



PEMBAHASAN

OSK MATEMATIKA SMP

TAHUN 2012

1. Jawaban : C

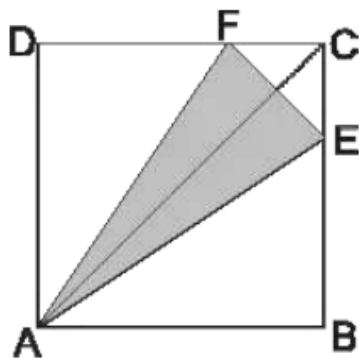
Pernyataan A. $\{\emptyset\} \in \emptyset$ salah karena $\emptyset \subseteq \emptyset$

Pernyataan B. $\{\emptyset\} \subseteq \emptyset$ salah karena $\emptyset \subseteq \emptyset$

Pernyataan D. $\{a, b\} \in \{a, b, \{\{a, b\}\}\}$ salah karena $\{a, b\} \subseteq \{\{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$

Pernyataan E. $\{a, \emptyset\} \subseteq \{a, \{a, \emptyset\}\}$ salah karena $\{a\} \subseteq \{\emptyset, \{a\}\}$

2. Jawaban : B



Diketahui :

Luas ABE = Luas AECF = Luas AFD

Misal :

$AB = BC = CD = AD = x$

$CE = a$

$BE = x - a$

Perhatikan segiempat AECF, diketahui Luas AECF = 2 . Luas AEC, sehingga:

Luas AECF = Luas ABE

$$2. \text{Luas AEC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BE$$

$$2. \frac{1}{2} \cdot CE \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BE$$

$$a = \frac{1}{2} \cdot (x - a)$$

$$2a = x - a$$

$$2a + a = x$$

$$3a = x$$

$$a = \frac{x}{3} \Rightarrow CE = CF = a = \frac{x}{3}$$

Sehingga :

$$\text{Luas AEF : Luas ABCD} = \frac{\text{Luas AEF}}{\text{Luas ABCD}}$$



$$\begin{aligned}
 &= \frac{2 \cdot \text{Luas AEC} - \text{Luas ECF}}{\text{Luas ABCD}} \\
 &= \frac{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot CE \cdot AB - \frac{1}{2} \cdot CE \cdot CF}{AB \cdot BC} \\
 &= \frac{\frac{x}{3} \cdot x - \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{3} \cdot \frac{x}{3}}{\frac{x \cdot x}{3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}}} \\
 &= \frac{\frac{6}{18} - \frac{1}{18}}{\frac{5}{18}} \\
 &= \frac{5}{18}
 \end{aligned}$$

3. Jawaban : A

Kedua akar persamaan $p^2x^2 - 4px + 1 = 0$ bernilai negative maka $x_1 + x_2 < 0$ dan $x_1 \cdot x_2 > 0$, sehingga:

$$x_1 + x_2 < 0$$

$$-\frac{b}{a} < 0$$

$$-\frac{(-4p)}{p^2} < 0$$

$$\frac{4}{p} < 0 \text{ agar bernilai negatif maka } p < 0$$

$$x_1 \cdot x_2 > 0$$

$$\frac{c}{a} > 0$$

$$\frac{1}{p^2} > 0 \Rightarrow \text{jika } p < 0 \text{ maka memenuhi } \frac{1}{p^2} > 0$$

Jadi nilai $p < 0$

4. Jawaban : B

Diketahui:

$$f(x) = 3x + 1$$

$$g(x) = 1 - 2x$$

$$f(g(a)) = 28$$

$$f(g(a)) = 28$$

$$f(1 - 2a) = 28$$

$$3 \cdot (1 - 2a) + 1 = 28$$

$$3 - 6a + 1 = 28$$

$$6a = 4 - 28$$

$$a = \frac{-24}{6}$$

$$a = -4$$

5. Jawaban : C

1	1	1	1	1	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

Banyak jenis byte yang memuat angka 1 tepat sebanyak 5 adalah $\frac{8!}{5! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{5! \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 56$



