN 2013

1. **Jawaban : A**

$$\begin{aligned}x^4 - 1 &= (x^2)^2 - 1^2 = (x^2 - 1)(x^2 + 1) \\&= (x + 1)(x - 1)(x^2 + 1)\end{aligned}$$

Karena  $(x^2 + 1)$  tidak difaktorkan lagi, maka banyak faktornya sebanyak 3.

2. **Jawaban : B**

$$\begin{aligned}&= (3 \times 12 + 4 \times 9 - 3 \times 11 + 2 \times 7) : 13 \\&= 53 : 13 \\&= 4 \text{ sisa } 1\end{aligned}$$

3. **Jawaban : C**

Diketahui:

Misalkan (x) adalah banyak siswa kelas A dan (y) adalah banyak siswa kelas B.

Dari soal, diketahui bahwa total siswa kedua kelas adalah 75, sehingga  $x + y = 75$ .

Nilai rata-rata kelas A adalah 73, sehingga total nilai kelas A adalah  $73x$ .

Nilai rata-rata kelas B adalah 88, sehingga total nilai kelas B adalah  $88y$

Nilai rata-rata gabungan kedua kelas adalah 80. Rumus rata-rata gabungan adalah:

$$\begin{aligned}\text{Rata-rata gabungan} &= \frac{\text{Total Nilai Kelas A} + \text{Total Nilai Kelas B}}{\text{Jumlah Siswa Kelas A} + \text{Jumlah Siswa Kelas B}} \\80 &= \frac{73x + 88y}{x + y}\end{aligned}$$

Substitusikan  $x + y = 75$

$$80 = \frac{73x + 88y}{75}$$

$$80 \times 75 = 73x + 88y$$

$$6000 = 73x + 88y$$

Maka kita memiliki persamaan linear dua variable:

$$x + y = 75 \Rightarrow y = 75 - x \dots (1)$$

$$73x + 88y = 6000 \dots (2)$$

Substitusikan persamaan (1) ke (2):

$$73x + 88(75 - x) = 6000$$

$$73x + 6600 - 88x = 6000$$

$$-15x = 6000 - 6600$$

$$-15x = -600$$

$$x = \frac{-600}{-15}$$

$$x = 40$$

Jadi, banyak siswa kelas A adalah 40 orang.





**4. Jawaban : E**

Uang Netty mula-mula = N, dan uang Agit mula-mula adalah A

Maka  $N : A = 2 : 1$  atau  $N = 2A$

Setelah Netty memberikan Rp100.000,00 kepada Agit,

$$(N - 100.000) : (A + 100.000) = 1 : 3$$

$$Atau A + 100.000 = 3(N - 100.000) = 3N - 300.000$$

$$Sehingga 3N - A = 400.000$$

$$Karena N = 2A \text{ atau } A = \frac{1}{2}N, \text{ maka}$$

$$3N - A = 3N - \frac{1}{2}N = 400.000 \Rightarrow 5N = 800.000 \Rightarrow N = 160.000$$

Sehingga uang Netty saekarang adalah 60.000

**5. Jawaban : B**

$$f(1) = 2000 \quad \text{dan} \quad f(x + 1) + 12 = f(x)$$

Ganti  $x = 1$

$$f(2) + 12 = f(1)$$

$$f(2) + 12 = 2000$$

$$f(2) = 2000 - 12 = 1988$$

$$f(x) = -12x + 2012$$

$$\text{Maka } f(100) = -12x \times 100 + 2012$$

$$= -1200 + 2012$$

$$= 812$$

**6. Jawaban : A**

Karena  $x^2 - 1 < 2(x + 1)$  maka

Untuk  $x$  bilangan bulat  $> -1$ ,  $(x - 1)(x + 1) < 2(x + 1)$  atau  $x - 1 < 2$ , dengan  $x$  yang memenuhi adalah 0, 1, dan 2 dengan nilai  $k$  yang memenuhi 0 dan 1.

Untuk  $x$  bilangan bulat  $< -1$ ,  $(x - 1)(x + 1) > 2(x + 1)$  atau  $x - 1 > 2$ , tidak ada nilai  $x$  yang memenuhi.

Sehingga  $H = \{0,1\}$  dengan banyak himpunan bagian 4.