6. **Jawaban : E**

$$Q \rightarrow 1$$

$$S \rightarrow 2$$

$$U \rightarrow 3$$

$$V \rightarrow 4$$

$$T \rightarrow 5$$

$$R \rightarrow 6$$

$$P \rightarrow 7$$

$$2012 = 7 \cdot (287) + 3$$

Jadi bilangan 2012 akan terletak dibawah harus U

7. **Jawaban : E**

m dan n adalah bilangan bulat positif sehingga $m^2 + 2m + 3n = 33$ maka:

$$m^2 + 2m + 3n = 33 \Rightarrow 3n = 33 - (m^2 + 2m) \Rightarrow n = 11 - \frac{(m^2 + 2m)}{3} \Rightarrow 11 - \frac{(m^2 + 2m)}{3} = n$$

$$11 - \frac{(m^2 + 2m)}{3} = n$$

$$11 - \frac{(1^2 + 2 \cdot (1))}{3} = 11 - \frac{3}{3} = 11 - 1 = 10 \Rightarrow n = 10$$

$$11 - \frac{(2^2 + 2 \cdot (2))}{3} = 11 - \frac{8}{3} \text{ (tidak memenuhi karena bukan bilangan bulat)}$$

$$11 - \frac{(3^2 + 2 \cdot (3))}{3} = 11 - \frac{15}{3} = 11 - 5 = 6 \Rightarrow n = 6$$

$$11 - \frac{(4^2 + 2 \cdot (4))}{3} = 11 - \frac{24}{3} = 11 - 8 = 3 \Rightarrow n = 3$$

$$11 - \frac{(5^2 + 2 \cdot (5))}{3} = 11 - \frac{35}{3} \text{ (tidak memenuhi karena bernilai negative dan bukan bilangan bulat)}$$

Jadi banyak bilangan n yang memenuhi ada 3.

8. **Jawaban : B**

Misal :

Pipa besar = B

Pipa kecil = K

$$6B \rightarrow 5 \text{ jam}$$

$$8K \rightarrow 10 \text{ jam}$$

$$1B \rightarrow 6.5 \text{ jam} = 30 \text{ jam}$$

$$1K \rightarrow 8.10 \text{ jam} = 80 \text{ jam}$$

$$3B \rightarrow \frac{30}{3} \text{ jam} = 10 \text{ jam}$$

$$5K \rightarrow \frac{80}{5} \text{ jam} = 16 \text{ jam}$$

Sehingga:

$$\frac{1}{3B} + \frac{1}{5K} = \frac{1}{10} + \frac{1}{16} = \frac{8}{80} + \frac{5}{80} = \frac{13}{80} = \frac{1}{\frac{80}{13}}$$

Jadi, waktu yang diperlukan 3 pipa besar dan 5 pipa kecil adalah $\frac{80}{13}$ jam

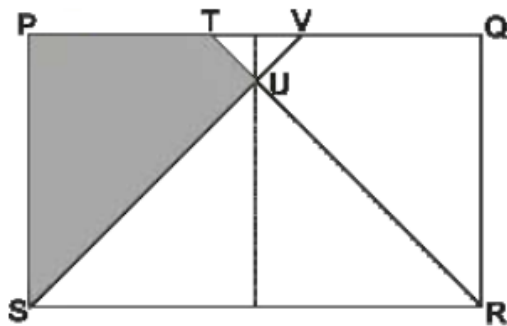


9. **Jawaban : B**

I	II	III
A B	C D	E

Banyak cara menempatkan kelima orang guru tersebut adalah $\frac{5!}{2! \cdot 2! \cdot 1!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2!}{2! \cdot 2! \cdot 1} = 30$

10. **Jawaban : B**



Diketahui:

$$PV = QT = PS = 6$$

$$PQ = SR = 10$$

$$TV = 6 + 6 - 10 = 2$$

Misal:

Tinggi segitiga TUV = t

Tinggi segitiga SUR = $6 - t$

Perhatikan segitiga TUV dan segitiga SUR :

$$\frac{\text{tinggi segitiga TUV}}{\text{tinggi segitiga SUR}} = \frac{TV}{SR}$$

$$\frac{t}{6-t} = \frac{2}{10}$$

$$5 \cdot t = 6 - t$$

$$5 \cdot t + t = 6$$

$$6 \cdot t = 6$$

$$t = \frac{6}{6} = 1$$

Sehingga:

$$\text{Luas PTUS} = \text{Luas PVS} - \text{Luas TUV}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot PV \cdot PS - \frac{1}{2} \cdot TV \cdot t$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1$$

$$= 18 - 1$$

$$= 17$$

11. **Jawaban : D**

Diketahui :

Empat bola bernomor : 1,2,3,4



Terambilnya bola berjumlah 5, ada 2 pola:

3	1	1
---	---	---

Banyak cara pengambilan pada pola ini adalah $\frac{3!}{1!.2!} = \frac{3.2!}{1.2!} = 3$

2	2	1
---	---	---

Banyak cara pengambilan pada pola ini adalah $\frac{3!}{2!.1!} = \frac{3.2!}{2!.1!} = 3$

Dengan demikian banyak cara pengambilan pada kedua pola tersebut adalah $3 + 3 = 6$

Jadi, peluang nomor bola yang terambil berjumlah 5 adalah $6 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{32}$

12. Jawaban : C

Diketahui:

Antrian 2012 orang $\Rightarrow$ diantara 2 pria paling sedikit terdapat 3 wanita

Agar banyaknya pria pada antrian tersebut paling banyak, maka diantara 2 pria harus terdapat 3 wanita, sehingga:

P	W	W	W	P	W	W	W	P	W	W	W	P		P
4 berulang				4 berulang				4 berulang						

Dari susunan diatas bias dilihat bahwa, setiap 4 orang pasti terdapat 1 pria didalamnya, sehingga: $2012 = 4 \cdot (503) + 0$

Jadi, banyak pria pada antrian tersebut paling banyak adalah 503.

13. Jawaban : B

Diketahui:

$$abc + def = 1000$$

a, b, c, d atau f tidak satupun yang sama dengan 0.

Jika yang ditanyakan nilai terbesar dari $a + b + c + d$ maka :

$$abc + def = 1000$$

$$889 + 111 = 1000 \Rightarrow a = 8$$

$$b = 8$$

$$c = 9$$

$$d = 1$$

$$\text{Sehingga : } a + b + c + d = 8 + 8 + 9 + 1 = 26$$

14. Jawaban : E

Peluang menjawab benar dalam 1 soal pilihan ganda dengan lima pilihan adalah $\frac{1}{5}$

Peluang menjawab salah dalam 1 soal pilihan ganda dengan lima pilihan adalah $\frac{4}{5}$

Jika tepat dua soal dijawab benar (dengan demikian 3 soal lainnya salah) maka:

B	B	S	S	S
---	---	---	---	---

Banyak nya cara menjawab dengan pola tersebut adalah $\frac{5!}{2!.3!} = \frac{5.4.3!}{2.1.3!} = 10$

Jadi, peluang tepat dua soal dijawab dengan benar adalah $10 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{128}{625}$

15. Jawaban : A

$f(x)$ adalah banyak angka (digit) dari bilangan x

$$2^{2012} \cdot 5^{2012} = (2 \cdot 5)^{2012} = 10^{2012} \Rightarrow f(10^{2012}) = 2012 + 1 = 2013$$



16. Jawaban : A

Diketahui:

60 kaos dengan nomor 11, 12, 13, ..., 40 dimana ada 2 kaos untuk setiap nomor

Peluang yang terambil adalah kaos yang bernomor sama adalah $30 \cdot \frac{2}{60} \cdot \frac{1}{59} = \frac{1}{59}$