**7. Jawaban : C**

Hitung mundur:

$$A : 16 \Rightarrow 8 \Rightarrow 4 \Rightarrow 4 + 22 = 26$$

$$B : 16 \Rightarrow 8 \Rightarrow 8 \Rightarrow 28 \Rightarrow 14$$

$$C : 16 \Rightarrow 32 \Rightarrow 16 \Rightarrow 16 \Rightarrow 8$$

**8. Jawaban : E**

Agar jumlah kebalikannya paling kecil:

$1/a + 1/b =$  terkecil, maka a dan b sama yaitu 12 dan 12,

Sehingga jumlah kebalikannya adalah  $1/12 + 1/12 = 1/6$

**9. Jawaban : E**

$$\frac{2013}{7000} = 0,287\overline{571428}$$

571428 berulang sebanyak 6 digit.

$(2013 - 3) : 6 = 335$  sisa 0, maka digit ke 2013 adalah 8.





**10. Jawaban : D**

$$9 + 8 + 7 + 65 + 4 + 3 + 2 + 1 = 99$$

Banyak operasi + = 7

**11. Jawaban : E**

Dari barisan bilangan asli mulai 1 sampai 100 terdapat 100 bilangan

Pada barisan tersebut terdapat bilangan kelipatan 3 mulai 3 sampai 99 (33 bilangan)

Sisa bilangannya adalah  $100 - 33 = 67$

**12. Jawaban : E**

Misalkan bilangan pertamanya adalah a

Maka jumlah ke-51 bilangan itu adalah  $a + a + 1 + a + 2 + \dots + a + 50 = 51a + 1275$

Rata-ratanya adalah  $10 = \frac{51a + 25 \times 51}{51}$

Maka bilangan terkecil adalah  $a = 10 - 25 = -15$

Dan bilangan terbesar = 35

**13. Jawaban : B**

Peluang bola merah pada pengambilan pertama =  $15/30 = \frac{1}{2}$

Peluang bola hijau pada pengambilan kedua =  $3/29$

Sehingga peluangnya adalah  $P(A) \times P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{29} = \frac{3}{58}$

**14. Jawaban : D**

Cara 1:

$$2 \times 5 \times 4! = 10 \times 24 = 240$$

Cara 2:

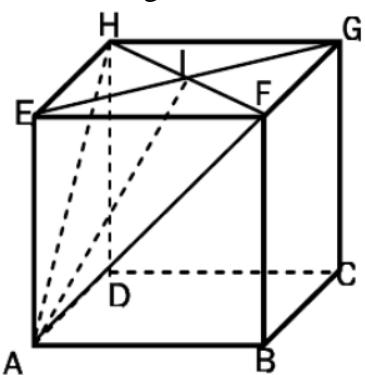
Jika si A sebagai sopir, maka ada  $5! = 120$  cara menempatkan yang lain

Jika si B sebagai sopir, maka ada 120 cara juga menempatkan yang lain

Sehingga total ada 240 cara.

**15. Jawaban : D**

Perhatikan gambar!



Jarak E ke AFH adalah merupakan tinggi  $\Delta AIE$

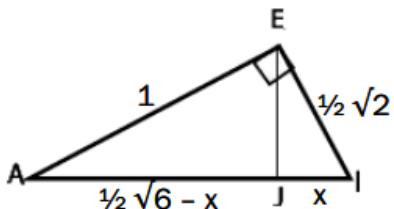
Dengan alas AI

$$EG = \sqrt{2} \text{ sehingga } EI = \frac{1}{2} \sqrt{2}$$

$$AI = \sqrt{1^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{6}$$

Perhatikan gambar  $\Delta AIE$  berikut!





Dengan teorema phytagoras,  $EJ^2 = 1^2 - (\frac{1}{2}\sqrt{6} - x)^2 = 1 - \frac{3}{2} + x\sqrt{6} - x^2$

Dengan teori kesebangunan,  $EJ^2 = (\frac{1}{2}\sqrt{6} - x)(x) = \frac{1}{2}x\sqrt{6} - x^2$

Dari kedua persamaan itu diperoleh,  $-\frac{1}{2} + x\sqrt{6} - x^2 = \frac{1}{2}x\sqrt{6} - x^2$  atau  $x(\sqrt{6} - \frac{1}{2}\sqrt{6}) = \frac{1}{2}$