17. Jawaban : A

Misal:

X = banyak uang 100

Y = banyak uang 500

Z = banyak uang 1000

Diketahui:

$$x + y + z = 8$$

$$100 \cdot (x) + 500 \cdot (y) + 1000 \cdot (z) = 3000$$

Untuk $x = 5$, $y = 1$ dan $z = 2$ diperoleh:

$$5 + 1 + 2 = 8$$

$$100 \cdot (5) + 500 \cdot (1) + 1000 \cdot (2) = 500 + 500 + 2000 = 3000$$

Jadi peluang kehilangan satu koin lima ratusan adalah $\frac{1}{8}$

18. Jawaban : D

Diketahui:

2, 3, 5, 6, 7, 10, 11, ... adalah barisan yang terdiri dari semua bilangan asli yang bukan bilangan kuadrat dan bukan bilangan pangkat tiga

Bilangan kuadrat: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196, 225, 256 $\Rightarrow$ ada 16

Bilangan pangkat tiga : 1, 8, 27, 64, 125, 216 $\Rightarrow$ ada 6

Bilangan kuadrat yang juga merupakan bilangan pangkat tiga : 1, 64 $\Rightarrow$ ada 2

Jadi bilangan 270 adalah suku ke $270 - (16 + 6 - 2) = 270 - 20 = 250$

19. Jawaban : B

Diketahui:

A = Panjang

B = lebar

C = tinggi

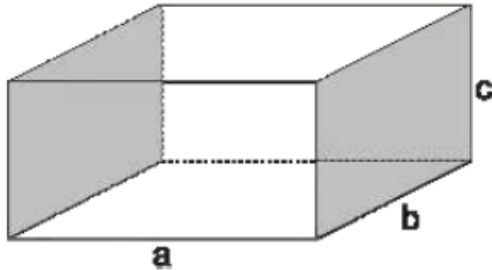
$$\text{Volume balok} = 240 \Rightarrow a \cdot b \cdot c = 240$$

$$a + b + c = 19$$

$$a > b > c > 3$$

a, b, dan c adalah bilangan asli





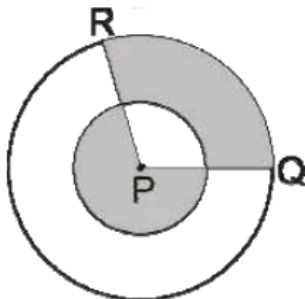
$$\begin{aligned} a &> b > c > 3 \\ a \cdot b \cdot c &= 240 \\ a + b + c &= 19 \end{aligned}$$

Untuk $a = 8$, $b = 6$, $c = 5$ maka:

$$\begin{aligned} 8 &> 6 > 5 > 3 \\ 8 \cdot 6 \cdot 5 &= 240 \\ 8 + 6 + 5 &= 19 \end{aligned}$$

Luas permukaan balok yang sisinya mempunyai rusuk b dan c adalah $2 \cdot (b \cdot c) = 2 \cdot (6 \cdot 5) = 60$.

20. **Jawaban : C**



Diketahui:

Jari-jari lingkaran besar = 4

Jari-jari lingkaran kecil = 2

Luas arsiran = $\frac{5}{12}$. Luas lingkaran besar

Misalkan : $\angle RPQ = x$ sehingga:

$$\begin{aligned} \text{Luas arsiran} &= (\text{Luas lingkaran kecil} - \frac{x}{360} \cdot \text{Luas lingkaran kecil}) \\ &\quad + (\frac{x}{360} \cdot \text{Luas lingkaran besar} - \frac{x}{360} \cdot \text{Luas lingkaran kecil}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{5}{12} \cdot \text{Luas lingkaran besar} &= \text{Luas lingkaran kecil} - \frac{2x}{360} \cdot \text{Luas lingkaran kecil} \\ &\quad + \frac{x}{360} \cdot \text{Luas lingkaran besar} \end{aligned}$$

$$\frac{5}{12} \cdot \pi \cdot 4 \cdot 4 = \pi \cdot 2 \cdot 2 - \frac{x}{180} \cdot \pi \cdot 2 \cdot 2 + \frac{x}{360} \cdot \pi \cdot 4 \cdot 4$$

$$\frac{20}{3} = 4 - \frac{x}{45} + \frac{2x}{45}$$



$$\begin{aligned}\frac{20}{3} - 4 &= \frac{x}{45} \\ \frac{8}{3} &= \frac{x}{45} \\ x &= \frac{8}{3} \cdot 45 \\ x &= 120\end{aligned}$$

Jadi, besar $\angle RPQ$ adalah 120°

ISIAN SINGKAT

1. Jawaban : 4023

Diketahui :

2012 bilangan bulat positif berurutan (tidak ditentukan bilangan pertamanya berapa)

Misal : x = bilangan bulat positif yang pertama, sehingga:

Jika x dibagi 5 bersisa 1, maka:

Bilangan	x	$x+1$	$x+2$	$x+3$	$x+4$	$x+5$	$x+6$	$x+7$	$x+8$	$x+9$	...	$x+2009$	$x+2010$	$x+2011$
Sisa Pembagian	1	2	3	4	0	1	2	3	4	0		0	1	2
Perulangan	5 berulang					5 berulang								

$$2012 = 5 \cdot (402) + 2$$

Jadi hasil penjumlahan dari sisa pembagiannya adalah $402 \cdot (10) + (1+2) = 4020 + 3 = 4023$

Jika x dibagi 5 bersisa 2, maka:

Bilangan	x	$x+1$	$x+2$	$x+3$	$x+4$	$x+5$	$x+6$	$x+7$	$x+8$	$x+9$	...	$x+2009$	$x+2010$	$x+2011$
Sisa Pembagian	2	3	4	0	1	2	3	4	0	1		1	2	3
Perulangan	5 berulang					5 berulang								

$$2012 = 5 \cdot (402) + 2$$

Jadi hasil penjumlahan dari sisa pembagiannya adalah $402 \cdot (10) + (2+3) = 4020 + 5 = 4025$

Jika x dibagi 5 bersisa 3, maka:

Bilangan	x	$x+1$	$x+2$	$x+3$	$x+4$	$x+5$	$x+6$	$x+7$	$x+8$	$x+9$	...	$x+2009$	$x+2010$	$x+2011$
Sisa Pembagian	1	2	3	4	0	1	2	3	4	0		0	1	2
Perulangan	5 berulang					5 berulang								

$$2012 = 5 \cdot (402) + 2$$

Jadi hasil penjumlahan dari sisa pembagiannya adalah $402 \cdot (10) + (3+4) = 4020 + 7 = 4027$

Jika x dibagi 5 bersisa 4, maka:

Bilangan	x	$x+1$	$x+2$	$x+3$	$x+4$	$x+5$	$x+6$	$x+7$	$x+8$	$x+9$	...	$x+2009$	$x+2010$	$x+2011$
Sisa Pembagian	4	0	1	2	3	4	0	1	2	3		3	4	0
Perulangan	5 berulang					5 berulang								

$$2012 = 5 \cdot (402) + 2$$

Jadi hasil penjumlahan dari sisa pembagiannya adalah $402 \cdot (10) + (4+0) = 4020 + 4 = 4024$



Jika x dibagi 5 bersisa 0, maka:

Bilangan	x	$x+1$	$x+2$	$x+3$	$x+4$	$x+5$	$x+6$	$x+7$	$x+8$	$x+9$	...	$x+2009$	$x+2010$	$x+2011$
Sisa Pembagian	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4		4	0	1
Perulangan	5 berulang					5 berulang								

$$2012 = 5 \cdot (402) + 2$$

Jadi hasil penjumlahan dari sisa pembagiannya adalah $402 \cdot (10) + (0+1) = 4020 + 1 = 4021$

Jika yang dimaksud soal 2012 bilangan bulat positif berurutan yang pertama (jadi dimulai dari 1,2,3, ...,2012) maka jawabannya adalah 4023.