Sehingga diperoleh nilai  $x = \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{1}{6}\sqrt{6}$

$$EJ^2 = (\frac{1}{2}\sqrt{2})^2 - (\frac{1}{6}\sqrt{6})^2$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

$$EJ = \frac{1}{3}\sqrt{3}$$

### 16. Jawaban : C

Karena rata-ratanya 7, maka jumlah ke-5 bilangan adalah 35

Karena modusnya 9, maka 9 paling banyak muncul

Karena mediannya 9, maka bilangan yang tengah = 9

Bilangan-bilangan itu adalah : 1, 2, 9, 9, 14

Maka jangkauan =  $14 - 1 = 13$

### 17. Jawaban : A

Banyak cara pengambilan 3 apel =  $12C3 = 2 \times 11 \times 10$

Banyak cara memilih 2 apel baik =  $10C2 = 5 \times 9$

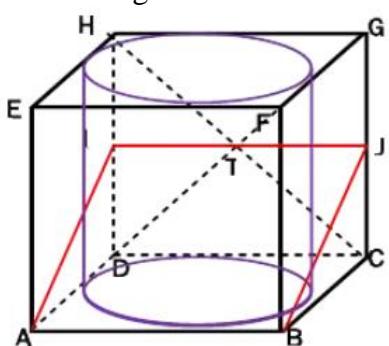
Banyak cara memilih 1 apel busuk = 2

Sehingga banyak cara memilih 2 apel baik dan 1 apel busuk =  $10 \times 9$

$$\text{Peluangnya} = \frac{10 \times 9}{2 \times 11 \times 10} = \frac{9}{22}$$

### 18. Jawaban : A

Perhatikan gambar!



Silinder dengan volume terbesar adalah silinder yang menyentuh semua sisi kubus, dengan jari-jari 1m.

Volume nya =  $2\pi$

Setelah dipancung, tinggi silinder pada T adalah 1m,





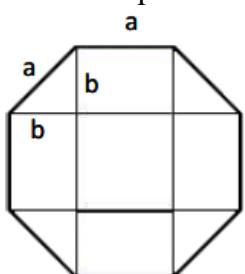
Volume silinder terbesar dengan tinggi 1m adalah  $\pi$ .

Dan volume bagian bawah setelah terpancung adalah  $\frac{1}{2}\pi$

Sementara volume bagian atas adalah  $2\pi - \frac{1}{2}\pi = \frac{3}{2}\pi$

**19. Jawaban : B**

Perhatikan pemisahan bagian segi-8 beraturan pada gambar berikut.



Jika Panjang sisi segi-8 adalah  $a$ , maka  $b^2 + b^2 = a^2$  atau  $2b^2 = a^2$

Sehingga  $b = \frac{1}{2}\sqrt{2}a$

Luas trapezium yang diarsir

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\sqrt{2}a \times (a + a + \frac{1}{2}\sqrt{2}a + \frac{1}{2}\sqrt{2}a)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\sqrt{2}a \times (2a + \sqrt{2}a)$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{2}a^2 + \frac{1}{2}a^2 = \frac{1}{2}a^2(1 + \sqrt{2})$$

Luas persegi Panjang merah

$$= a \times (a + \frac{1}{2}\sqrt{2}a + \frac{1}{2}\sqrt{2}a) = a^2(1 + \sqrt{2})$$

$$\text{Luas segi-8} = \frac{1}{2}a^2(1 + \sqrt{2}) + \frac{1}{2}a^2(1 + \sqrt{2}) + a^2(1 + \sqrt{2})$$

$$= 2a^2(1 + \sqrt{2})$$

Sehingga luas bagian yang diarsir berbanding luas segi-8 adalah

$$\frac{1}{2}a^2(1 + \sqrt{2}) : 2a^2(1 + \sqrt{2})$$

1: 4

**20. Jawaban : A**

Angka-angka penyusunnya 1,2,3,4

Maka banyaknya :  $4! = 24$  bilangan





## ISIAN SINGKAT

### 1. Jawaban : 17

Karena  $3 - 5 + 10 = 8$ , diatas ada 8 dan dibawah ada 8

Maka  $2 \times 8 + 1 = 17$

### 2. Jawaban : 1

Misalkan banyak pensil yang dibeli adalah  $p$ , banyak buku adalah  $b$ , dan banyak kotak pensil adalah  $k$  ( $p, b, k$  adalah bilangan asli)

Maka persamaan matematika dari soal tersebut adalah

$$2000p + 2500b + 4000k = 16500$$

Disederhanakan menjadi  $4p + 5b + 8k = 33$  dimana  $p + b + k = 6$

$$4p + 5b + 8k = 33$$

$$4p + 4b + 4k = 24$$

$$b + 4k = 9$$

Nilai  $b$  yang memenuhi adalah 1 dengan  $k = 2$  atau  $b = 5$  dengan  $k = 1$

Karena  $p + b + k = 6$ , maka nilai yang memenuhi adalah  $p = 3$ ,  $b = 1$ , dan  $k = 2$ .