2. **Jawaban :** $c = 1$, $c = -5 + 2\sqrt{3}i$ dan $c = -5 - 2\sqrt{3}i$

$$a = b + 2 \Rightarrow a - b = 2$$

$$a^2 = b^2 + 6 \Rightarrow a^2 - b^2 = 6 \Rightarrow (a + b) \cdot (a - b) = 6 \Rightarrow (a + b) \cdot 2 = 6$$

$$(a + b) = \frac{6}{2}$$

$$(a + b) = 3$$

$$3(a + b^2)c + 3(a + b)c^2 + c^3 = 10 + (a + b)^3$$

$$3(3)^2c + 3(3)c^2 + c^3 = 10 + (3)^3$$

$$27c + 9c^2 + c^3 = 37$$

$$c^3 + 9c^2 + 27c - 37 = 0$$

$$(c - 1) \cdot (c^2 + 10c + 37) = 0$$

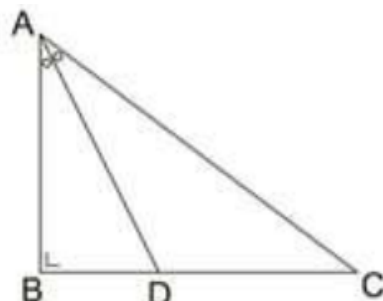
$$(c - 1) \cdot (c + (5 - 2\sqrt{3}i)) \cdot (c + (5 + 2\sqrt{3}i)) = 0$$

$$c = 1 \text{ atau } c = -5 + 2\sqrt{3}i \text{ atau } c = -5 - 2\sqrt{3}i$$

Untuk c merupakan bilangan real, yang memenuhi adalah $c = 1$

Untuk c merupakan bilangan imajiner, yang memenuhi adalah $c = -5 + 2\sqrt{3}i$ dan $c = -5 - 2\sqrt{3}i$

3. **Jawaban :** $AD = 3\sqrt{5}$



Diketahui:

$$AB = 6$$

$$AC = 10$$

Perhatikan segitiga siku-siku ABC:

$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8$$



Dengan menggunakan teorema garis bagi maka diperoleh:

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{BD}{DC} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

Sehingga:

$$BD = \frac{3}{(3+5)} \cdot BC$$

$$BD = \frac{3}{8} \cdot 8$$

$$BD = 3$$

Perhatikan segitiga siku-siku ABD:

$$AD = \sqrt{AB^2 + BD^2}$$

$$AD = \sqrt{6^2 + 3^2}$$

$$AD = \sqrt{36 + 9}$$

$$AD = \sqrt{45} = \sqrt{9 \cdot 5}$$

$$AD = 3\sqrt{5}$$

4. **Jawaban :** $x = 1$ dan $x = 3$

$$\sqrt{(6x-2)} - \sqrt{(4x-3)} = 1$$

$$\left(\sqrt{(6x-2)} - \sqrt{(4x-3)}\right)^2 = 1^2$$

$$\left(\sqrt{(6x-2)} - \sqrt{(4x-3)}\right) \cdot \left(\sqrt{(6x-2)} + \sqrt{(4x-3)}\right) = 1$$

$$(6x-2) - 2\sqrt{(6x-2) \cdot (4x-3)} + (4x-3) = 1$$

$$6x + 4x - 2 - 3 - 1 = 2\sqrt{(6x-2) \cdot (4x-3)}$$

$$\frac{10x-6}{2} = \sqrt{(6x-2) \cdot (4x-3)}$$

$$5x-3 = \sqrt{(6x-2) \cdot (4x-3)}$$

$$(5x-3)^2 = \left(\sqrt{(6x-2) \cdot (4x-3)}\right)^2$$

$$(5x-3) \cdot (5x-3) = (6x-2) \cdot (4x-3)$$

$$25x^2 - 30x + 9 = 24x^2 - 26x + 6$$

$$25x^2 - 24x^2 - 30x + 26x + 9 - 6 = 0$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x-1) \cdot (x-3) = 0$$

$$x-1 \text{ dan } x-3$$

5. **Jawaban : 1013**

Diketahui:

Rata-rata 1000 bilangan ganjil positif berurutan adalah 2012

Misal : x = bilangan bulat ganjil positif yang terkecil, sehingga:

X	$x+2$	$x+4$	$x+6$	$x+8$	...	$x+2, (1000-1) = x+1998$
1000 bilangan						



Karena bilangan tersebut berurutan dan berselisih tetap, maka cukup dirata-rata bilangan pertama dan terakhir saja, sehingga:

$$\frac{x+(x+1998)}{2} = 2012$$

$$2x + 1998 = 2.2012$$

$$2x = 4024 - 1998$$

$$2x = 2026$$

$$x = \frac{2026}{2}$$

$$x = 1013$$

6. **Jawaban : 125**

Diketahui:

$$V_{\text{bus}} = 40 \text{ km / jam} = \frac{40000}{3600} \text{ m / detik} = \frac{100}{9} \text{ m / detik}$$

$$V_{\text{kereta api}} = 20 \text{ km / jam} = \frac{20000}{3600} \text{ m / detik} = \frac{50}{9} \text{ m / detik}$$

Bus dan kereta api berpapasan selama $\frac{1}{4}$ menit = 15 detik

$$\text{Jarak yang ditempuh bus selama 15 detik} = 15 \cdot \frac{100}{9} = \frac{500}{3} \text{ m}$$

$$\text{Jarak yang ditempuh kereta api selama 15 detik} = 15 \cdot \frac{50}{9} = \frac{250}{3} \text{ m}$$

$$\text{Jadi Panjang kereta api tersebut adalah } \frac{\frac{500}{3} + \frac{250}{3}}{2} = \frac{750}{2} = \frac{250}{2} = 125 \text{ m}$$

7. **Jawaban : 48**

Diketahui:

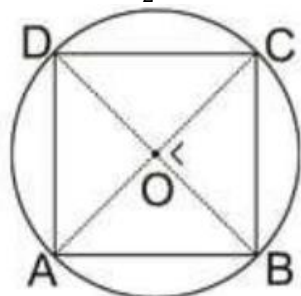
Himpunan = $\{a, b, c, d, e, f\}$

Banyak himpunan bagian dari $\{a, b, c, d, e, f\}$ adalah $2^6 = 64$

Banyak himpunan bagian dari $\{b, c, d, f\}$ adalah $2^4 = 16$

Jadi banyak himpunan bagian yang memuat sedikitnya satu huruf vocal adalah $64 - 16 = 48$

8. **Jawaban : $\frac{1}{2}$**



Diketahui:

$$\text{Jari-jari lingkaran} = \frac{1}{2} \Rightarrow OB = OC = \frac{1}{2}$$

Persegi Panjang tersebut mencapai luas terbesar jika berbentuk persegi.

$$\text{Luas ABCD} = 4 \cdot \text{Luas BOC}$$



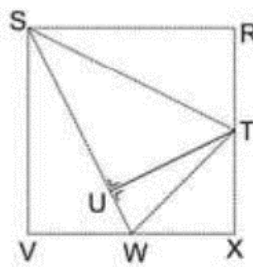
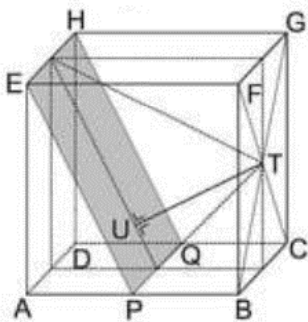
$$= 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot OB \cdot OC$$

$$= 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2}$$

Jadi luas terbesar persegi Panjang tersebut adalah $\frac{1}{2}$ satuan.