Jadi banyak buku yang dibeli adalah 1.

### 3. Jawaban : 8

Karena  $2013 = 3 \times 11 \times 61$

Maka pembaginya haruslah 1, 3, 11, 33, 61, 183, 671, dan 2013

$$n^2 - 3 = 1 \Rightarrow n = 2 \text{ (diambil yang positif saja)}$$

$$n^2 - 3 = 3 \Rightarrow n = \sqrt{6} \text{ (diambil yang positif saja)}$$

$$n^2 - 3 = 11 \Rightarrow n = \sqrt{14} \text{ (diambil yang positif saja)}$$

$$n^2 - 3 = 33 \Rightarrow n = 6 \text{ (diambil yang positif saja)}$$

$$n^2 - 3 = 61 \Rightarrow n = 8 \text{ (diambil yang positif saja)}$$

$$n^2 - 3 = 183 \Rightarrow n = \sqrt{186} \text{ (diambil yang positif saja)}$$

$$n^2 - 3 = 671 \Rightarrow n = \sqrt{674} \text{ (diambil yang positif saja)}$$

$$n^2 - 3 = 2013 \Rightarrow n = \sqrt{2016} \text{ (diambil yang positif saja)}$$

Jadi banyaknya  $n$  yang memenuhi adalah 8 buah.

### 4. Jawaban : -3

Nilai tengah = -5, kebawah -5 maka ke atas +5

$$x = -5 + 5 = 0$$

ke kanan +1 maka ke kiri -1

$$2y = -5 - 1 = -6$$

$$y = -3$$

Maka  $x + y = 0 - 3 = -3$

### 5. Jawaban :

Supaya anggota-anggota  $A \cup B$  maksimum, maka anggota-anggota  $A$  dan  $B$  semuanya berbeda dan banyak anggotanya sama. Sehingga banyak anggota dari  $A \cup B$  adalah  $x + y$  atau  $2x$  atau  $2y$ .

### 6. Jawaban : 1

Karena  $6n^2 + 5n - 4 = 6n^2 - 3n + 8n - 4 = 3n(2n - 1) + 4(2n - 1) = (2n - 1)(3n + 4)$





# JELAJAH NALAR

## Analisa Isi Kepala Tanpa Suara



Maka salah satu dari  $(2n - 1)(3n + 4)$  harus bernilai 1 dan yang mungkin hanyalah  $(2n - 1) = 1$ , dengan  $n = 1$  dan  $3n + 4 = 7$   
Sehingga n yang memenuhi hanyalah 1.

### 7. Jawaban : 2013

$$S_1 = 1$$

$$S_2 = -2$$

$$S_3 = 3$$

$$S_4 = -4$$

$$S_5 = 5$$

$$S_6 = -6$$

Bilangan ganjil positif dan bilangan genap negatif,  
Sehingga diperoleh  $S_{2013} = 2013$

### 8. Jawaban : 3:4

$$\text{Luas } ABC = 1$$

$$\text{Luas } ABD = 1/4 \text{ dan } ADC = 3/4$$

$$\text{Luas } ACL = 1/5 \times 3/4 = 3/20$$

$$\text{Luas } BDL = 4/5 \times 1/4 = 1/5$$

$$\begin{aligned} \text{Maka perbandingan luas segitiga } ACL \text{ dengan } BDL &= 3/20 : 1/5 \\ &= 3/20 : 4/20 \\ &= 3 : 4 \end{aligned}$$

### 9. Jawaban : 375

$$\text{I) } 1111000000 \Rightarrow 10! / 4!.6! = 210$$

$$\text{II) } 1120000000 \Rightarrow 10! / 3!.7! = 120$$

$$\text{III) } 2200000000 \Rightarrow 10! / 2!.8! = 45$$

$$\text{JUMLAH} = 375$$

### 10. Jawaban : 1/2

Karena anak satunya adalah perempuan, maka anak yang lainnya adalah mungkin perempuan atau laki-laki. Sehingga peluang laki-laki dari anak yang lain tersebut adalah  $1/2$ .