9. **Jawaban :** $\frac{3\sqrt{5}}{5}$



Diketahui:

Panjang rusuk = 2

AB = BF = FE = 2

RS = FE = 2

$WX = TX = TR = VW = \frac{1}{2} \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$

Perhatikan segitiga siku-siku TRS:

$$ST = \sqrt{TR^2 + RS^2} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5} \Rightarrow SW = \sqrt{5}$$

Perhatikan segitiga siku-siku WXT:

$$WT = \sqrt{WX^2 + TX^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2}$$

Misal:

WU = x

$$SU = SW - WU = \sqrt{5} - x$$

Perhatikan segitiga siku-siku WUT:

$$TU = \sqrt{WT^2 - WU^2} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 - x^2} = \sqrt{2 - x^2} \quad \dots (1)$$

Perhatikan segitiga siku-siku SUT:

$$TU = \sqrt{ST^2 - SU^2} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{5} - x)^2} = \sqrt{5 - (5 - 2\sqrt{5}x + x^2)} = \sqrt{2\sqrt{5}x - x^2} \quad \dots (2)$$

Substitusikan (2) $\rightarrow$ (1):

$$TU = \sqrt{2 - x^2}$$

$$\sqrt{2\sqrt{5}x - x^2} = \sqrt{2 - x^2}$$

$$(\sqrt{2\sqrt{5}x - x^2})^2 = (\sqrt{2 - x^2})^2$$

$$2\sqrt{5}x - x^2 = 2 - x^2$$



$$2\sqrt{5}x = 2 - x^2 + x^2$$

$$x = \frac{2}{2\sqrt{5}}$$

$$x = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

Sehingga:

$$TU = \sqrt{2 - x^2} = \sqrt{2 - \left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2} = \sqrt{2 - \frac{5}{25}} = \sqrt{\frac{50}{25} - \frac{5}{25}} = \sqrt{\frac{45}{25}} = \sqrt{\frac{9 \cdot 5}{25}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

Jadi jarak titik T dengan bidang PQHE adalah $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ cm

10. Jawaban : 27

Diketahui:

$$ab + 45 = ba$$

$$a0b = 7\frac{2}{3} \cdot ab$$

$$ab + 45 = ba$$

$$(10 \cdot a + b) + 45 = (10 \cdot b + a)$$

$$10 \cdot a - a + b - 10 \cdot b = -45$$

$$9 \cdot a - 9 \cdot b = -45$$

$$a - b = -5 \dots (1)$$

$$a0b = 7\frac{2}{3} \cdot ab$$

$$(100 \cdot a + b) = \frac{23}{3} \cdot (10 \cdot a + b)$$

$$300 \cdot a + 3 \cdot b = 230 \cdot a + 23 \cdot b$$

$$300 \cdot a - 230 \cdot a + 3 \cdot b - 23 \cdot b = 0$$

$$70 \cdot a - 20 \cdot b = 0$$

$$7 \cdot a - 2 \cdot b = 0 \dots (2)$$

Eliminasi: (1) dan (2)

$$2 \cdot a - 2 \cdot b = -10 \quad (\text{persamaan (1) ruas kiri dan kanannya dikalikan 2})$$

$$7 \cdot a - 2 \cdot b = 0 \quad -$$

$$-5 \cdot a = -10$$

$$a = \frac{-10}{-5}$$

$$a = 2$$

Substitusikan $a = 2 \rightarrow (1)$:

$$a - b = -5$$

$$2 - b = -5$$

$$b = 2 + 5$$

$$b = 7$$

Jadi bilangan ab tersebut adalah 27.

